

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11111 для 11 класса

1. Для каждого натурального значения параметра n решите уравнение

$$\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx + n = 0.$$

2. Можно ли представить дробь $\frac{3}{6n+4}$, где $n \in \mathbb{N}$, суммой двух различных дробей с числителями 1 и натуральными знаменателями?

3. Найдите наибольшее значение выражения $x + 4y$, если переменные x , y удовлетворяют неравенству $x^2 + xy + 5y^2 \leq 4$.

4. Числа α , β , γ удовлетворяют соотношениям

$$\frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\gamma} \right) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\alpha} \right) = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \right).$$

Найдите расстояние между точками P и Q в пространстве, если они имеют координаты $P(\alpha, \beta, \gamma)$, $Q(\gamma, \alpha, \beta)$.

5. Для функции

$$f(x) = \sqrt{3x + \sqrt{2} - 1} + x$$

решите уравнение $f(f(f(x))) = f(x)$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12111 для 11 класса

1. В ясный день продажи садовых светодиодных светильников увеличиваются на 30% , а комнатных – на 20% (проценты считаются по отношению к предыдущему дню). В пасмурный день продажи садовых светильников уменьшаются на 30%, а комнатных – на 20%. Через неделю оказалось, что продажи одного вида светодиодных светильников увеличились, а другого уменьшились. Сколько было ясных дней, если каждый день был или ясным, или пасмурным?

2. Существует ли 3-угольная пирамида, у которой длины всех ребер выражаются рациональными числами, а объем – иррациональным?

3. Найдите все решения системы уравнений

$$\sqrt{x-y} + \sqrt{x+y} = 3x - 2y, \quad \sqrt{x-y} - \sqrt{x+y} = 2x - 3y.$$

Могут ли все точки, соответствующие решениям, быть вершинами многоугольника? Если такой многоугольник существует, найдите его площадь.

4. Найдите все значения a, b , при которых равенство

$$(\sin a + (\cos b)/x)^2 = \sin^2 a - ((\cos b)x)^2$$

не выполняется хотя бы в одной точке $x \neq 0$.

5. В больнице четыре хирургические операции завершились одновременно. Суммарное время их выполнения составило 2 часа 32 минуты. За полчаса до окончания операций суммарное время работы врачебных бригад составляло 52 минуты, а еще 10 минутами раньше оно было равно 0,5 часа. Найдите длительность выполнения двух наиболее быстрых операций.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13112 для 11 класса

1. Сколько различных 4-значных чисел, кратных 6, можно образовать из цифр числа 2016, если цифры могут повторяться без ограничений?

2. Электронные часы отстают, хотя и показывают на табло в данный момент на 2 минуты больше, чем следует. Если бы они показывали на 3 минуты больше, чем следует, но отставали бы на полминуты в сутки больше, чем сейчас, то верное время они показали бы на сутки раньше, чем покажут. На сколько минут в сутки отстают часы?

3. Выясните, разрешимо ли уравнение

$$\cos^{17}(20x) + \sin^{20}(16x) = 1.$$

Если оно разрешимо, найдите сумму S всех его корней и вычислите $(\sqrt{5} - 2)^S$.

4. Эстетически совершенным считается прямоугольник, длины a, b сторон которого образуют *золотое сечение*, т. е. связаны соотношениями

$$a < b, \quad \frac{b}{a} = \frac{a+b}{b}.$$

Некий архитектор задумал проект здания в виде прямоугольного параллелепипеда, у которого золотые сечения образуют ширина и длина, длина и высота, а также площадь полной поверхности и объем. Найдите длины сторон такого параллелепипеда.

5. Известно, что $(2^X - 2^Y)4^Z = (2^Z - 2^Y)4^X = 100$ и $X \neq Z$. Найдите числовое значение выражения $2(2^X + 2^Z)4^Y$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 14111 для 11 класса

1. Двухтарифный счетчик электроэнергии ведет отдельный учет затрат в "ночное" и "дневное" время, при этом "ночной" тариф составляет 80% "дневного". Если "дневной" тариф повысится на 10% (при неизменном "ночном"), то какой процент "дневного" расхода электроэнергии придется перенести на "ночное" время, чтобы суммарная суточная стоимость осталась без изменений?

2. Изобразите на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих уравнению

$$\sqrt[3]{x+y} = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}.$$

3. Площадь треугольника равна 50 см^2 , сумма квадратов длин двух его сторон равна 200 см^2 . Треугольник является основанием пирамиды, высота которой равна периметру основания. Найдите объем такой пирамиды.

4. В шахматном кружке занимаются мальчики и девочки. Их разбили на группы по 6 человек, причем в каждой группе есть и девочки, и мальчики. В каждой группе прошел круговой турнир, каждый сыграл по одной партии с каждым из остальных членов той же группы, других игр не было. Может ли при этом число партий между мальчиками быть на 23 больше числа партий между девочками?

5. Числа $a, b, c, 10^{-0,1}$ попарно различны и таковы, что уравнения $10^{-0,1}x^2 + ax + 10^{-0,1} = 0$ и $10^{-0,1}x^2 + bx + c = 0$ имеют общий действительный корень. Кроме того, уравнения $10^{-0,1}x^2 + 10^{-0,1}x + a = 0$ и $10^{-0,1}x^2 + cx + b = 0$ тоже имеют общий действительный корень. Найдите значение $(a + b + c)^2$.