



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» по естественным наукам

Отборочный этап

9 класс

2018-2019

Вариант 1

Задания, ответы и критерии оценивания

1. (16 баллов) Оля, пройдя пятую часть пути из дома в школу, поняла, что забыла тетрадку. Если она не будет за ней возвращаться, то придёт в школу за 6 мин до звонка, а если вернётся, то на две минуты опоздает. Сколько времени (в минутах) занимает путь в школу?

Ответ: 20 мин

Решение. Лишние $2/5$ пути занимают 8 мин. Значит, весь путь в школу займёт 20 мин.

2. (17 баллов) Найдите наименьший корень уравнения

$$\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1} + 3\sqrt{3x-2} = 10$$

Ответ: 2

Решение. Видно, что 2 – корень уравнения. Функция в левой части уравнения возрастающая (как сумма возрастающих функций). Поэтому других корней нет.

3. (17 баллов) В клетчатом квадрате 5×5 нужно поставить 6 крестиков так, чтобы в каждой строке и каждом столбце был хотя бы один крестик. Сколько способов это сделать?

Ответ: 4200

Решение. Из условия следует, что в какой-то строке a и в каком-то столбце b по два крестика (а в остальных строках и столбцах – по одному). И строка a , и столбец b выбираются 5 способами. Далее возможны два случая.

Первый. На пересечении a и b стоит крестик. Ещё по одному крестик из каждой линии выбираем 4 способами. Теперь остались незанятыми три строки и три столбца. На их пересечении оставшиеся крестики расставляются $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способами. Итак, расстановок первого типа $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 = 2400$.

Второй. На пересечении a и b нет крестика. Тогда по два крестика из каждой из этих двух линий выбираем $4 \cdot 3/2 = 6$ способами. Теперь остались незанятыми две строки и два столбца. На их пересечении оставшиеся крестики расставляются двумя способами. Итак, расстановок второго типа $5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 = 1800$.

Всего получается $2400 + 1800 = 4200$ вариантов расстановки 6 крестиков.

4. (20 баллов) Пуля массой $m=10\text{ г}$, летевшая горизонтально со скоростью $v_1=500\text{ м/с}$, пробивает массивную доску и вылетает из неё со скоростью $v_2=200\text{ м/с}$. Найдите величину работы, совершённой над пулей силой сопротивления доски.

Ответ: 1050 Дж

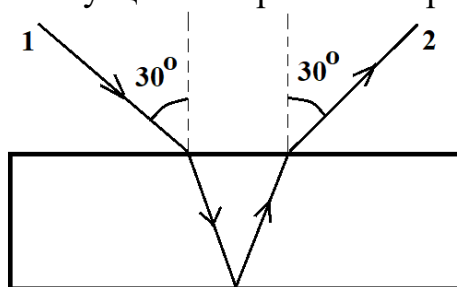
Решение. Из закона сохранения энергии следует, что

$$A = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{0,01 \cdot 500^2}{2} - \frac{0,01 \cdot 200^2}{2} = 1050 \text{ Дж}.$$

5. (15 баллов) Световой луч падает под углом $\alpha=30^\circ$ на переднюю поверхность плоскопараллельной стеклянной пластинки. Показатель преломления стекла $n=1,5$. На какой угол от направления падающего луча отклоняется луч, отражённый от задней поверхности пластинки и вышедший из неё обратно через переднюю поверхность?

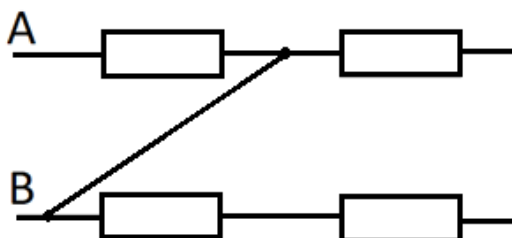
Ответ: 120°

Решение. Описываемая ситуация изображена на рисунке.



Необходимо найти угол между лучами 1 и 2. Видно, что искомый угол равен $180^\circ - 2\alpha = 120^\circ$.

6. (15 баллов) Четыре резистора с одинаковыми сопротивлениями $R=5\text{ Ом}$ каждый соединены следующим образом.



Определите сопротивление всей схемы между точками A и B . Сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало.

Ответ: 5 Ом

Решение. Переключатель позволяет току протекать, минуя нижние и правое верхнее сопротивления. Следовательно, мы получаем: $R_{\text{общ}} = R = 5\text{ Ом}$.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» по естественным наукам

Отборочный этап

9 класс

2018-2019

Вариант 2

Задания, ответы и критерии оценивания

1. (16 баллов) Коля, пройдя четвертую часть пути из дома в школу, понял, что забыл задачник. Если он не будет за ним возвращаться, то придёт в школу за 5 мин до звонка, а если вернётся, то на одну минуту опоздает. Сколько времени (в минутах) занимает путь в школу?

Ответ: 12 мин

Решение. Лишние $\frac{2}{4}$ пути занимают 6 мин. Значит, весь путь в школу займёт 12 мин.

2. (17 баллов) Найдите наибольший корень уравнения

$$3\sqrt{x-2} + 2\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 11.$$

Ответ: 3

Решение. Видно, что 3 – корень уравнения. Функция в левой части уравнения возрастающая (как сумма возрастающих функций). Поэтому других корней нет.

3. (17 баллов) В клетчатом квадрате 4×4 нужно поставить 5 крестиков так, чтобы в каждой строке и каждом столбце был хотя бы один крестик. Сколько способов это сделать?

Ответ: 432

Решение. Из условия следует, что в какой-то строке a и в каком-то столбце b по два крестика (а в остальных строках и столбцах – по одному). И строка a , и столбец b выбираются 4 способами. Далее возможны два случая.

Первый. На пересечении a и b стоит крестик. Ещё по одному крестик из каждой линии выбираем 3 способами. Теперь остались незанятыми две строки и два столбца. На их пересечении оставшиеся крестики расставляются двумя способами. Итак, расстановок первого типа $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 288$.

Второй. На пересечении a и b нет крестика. Тогда по два крестика из каждой из этих двух линий выбираем тремя способами. Теперь остались незанятыми только одна строка и один столбец, на пересечении которых нужно поставить крестик. Итак, расстановок второго типа $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 144$.

Всего получается $288 + 144 = 432$ вариантов расстановки 5 крестиков.

4. (20 баллов) Пуля массой $m=10$ г, летевшая горизонтально со скоростью $v_1=400$ м/с, пробивает массивную доску и вылетает из неё со скоростью $v_2=100$ м/с. Найдите величину работы, совершённой над пулей силой сопротивления доски.

Ответ: 750 Дж

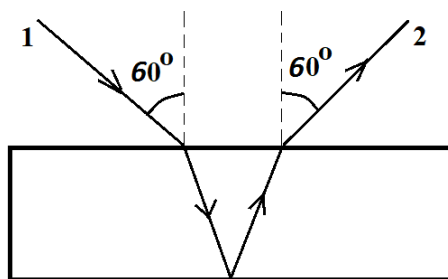
Решение. Из закона сохранения энергии следует, что

$$A = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{0,01 \cdot 400^2}{2} - \frac{0,01 \cdot 100^2}{2} = 750 \text{ Дж.}$$

5. (15 баллов) Световой луч падает под углом $\alpha=60^\circ$ на переднюю поверхность плоскопараллельной стеклянной пластинки. Показатель преломления стекла $n=1,6$. На какой угол от направления падающего луча отклоняется луч, отражённый от задней поверхности пластинки и вышедший из неё обратно через переднюю поверхность?

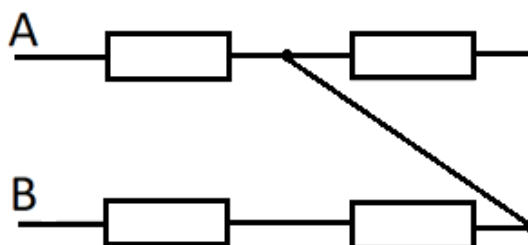
Ответ: 60°

Решение. Описываемая ситуация изображена на рисунке.



Необходимо найти угол между лучами 1 и 2. Видно, что искомый угол равен $180^\circ - 2\alpha = 60^\circ$

6. (15 баллов) Четыре резистора с одинаковыми сопротивлениями $R=5$ Ом каждый соединены следующим образом.



Определите сопротивление всей схемы между точками A и B. Сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало.

Ответ: 15 Ом

Решение. Перемычка позволяет току протекать, минуя правое верхнее сопротивление. Следовательно, мы получаем: $R_{\text{общ}} = 3R = 15$ Ом.