

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 11771 для 7 класса

1. Выясните, существует ли натуральное число  $n$ , для которого верно равенство

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2^n} = 0, \underbrace{0 \dots 0}_{2018 \text{ раз}} 1.$$

Либо найдите все такие числа  $n$ , либо докажите невозможность равенства.

2. В пещере 5 залов А, В, С, D, E, соединенных туннелями АВ, АД, ВС, ВЕ, СD, DE. В одном из туннелей турист потерял телефон. Чтобы его найти, он хочет обойти все туннели и вернуться в тот же зал, откуда начал маршрут. Какое минимальное число туннелей ему достаточно пройти? Есть ли туннели, которые необходимо пройти более одного раза? Если есть, то какие?

3. Периметр прямоугольника уменьшили на 10%, сохранив при этом его пропорции. На сколько процентов изменилась площадь прямоугольника?

4. Любитель кинопутешествий смотрит, как по киноэкрану слева направо с постоянной скоростью проплывает пирога с индейцами. Зритель видит пирога целиком (от появления заднего ее конца до исчезновения переднего) в течение 10 минут. По всей ширине экрана может уместиться 50 индейцев, а в пироге их только 20, но они заполняют ее всю один за другим от начала до конца. Определите скорость пирога, измеренную в количестве индейцев в минуту.

5. Докажите, что число  $K = 2019^4 + 2 \cdot 2019^3 - 2019^2 - 10 \cdot 2019$  делится на 4, не находя самого числа  $K$ .

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 12774 для 7 класса

1. В десятичной записи числа  $M$  одна цифра оказалась пропущена. Она обозначена ниже подчеркиванием.

$$M = 10 \cdot 14! = 87\_ 782\,912\,000.$$

Можно ли восстановить эту цифру, не выполнив ни одного умножения? Либо найдите ее указанным способом, либо покажите, что это сделать невозможно.

(Запись  $k!$  обозначает произведение всех подряд идущих натуральных чисел от 1 до  $k$  включительно и называется факториалом числа  $k$ .)

2. Числа  $a, b, c$  известны,  $x, y, z$  неизвестны. Найдите неизвестные из уравнений

$$x - y = 2a,$$

$$y + z = 2b,$$

$$x - z = 2c.$$

3. Имеется  $n$  положительных чисел, одно из них  $x$ . Это число увеличили на  $k\%$ , остальные не изменяли. Получили среднее арифметическое нового набора чисел, равное  $A$ . Каково было среднее арифметическое исходных  $n$  чисел?

4. На плоскости нарисовано 10 параллельных прямых и 4 других параллельных между собой прямых, пересекающих первые десять. Сколько четырехугольников образуется при этом?

5. На дистанции ультрамарафона устроено 7 пунктов питания, причем только на двух из них – ПП-1 и ПП-2 (расположенных по соседству друг с другом) – дают гречку с тушенкой. Может ли сумма расстояний от каждого пункта питания до ПП-1 быть равна сумме расстояний от каждого пункта питания до ПП-2? (Все расстояния измеряются вдоль дистанции.)

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 13073 для 7 класса

*Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.*

1. Для новогоднего украшения здания университета доставлен контейнер мишуры. Если всю мишуру сложить на складе А (изначально пустом), то в контейнере останется  $\frac{1}{5}$  его содержимого. Если всю мишуру сложить на складе Б (изначально пустом), то он окажется заполненным на  $\frac{5}{6}$  своего объема. Если же пытаться заполнить оба склада А и Б, то не хватит  $15 \text{ м}^3$  мишуры. Каков объем контейнера и каждого из складов?

2. Снежная королева собирается предложить пленнику свободу, если он нарисует такой пятиугольник, все стороны которого может пересечь одна единственная прямая, не проходящая через его вершины. Каковы шансы пленника? Либо нарисуйте такие пятиугольник и прямую, либо обоснуйте, что это сделать невозможно.

3. Карельский Паккайне на новый год достает волшебный пояс, который по своей длине разделен на четыре разноцветные части. Длина всех частей кроме голубой равна 145 см, других трех частей кроме синей – 175 см, трех частей без сиреневой – 170 см, трех частей без белой – 95 см. Какова длина всего пояса?

4. Для гарантии новогоднего настроения вдоль прямолинейной набережной установлены три снежные пушки с электроприводом. Расстояния между средней пушкой и крайними равны 300 и 500 м. Где следует установить электрогенератор, чтобы суммарная длина проводов, ведущих к пушкам, была минимальной?

5. Деда Морозы из разных регионов собрались на ежегодный симпозиум. Оказалось, что Дедов Морозов в синих шубах, но без посоха было меньше, чем Дедов Морозов с посохом, но выбравших шубы другого цвета. Каких Дедов Морозов было больше: в синих шубах или с посохом?