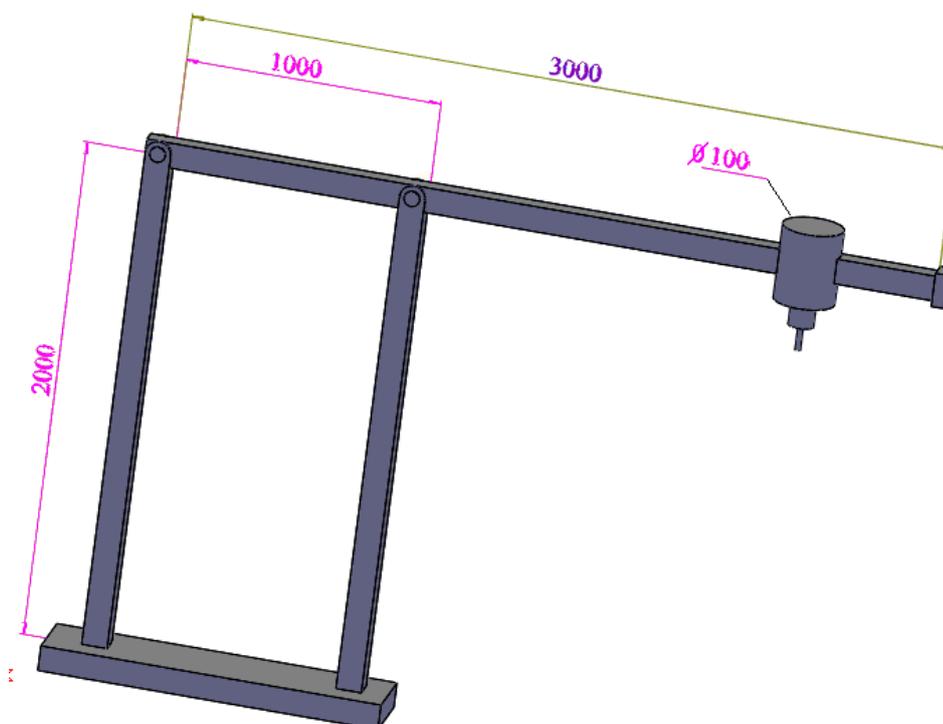


## 9-11 классы

### Задача на решение №1

Определите максимальную массу цилиндрического шпинделя станка-робота портального типа из условий прочности его стальных вертикальных стержней неполого квадратного сечения размером 100x100 миллиметров. Размеры стержней даны на рис. 1. Крепление вверху шарнирное. Коэффициент запаса прочности принять  $K=1,5$ .



1. Поскольку крепление шарнирное, и на конструкцию действует лишь вертикальная сила, то вертикальные стержни работают только на растяжение или сжатие.

2. Условие прочности таких стержней  $K \cdot F/S = [\sigma]$ . Для стали  $[\sigma] = 5 \cdot 10^8$  Па

3. Если использовать правило рычага, относительно левой опоры (стержня), то имеем рычаг 2-го рода. Тогда можно рассчитать нагрузку на правом стержне (R):  $L_1 \cdot R = L_2 \cdot mg$ .

На эскизе выносные линии горизонтальных размеров установлены от правых торцов вертикальных стержней. Поэтому расстояние между осями таких стержней будет так же 1000 мм, расстояние от оси цилиндрического шпинделя до оси левого стержня (учитывая одинаковые размеры их сечений 100 и 100 мм) будет 3000 мм, а расстояние от оси цилиндрического шпинделя до оси правого стержня будет 2000 мм.

Тогда  $L_1 = 1000$  мм, а  $L_2 = 3000$  мм, и тогда  $m = (L_1 / L_2) (R/g)$ .

4. Так как реакция на правой опоре равна силе воздействия на нее, то  $R = F = [\sigma] S / K$

5. Площадь  $S = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$  м<sup>2</sup>.

6. Тогда масса может быть:  $m = (1000/3000) (5 \cdot 10^8 \cdot 0,01 / 1,5 / 9,8) = 113378,7$  кг. После округления до целого 113379 кг.

7. Применяя правило рычага 1-го рода к левой опоре, видно, что соотношение расстояний будет меньше и усилие на ней будет меньше. Поскольку материал опор это

**Ответ: 113379 кг.**

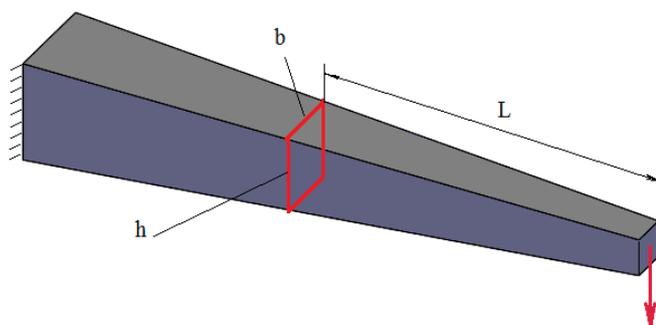
*Примечание 1. Можно было бы учесть и массу горизонтального стержня, но про него ничего не сказано. Если учащийся учтет каким-то образом этот фактор, например, предположит, что он такой же, как и остальные, то это хорошо, но добавлять балл не следует. Если не учтет, то оценку снижать не следует.*

*Примечание 2. Если учащийся не учтет, что шпиндель имеет диаметр и центр его массы не перенесет на расстояние радиуса, то оценка снижется с 10 до 6 баллов (как это отмечено в правилах).*

*Примечание 3. Поскольку сейчас учащиеся не изучают дисциплину «Черчение», то могут не определить точно характер расположения выносных линий от вертикальных стержней и принять, что выносные линии совпадают с осями симметрии таких стержней. В таком случае полученный ответ будет равен 115300 Кг. Данный ответ следует признать так же правильным.*

### **Задача на решение №2**

*Звенья рук промышленных роботов (плечи, локти) могут быть, например, квадратного поперечного сечения и быть сплошными. Размеры такого сечения могут быть постоянными по длине звена, а могут меняться (см. рис. 2). Если полагать, что звено, например, локоть расположено горизонтально и на его конце (в кисти) зажат груз некоторой массы, то в звене в некоторых его точках могут возникнуть максимальные напряжения, которые могут разрушить это звено. Определите в виде формулы закон изменения размера  $h$  квадратного поперечного сечения звена в зависимости от расстояния этого сечения до груза  $L$ . В качестве условия принять требование, чтобы максимальные напряжения в каждом из сечений звена были бы одинаковыми.*



1. Формула для расчета напряжений в любом сечении  $\sigma = 6 \cdot L \cdot F / (b \cdot h^2)$ .

2. Поскольку по условию сечение квадратное, то  $\sigma = 6 \cdot L \cdot F / (h^3)$ .

3. Откуда  $h = (\text{Корень третьей степени от } (6 \cdot F / \sigma)) \cdot (\text{Корень третьей степени от } (L))$

Максимальные значения напряжений ( $\sigma$ ) всюду должны быть одинаковыми и не зависящими от  $L$ . Масса груза и, соответственно, его вес, так же не меняются. Таким образом, размер  $h$  зависит от  $L$  как корень третьей степени от этой величины..

$$h = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot F}{(\sigma)}} \cdot \sqrt[3]{L} \qquad \text{или другой вариант записи} \qquad h = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot F \cdot L}{(\sigma)}}$$

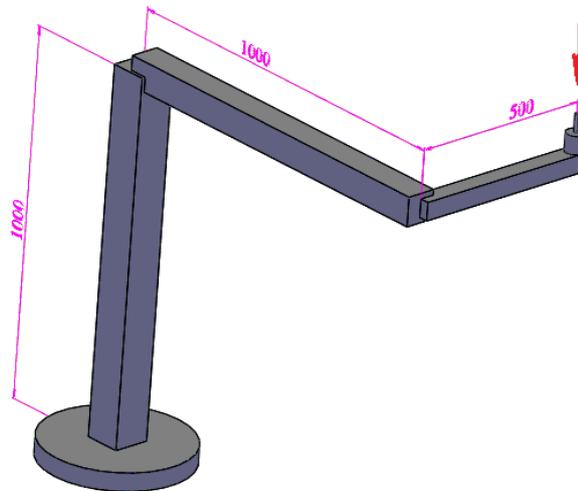
**Ответ:**

*Примечание. В условиях задачи требуется найти «закон изменения размера  $h$  квадратного поперечного сечения звена в зависимости от расстояния этого сечения до груза  $L$ ». Такая зависимость обусловлена использованием корня третьей степени от  $L$ . Все остальные параметры правой части равенства выступают в качестве константы. Поскольку в условии ничего не сказано по необходимости учета коэффициента запаса прочности, то приведенные выше формулы следует признать правильными. Однако, в справочном материале для учащихся указано, что максимальные напряжения рассчитываются с учетом коэффициента запаса прочности  $K$ . Если учащиеся приведут итоговую зависимость с данным коэффициентом, то и такие зависимости следует признать правильными (например, не 6, а 9 под корнем). В любом случае важно получить правильную зависимость  $h$  от  $L$ .*

### **Задача на решение №3.**

*Определить величину смещения конца сверла, установленного в шпинделе на конце руки промышленного робота, в зависимости от действия силы резания на этом сверле, равной 100*

Н. Все элементы робота выполнены из конструкционной стали. Конструкция и размеры робота приведены на рисунке. Массой всех элементов робота, шпинделя и сверла пренебречь. Длинами всех звеньев робота считать длины, указанные на рис. 3. Сечения всех звеньев сплошные и квадратные. Размеры квадратов, соответственно: 100, 80 и 50 мм.



1. Имеется три стержня, каждый из которых деформируется: третий стержень изгибается, второй изгибается и скручивается и первый изгибается и сжимается. Необходимо рассчитать все эти деформации последовательно и сложить.

2. Изгиб третьего стержня:  $Y_3 = FL_3^3 / (3 \cdot E \cdot J_x)$ , где  $J_x = h_3^4 / 12$ .  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па  
 $Y_3 = 100 \cdot 0,5^3 / (3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,05^4 / 12) = 0,000040$  м.

3. Изгиб второго стержня (силу от сверла перенести на конец данного стержня и добавили от нее крутящий момент):

$Y_2 = 100 \cdot 1^3 / (3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,08^4 / 12) = 0,000049$  м.

4. Скручивание второго стержня от крутящего момента:  $\varphi = M \cdot L_2 / (G \cdot I)$ . Здесь  $M = F \cdot L_3$  и  $I \approx h^4 / 7$ .  $G = 8 \cdot 10^{10}$  Па.

$\varphi = F \cdot L_3 \cdot L_2 / (G \cdot h^4 / 7)$  или  $\varphi = 100 \cdot 0,5 \cdot 1 / (8 \cdot 10^{10} \cdot 0,08^4 / 7) = 1 \cdot 10^{-4}$  рад.

Тогда перемещение конца третьего звена будет равно:  $\text{tg}(0,0001 \text{ рад}) \cdot L_3$

или  $\text{tg}(0,0001 \text{ рад}) \cdot 0,5 = 0,000053$  мм.

5. Изгиб первого стержня (перенесли силу от сверла на конец этого стержня и приложили момент от этой силы. Изгиб создается таким моментом силы от сверла с плечом, равным диагонали треугольника от двух последних стержней, – применяется теорема Пифагора):

$Y_1 = 100 \cdot \text{SQRT}(0,5^2 + 1^2)^3 / (3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,1^4 / 12) = 0,000028$  м.

6. Сжатие первого стержня:  $\Delta L = F \cdot L_1 / (E S_1)$

$\Delta L = 100 \cdot 1 / (2 \cdot 10^{11} \cdot 0,1 \cdot 0,1) = 5 \cdot 10^{-8}$  м.

7 Суммарная деформация:  $0,000040 + 0,000049 + 0,000053 + 0,000028 + 5 \cdot 10^{-8} = 0,00017$  м.

или 0,17 мм.

**Ответ: 0,17 мм.**