



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

11 класс

Заключительный этап
Вариант 1

2018–2019

1. Колонна пехоты растянулась на 1 км. Старшина Ким, выехав на гироскутере из конца колонны, достиг её начала и вернулся к концу. Пехотинцы прошли за это время $4/3$ км. А какое расстояние за это время проехал старшина?

2. Решите неравенство $\sqrt{9-x} - 3 \geq x|x-3| + \ln(1+x)$.

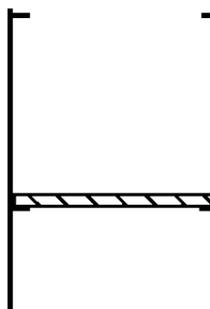
3. Дана правильная четырёхугольная пирамида. Сторона основания равна 6, длина бокового ребра 5. Сфера Q_1 вписана в пирамиду. Сфера Q_2 касается Q_1 и всех боковых граней пирамиды. Найдите радиус сферы Q_2 .

4. По кругу записаны 2019 чисел. Для любых двух соседних чисел x и y выполняются неравенства $|x-y| \geq 2$, $x+y \geq 6$. Найдите наименьшую возможную сумму записанных чисел.

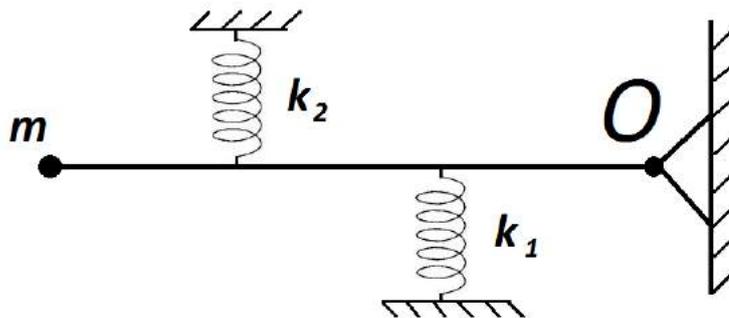
5. (10 баллов) Небольшая вагонетка с реактивным двигателем стоит на рельсах. Рельсы уложены в форме окружности радиусом R . Вагонетка стартует с места, при этом реактивная сила имеет постоянное значение. До какой максимальной скорости вагонетка разгонится за один полный круг, если её ускорение за этот промежуток времени не должно превысить значение a ?

6. (10 баллов) На тонкую рассеивающую линзу, оптическая сила которой $D_p = -6 \text{ Дптр}$, падает пучок света диаметром $d_1 = 10 \text{ см}$. На экране расположенном параллельно линзе наблюдается светлое пятно диаметром $d_2 = 20 \text{ см}$. После замены тонкой рассеивающей линзы на тонкую собирающую линзу размер пятна на экране не изменился. Определите оптическую силу D_c собирающей линзы.

7. (15 баллов) Внутри цилиндра располагаются две пары одинаковых упоров. Расстояние между нижними упорами и дном $l_1 = 10 \text{ см}$, между нижними и верхними упорами $l_2 = 15 \text{ см}$. На нижних упорах лежит поршень с максимально возможной массой $M = 10 \text{ кг}$, которую они способны выдержать. Площадь основания цилиндра $S = 10 \text{ см}^2$. Какое минимальное количество теплоты Q следует передать одноатомному идеальному газу под поршнем, для того чтобы поршень мог выскочить из цилиндра? Количество газа под поршнем $\nu = 1 \text{ моль}$, его начальное давление равно атмосферному $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Толщиной поршня пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



8. (15 баллов) Конструкция из жёстко соединённых лёгкого стержня и небольшого груза массой $m=1\text{ кг}$ может совершать колебания под действием двух пружин с жёсткостями $k_1=60\frac{\text{Н}}{\text{м}}$ и $k_2=10\frac{\text{Н}}{\text{м}}$, двигаясь при вращении без трения вокруг вертикальной оси O по гладкой горизонтальной поверхности стола. Пружины лёгкие, их оси горизонтальны, а точки прикрепления к стержню делят его на три равные части. В положении равновесия пружины не деформированы. Найдите период малых колебаний конструкции.





Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

11 класс

Заключительный этап
Вариант 2

2018–2019

1. Колонна пехоты растянулась на 1 км. Старшина Ким, выехав на гироскутере из конца колонны, достиг её начала и вернулся к концу. Пехотинцы прошли за это время 2 км 400 м. А какое расстояние за это время проехал старшина?

2. Решите неравенство

$$\sqrt{4-x} - 2 \leq x|x-3| + \operatorname{arctg} x.$$

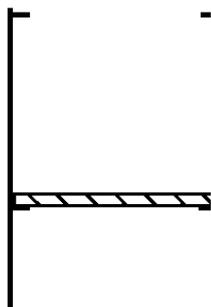
3. Дана правильная четырёхугольная пирамида. Сторона основания равна 12, длина бокового ребра 10. Сфера Q_1 вписана в пирамиду. Сфера Q_2 касается Q_1 и всех боковых граней пирамиды. Найдите радиус сферы Q_2 .

4. По кругу записаны 1001 чисел. Для любых двух соседних чисел x и y выполняются неравенства $|x - y| \geq 4$, $x + y \geq 6$. Найдите наименьшую возможную сумму записанных чисел.

5. (10 баллов) Небольшая вагонетка с реактивным двигателем стоит на рельсах. Рельсы уложены в форме окружности радиусом R . Вагонетка стартует с места, при этом реактивная сила имеет постоянное значение. До какой максимальной скорости вагонетка разгонится за один полный круг, если её ускорение за этот промежуток времени не должно превысить значение a ?

6. (10 баллов) На тонкую рассеивающую линзу, оптическая сила которой $D_p = -6 \text{ Дптр}$, падает пучок света диаметром $d_1 = 5 \text{ см}$. На экране расположенном параллельно линзе наблюдается светлое пятно диаметром $d_2 = 20 \text{ см}$. После замены тонкой рассеивающей линзы на тонкую собирающую линзу размер пятна на экране не изменился. Определите оптическую силу D_c собирающей линзы.

7. (15 баллов) Внутри цилиндра располагаются две пары одинаковых упоров. Расстояние между нижними упорами и дном $l_1 = 20 \text{ см}$, между нижними и верхними упорами $l_2 = 25 \text{ см}$. На нижних упорах лежит поршень с максимально возможной массой $M = 10 \text{ кг}$, которую они способны выдержать. Площадь основания цилиндра $S = 10 \text{ см}^2$. Какое минимальное количество теплоты Q следует передать двухатомному идеальному газу под поршнем, для того чтобы поршень мог выскочить из цилиндра? Количество газа под поршнем $\nu = 1 \text{ моль}$, его начальное давление равно атмосферному $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Толщиной поршня пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



8. (15 баллов) Конструкция из жёстко соединённых лёгкого стержня и небольшого груза массой $m=1,6\text{ кг}$ может совершать колебания под действием двух пружин с жёсткостями $k_1=10\frac{\text{Н}}{\text{м}}$ и $k_2=7,5\frac{\text{Н}}{\text{м}}$, двигаясь при вращении без трения вокруг вертикальной оси O по гладкой горизонтальной поверхности стола. Пружины лёгкие, их оси горизонтальны, а точки прикрепления к стержню делят его на три равные части. В положении равновесия пружины не деформированы. Найдите период малых колебаний конструкции.

