Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» по естественным наукам

Заключительный этап
2017–2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

7 класс

Вариант I

1. Андрей, Борис и Валентин участвовали в забеге на 1 км. (Считаем, что каждый из них бежал с постоянной скоростью). Андрей на финише был впереди Бориса на 100 м. А Борис на финише был впереди Валентина на 50 м. Какое расстояние было между Андреем и Валентином в тот момент, когда финишировал Андрей?

Ответ: 145 м.

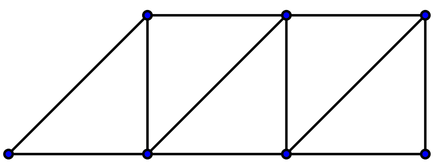
Решение. Пусть скорости Андрея, Бориса и Валентина соответственно a, b и c м/с. Из условия следует, что $b = 0{,}9a$, $c = 0{,}95b$. Отсюда $c = 0{,}9 \cdot 0{,}95a = 0{,}855a$. Значит, когда Андрей пробежит 1000 м, Валентин преодолеет 855 м. Отставание составит 145 м.

Оценивание. За верное решение 12 б.

2. Знайка знает, что любой треугольник можно разрезать на 4 равных треугольника. А существует ли четырёхугольник, который можно разрезать на 5 равных треугольников?

Ответ: Да.

Решение. Один из возможных вариантов — на рис.



Оценивание. За верное решение 12 б.

3. В клетках квадрата 3×3 расположены числа $1, 2, 3, \ldots, 9$. Известно, что любые два последовательных числа расположены в соседних (по стороне) клетках. Какое число может стоять в центральной клетке, если сумма чисел в угловых клетках равна 18?

Ответ: 7.

Решение. Покрасим клетки в шахматном порядке: пусть угловые и центральная клетки — чёрные, а остальные белые. Из условия следует, что в клетках разного цвета числа разной чётности. Поскольку чёрных клеток пять, а белых четыре, получаем, что в чёрных клетках нечётные числа. Их общая сумма $1+3+5+7+9 = 25$. Значит, в центральной клетке стоит число $7 = 25 - 18$.

Оценивание. За верное решение 12 б. Если приведён пример расстановки чисел, удовлетворяющей условию задачи, но не доказана единственность ответа, 6 б.

4. На окружности отметили 40 красных точек, и одну синюю. Рассматриваются всевозможные многоугольники с вершинами в отмеченных точках. Каких многоугольников больше, и на сколько: с синей вершиной, или без нее?

Ответ: С синей вершиной многоугольников на 780 больше, чем многоугольников без синей вершины.

Решение. Назовём многоугольники с синей вершиной синими, а без синей вершины — красными. Возьмём произвольный красный многоугольник. Добавление к нему синей вершины даёт ровно один синий многоугольник. Таким образом может быть получен любой синий многоугольник, в котором не менее четырёх вершин. Значит, разность числа синих многоугольников и числа красных многоугольников равна количеству синих треугольников. Последних же столько, сколько есть способов выбрать две красные точки (две красные вершины синего треугольника), т. е. $\frac{40 \cdot 39}{2} = 780$.

Оценивание. За верное решение 14 б.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» по естественным наукам

Заключительный этап 2017-2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

7 класс
Вариант 1

физика

5. Человек идет параллельно железнодорожным путям с постоянной скоростью. Мимо него также с постоянной скоростью проезжает поезд. Человек заметил, что в зависимости от направления движения поезда, он проносится мимо, или за $t_1 = 1\,мин$, или за $t_2 = 2\,мин$. Определите, сколько времени человек бы шел по поезду от одного его конца до другого.

(*15 баллов*)

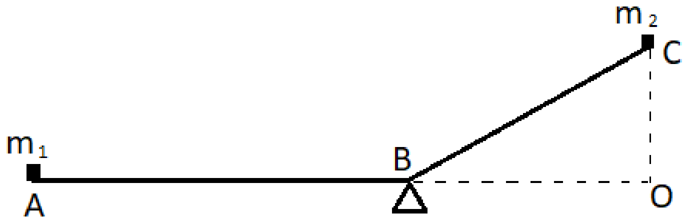
Ответ: 4 *мин*

Решение. Когда поезд и человек двигаются навстречу друг другу: $l = (v_п + v_ч)\cdot t_1$ (3 балла), где l – длина поезда, $v_п$ – его скорость, $v_ч$ – скорость человека. Если направления движения поезда и человека совпадают, то: $l = (v_п - v_ч)\cdot t_2$ (3 балла). В ситуации, когда человек идет по поезду: $l = v_ч \cdot t_3$. (3 балла). Решая данную систему уравнений, получаем окончательный ответ:

$$t_3 = \frac{2t_1t_2}{t_2 - t_1} = \frac{2\cdot1\cdot2}{2-1} = 4\ минуты$$ (6 баллов).

6. Изогнутый тонкий однородный стержень ABC, с расположенными на его концах маленькими грузами $m_1 = 2\,кг$ и m_2, находится в равновесии относительно опоры, подведенной к точке B. Масса единицы длины стержня $\lambda = 2\,кг$. Известно, что $AB = 7\,м$, $BC = 5\,м$, $BO = 4\,м$, $OC = 3\,м$. Найдите m_2.

(*10 баллов*)



Ответ: 10,75 *кг*

Решение. Стержень состоит из двух кусков с массами $m_л = \lambda \cdot AB = 2 \cdot 7 = 14\,кг$ (2 балла) и $m_п = \lambda \cdot BC = 2 \cdot 5 = 10\,кг$ (2 балла). Условие равновесия в данной ситуации: $m_1 \cdot AB + m_л \cdot \frac{1}{2} AB = m_2 \cdot BO + m_п \cdot \frac{1}{2} BO$ (3 балла). В результате, получаем:

$$m_2 = \frac{m_1 \cdot AB + m_л \cdot \frac{1}{2} AB - m_п \cdot \frac{1}{2} BO}{BO} = \frac{2 \cdot 7 + 14 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 - 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4}{4} = 10{,}75\,кг$$ (3 балла).

7. На концах вертикально расположенной однородной пружины закреплены два маленьких груза. Сверху находится груз массой m_1, снизу – m_2. Человек взялся за середину пружины и удерживает её вертикально в воздухе. При этом верхняя половина пружины оказалась деформированной на $x_1 = 8\,см$, а нижняя на $x_2 = 15\,см$. После этого он, не переворачивая, поставил пружину на горизонтальную поверхность и отпустил её. Определите величину деформации пружины в этом случае. Размером ладони человека по сравнению с длиной пружины пренебречь. **(*15 баллов*)**

Ответ: 16 *см*

Решение. Если жёсткость пружины k, то жёсткость половины пружины $2k$ (4 балла). Для ситуации, когда пружину держит человек: $m_1 g = 2kx_1$ (4 балла).

Для ситуации, когда пружина стоит на поверхности: $m_1 g = kx$ (4 балла). Получаем, что $x = 2x_1 = 16\,см$ (3 балла).

8. Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Два маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в два раза плотностью. Определите отношение начальной и конечной плотностей большого куба. **(*10 баллов*)**

Ответ: 0,8

Решение. Связь массы и объема: $m = \rho V$ (2 балла), то есть новые кубики, при том же объеме, в два раза тяжелей. Начальная плотность: $\rho_{нач} = \frac{8m_0}{8V_0}$ (3 балла).

Конечная плотность: $\rho_{кон} = \frac{6m_0 + 2m_1}{8V_0} = \frac{6m_0 + 2 \cdot 2m_0}{8V_0} = \frac{10m_0}{8V_0}$ (3 балла).

Окончательный результат: $\frac{\rho_{нач}}{\rho_{кон}} = \frac{8}{10} = 0{,}8$ (2 балла).

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» по естественным наукам

Заключительный этап 2017–2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

7 класс

Вариант II

1. Андрей, Борис и Валентин участвовали в забеге на 1 км. (Считаем, что каждый из них бежал с постоянной скоростью). Андрей на финише был впереди Бориса на 100 м. А Борис на финише был впереди Валентина на 60 м. Какое расстояние было между Андреем и Валентином в тот момент, когда финишировал Андрей?

Ответ: 154 м.

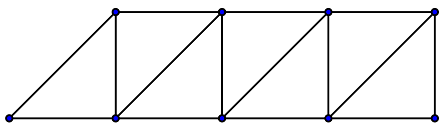
Решение. Пусть скорости Андрея, Бориса и Валентина соответственно a, b и c м/с. Из условия следует, что $b = 0{,}9a$, $c = 0{,}94b$. Отсюда $c = 0{,}9 \cdot 0{,}94a = 0{,}846a$. Значит, когда Андрей пробежит 1000 м, Валентин преодолеет 846 м. Отставание составит 154 м.

Оценивание. За верное решение 12 б.

2. Знайка знает, что любой треугольник можно разрезать на 4 равных треугольника. А существует ли четырёхугольник, который можно разрезать на 7 равных треугольников?

Ответ: Да.

Решение. Один из возможных вариантов — на рис.



Оценивание. За верное решение 12 б.

3. В клетках квадрата 3×3 расположены числа $0, 1, 2, \ldots, 8$. Известно, что любые два последовательных числа расположены в соседних (по стороне) клетках. Какое число может стоять в центральной клетке, если сумма чисел в угловых клетках равна 18?

Ответ: 2.

Решение. Покрасим клетки в шахматном порядке: пусть угловые и центральная клетки — чёрные, а остальные белые. Из условия следует, что в клетках разного цвета числа разной чётности. Поскольку чёрных клеток пять, а белых четыре, получаем, что в чёрных клетках чётные числа. Их общая сумма $0+2+4+6+8 = 20$. Значит, в центральной клетке стоит число $2 = 20 - 18$.

Оценивание. За верное решение 12 б. Если приведён пример расстановки чисел, удовлетворяющей условию задачи, но не доказана единственность ответа, 6 б.

4. На окружности отметили 60 красных точек, и одну синюю. Рассматриваются всевозможные многоугольники с вершинами в отмеченных точках. Каких многоугольников больше, и на сколько: с синей вершиной, или без нее?

Ответ: С синей вершиной многоугольников на 1770 больше, чем многоугольников без синей вершины.

Решение. Назовём многоугольники с синей вершиной синими, а без синей вершины — красными. Возьмём произвольный красный многоугольник. Добавление к нему синей вершины даёт ровно один синий многоугольник. Таким образом может быть получен любой синий многоугольник, в котором не менее четырёх вершин. Значит, разность числа синих многоугольников и числа красных многоугольников равна количеству синих треугольников. Последних же столько, сколько есть способов выбрать две красные точки (две красные вершины синего треугольника), т. е. $\frac{60 \cdot 59}{2} = 1770$.

Оценивание. За верное решение 14 б.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

Заключительный этап
2017-2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

7 класс
Вариант 2

физика

5. Человек идет параллельно железнодорожным путям с постоянной скоростью. Мимо него также с постоянной скоростью проезжает поезд. Человек заметил, что в зависимости от направления движения поезда, он проносится мимо, или за $t_1 = 2\ \text{мин}$, или за $t_2 = 4\ \text{мин}$. Определите, сколько времени человек бы шел по поезду от одного его конца до другого.

(***15 баллов***)

Ответ: 8 *мин*

Решение. Когда поезд и человек двигаются навстречу друг другу, то

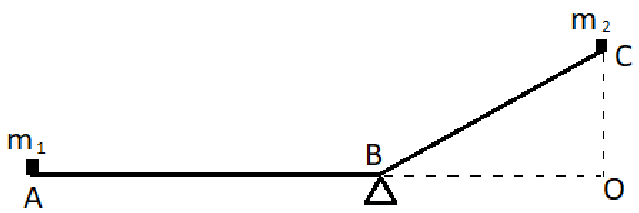
$l = (v_п + v_ч) \cdot t_1$ (3 балла), где l – длина поезда, $v_п$ – его скорость, $v_ч$ – скорость человека. Если направления движения поезда и человека совпадают, то

$l = (v_п - v_ч) \cdot t_2$ (3 балла). В ситуации, когда человек идет по поезду: $l = v_ч \cdot t_3$ (3 балла). Решая данную систему уравнений, получаем окончательный ответ:

$t_3 = \dfrac{2t_1t_2}{t_2 - t_1} = \dfrac{2 \cdot 2 \cdot 4}{4 - 2} = 8\ \text{минут}$ (6 баллов).

6. Изогнутый тонкий однородный стержень ABC, с расположенными на его концах маленькими грузами m_1 и $m_2 = 20\ \text{кг}$, находится в равновесии относительно опоры, подведенной к точке B. Масса единицы длины стержня $\lambda = 3\ \text{кг}$. Известно, что $AB = 7\ \text{м}$, $BC = 5\ \text{м}$, $BO = 4\ \text{м}$, $OC = 3\ \text{м}$. Найдите m_1.

(***10 баллов***)



Ответ: 5,2 *кг*

Решение. Стержень состоит из двух кусков с массами $m_л = \lambda \cdot AB = 3 \cdot 7 = 21\,кг$ (2 балла) и $m_п = \lambda \cdot BC = 3 \cdot 5 = 15\,кг$ (2 балла). Условие равновесия в данной ситуации: $m_1 \cdot AB + m_л \cdot \frac{1}{2}AB = m_2 \cdot BO + m_п \cdot \frac{1}{2}BO$ (3 балла). В результате, получаем:

$$m_1 = \frac{m_2 \cdot BO + m_п \cdot \frac{1}{2}BO - m_л \cdot \frac{1}{2}AB}{AB} = \frac{20 \cdot 4 + 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 - 21 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7}{7} \approx 5{,}2\,кг$$ (3 балла).

7. На концах вертикально расположенной однородной пружины закреплены два маленьких груза. Сверху находится груз массой m_1, снизу – m_2. Человек взялся за середину пружины и удерживает её вертикально в воздухе. При этом верхняя половина пружины оказалась деформированной на $x_1 = 8\,см$, а нижняя на $x_2 = 15\,см$. После этого он перевернул пружину, поменяв грузы местами. Затем поставил её на горизонтальную поверхность и отпустил. Определите величину деформации пружины в этом случае. Размером ладони человека по сравнению с длиной пружины пренебречь.

(***15 баллов***)

Ответ: 30 *см*

Решение. Если жёсткость пружины k, то жёсткость половины пружины $2k$ (4 балла). Для ситуации, когда пружину держит человек: $m_2 g = 2kx_2$ (4 балла).

Для ситуации, когда пружина стоит на поверхности: $m_2 g = kx$ (4 балла). Получаем, что $x = 2x_2 = 30\,см$ (3 балла).

8. Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Три маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в три раза плотностью. Определите отношение конечной и начальной плотностей большого куба. (***10 баллов***)

Ответ: 1,75

Решение. Связь массы и объема: $m = \rho V$ (2 балла), то есть новые кубики, при том же объеме, в три раза тяжелей. Начальная плотность: $\rho_{нач} = \frac{8m_0}{8V_0}$

(3 балла). Конечная плотность: $\rho_{кон} = \frac{5m_0 + 3m_1}{8V_0} = \frac{5m_0 + 3 \cdot 3m_0}{8V_0} = \frac{14m_0}{8V_0}$ (3 балла).

Окончательный результат: $\frac{\rho_{кон}}{\rho_{нач}} = \frac{14}{8} = 1{,}75$ (2 балла).