

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 1111 для 11 класса

1. Числа  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\sin 2\alpha$ ,  $\cos 2\alpha$  записаны в ряд. Средние арифметические любых трех соседних чисел равны. Найдите все значения  $\alpha$ , при которых это возможно.

2. Известно, что  $x + \frac{1}{x} \leq 4$ . Найдите область значений функции  $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ .

3. Существует ли пирамида, в основании которой лежит выпуклый многоугольник, имеющий 2015 диагоналей? Если такая пирамида существует, то может ли она быть правильной?

4. *Усеченной разностью* чисел  $x$  и  $y$  называется операция  $x \dot{-} y$ , результат которой равен обычной разности  $x - y$ , если  $x \geq y$ , и нулю, если  $x < y$ .

Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x \dot{-} y = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ .

5. Решите уравнение

$$2^{[\sin x]} = 3^{1 - \cos x},$$

в котором  $[a]$  означает целую часть числа  $a$ .

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 2111 для 11 класса

1. В квадратной таблице из 2015 строк и столбцов расставлены положительные числа. Произведение чисел в каждой строке и в каждом столбце равно 2, а произведение чисел в любом квадрате  $3 \times 3$  равно 1. Какое число стоит в центре таблицы?

2. Когда многоголовый Змей Горыныч пошел в первый класс, то впервые услышал, что одна голова – хорошо, а две – лучше. Оказавшись в школьной столовой, он решил проверить это и убедиться, что никакая из его голов не сможет съесть пирожков с русским духом больше, чем любые другие две головы за такое же время. Сколько контрольных съеданий должен для этого провести первоклассник Горыныч, если у него  $N$  голов ( $N > 1000$ )? Постарайтесь найти как можно меньшее количество испытаний, ведь он должен успеть все сделать в течение большой перемены.

3. Маленькая егоза побежала наперегонки с лошадкой, установленной на механической карусели. Через  $a$  секунд она обнаружила, что лошадка, сделав круг, догнала ее. Мгновенно развернувшись, маленькая егоза побежала с той же скоростью навстречу лошадке и встретила с ней через  $\frac{a}{2}$  секунд. Определите, за какое время карусель совершает полный оборот, если все движения равномерны.

4. Решите систему

$$\begin{cases} 2x^3 + 2y^5 + 7u^2 + 4v = 6 \\ 5x^3 + 3y^5 + 5u^2 + 4v = -2^4/4 \\ 5x^3 + 7y^5 + 7u^2 + 8v = 64^{1/3} \\ 8x^3 + 8y^5 + 3u^2 + 6v = -6 \end{cases}$$

5. Кровельное покрытие состоит из одинаковых пластин, имеющих форму равностороннего треугольника. При укладке вершину очередной пластины необходимо совмещать с центром предыдущей, а взаимное расположение пластин может быть произвольным. Определите, при каком взаимном положении двух пластин, одна из них закрывает наибольшую по площади часть другой.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 3111 для 11 класса

1. Можно ли разбить числа от 1 до 2013 на группы так, чтобы в каждой группе было не менее 11 чисел, а одно из чисел в каждой группе было бы равно сумме остальных чисел этой группы?

2. Дата 1 января 2016 года пришлась на пятницу. Каким днем недели начнется 2610 год?

3. Для многочлена  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  с целыми коэффициентами известно, что  $|a_0| < 100$  и  $P(20) = P(16) = 2016$ . Найдите значение  $a_0$ .

4. Функция  $f(x)$  определена при всех  $x \neq 1$ , на области определения удовлетворяет уравнению

$$(x - 1)f\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right) - f(x) = x.$$

Найдите все такие функции.

5. Рано утром включили насос и начали заполнять бассейн. В 10 ч утра подключили еще один насос, и к 12 ч дня бассейн заполнился наполовину. В 17 ч бассейн был заполнен. Каким может быть самое позднее время включения первого насоса?