



Многопрофильная инженерная олимпиада  
«Звезда»  
по естественным наукам  
Заключительный этап  
2017–2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс

Вариант I



1. *Палиндромом* называется число, которое читается одинаково слева направо и справа налево. Например, числа 353 и 4884 — палиндромы. Известно, что трёхзначное число  $x$  — палиндром. К нему прибавили 32 и получили четырёхзначное число, также являющееся палиндромом. Найдите  $x$ .

**Ответ:** 969.

**Решение.** Поскольку  $x + 32$  — четырёхзначное число, выполняется неравенство  $x + 32 \geq 1000$ , откуда  $x \geq 968$ . Из того, что  $x$  — трёхзначный палиндром, получаем, что это число начинается и заканчивается цифрой 9, а его средняя цифра не меньше 6. Перебирая четыре возможных варианта, находим единственный ответ.

**Оценивание.** Если ответ найден, но не доказана его единственность, 6 баллов. За полное решение 12 баллов.

2. Встретились Антон, Боря, Вася и Гриша. Известно, что каждый из них либо из племени *рыцарей* (которые всегда говорят правду), либо из племени *лжецов* (которые всегда лгут). Антон сказал, что он и Гриша — из разных племён. Боря и Вася назвали друг друга лжецами. А Гриша утверждал, что среди них четверых не меньше двух рыцарей. Сколько же их на самом деле?

**Ответ:** Один рыцарь.

**Решение.** Если бы Боря и Вася были из одного племени, то они назвали бы друг друга рыцарями. Этого не случилось. Значит, среди них один рыцарь и один лжец. Если бы Антон был прав, то рыцарей было бы ровно два. В этом случае Гриша тоже правдив — противоречие с тем, что он с Антоном из разных племён. Значит, Антон — лжец, Гриша оказывается его соплеменником, т. е. тоже лжецом.

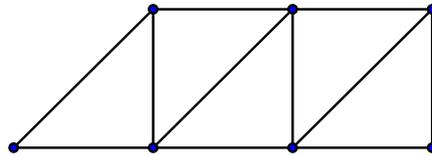
**Оценивание.** За полное решение 12 баллов. Если указано верное распределение по племенам (Антон и Гриша — лжецы, а среди Бори и Васи один рыцарь и один лжец) и отмечено, что при этом каждый высказывается в соответствии со своим статусом, но не доказано, что нет других решений, 6 баллов. Если приведён только

один из двух возможных вариантов распределения по племенам, то 3 б.

**3.** Знайка знает, что любой треугольник можно разрезать на 4 равных треугольника. А существует ли четырёхугольник, который можно разрезать на 5 равных треугольников?

**Ответ:** Да.

**Решение.** Один из возможных вариантов — на рис.



**Оценивание.** За правильный пример 13 баллов.

**4.** В клетках квадрата  $3 \times 3$  расположены числа  $1, 2, 3, \dots, 9$ . Известно, что любые два последовательных числа расположены в соседних (по стороне) клетках. Какое число может стоять в центральной клетке, если сумма чисел в угловых клетках равна 18?

**Ответ:** 7.

**Решение.** Покрасим клетки в шахматном порядке: пусть угловые и центральная клетки — чёрные, а остальные белые. Из условия следует, что в клетках разного цвета числа разной чётности. Поскольку чёрных клеток пять, а белых четыре, получаем, что в чёрных клетках нечётные числа. Их общая сумма  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$ . Значит, в центральной клетке стоит число  $7 = 25 - 18$ .

**Оценивание.** За верное решение 13 б. Если приведён пример расстановки чисел, удовлетворяющей условию задачи, но не доказана единственность ответа, 6 б.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам

Заключительный этап  
2017-2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс  
Вариант 1

физика

5. Два автомобиля едут по двум взаимно перпендикулярным дорогам к одному перекрестку с постоянными скоростями. В начальный момент времени первый автомобиль находился на расстоянии  $s_1 = 500$  м от перекрестка, а для второго аналогичное расстояние составляло  $s_2 = 700$  м. Скорость первого автомобиля  $v_1 = 36$  км/ч. В тот момент времени, когда первый автомобиль доехал до точки пересечения дорог, расстояние между автомобилями составляло  $s = 100$  м. Определите скорость второго автомобиля. (15 баллов)

Ответ: 12 м/с или 16 м/с

Решение.

Время движения первого автомобиля до перекрестка  $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{500}{10} = 50$  с. (3 балла)

Возможны два варианта. Второй автомобиль уже проехал перекресток или еще не доехал до него. Следовательно, пройденное им расстояние:

$l_1 = s_2 - s = 700 - 100 = 600$  м (3 балла) или  $l_2 = s_2 + s = 700 + 100 = 800$  м. (3 балла)

В результате, скорость второго автомобиля:  $v_2 = \frac{l_1}{t_1} = \frac{600}{50} = 12$  м/с (3 балла)

или  $v_2 = \frac{l_2}{t_1} = \frac{800}{50} = 16$  м/с (3 балла).

6. Аквариум в форме прямоугольного параллелепипеда имеет размеры: длина – 1,5 м, ширина – 400 мм, высота – 80 см. Его заполняют водой со скоростью 2 литра/минуту. Через сколько секунд после начала заполнения аквариум окажется заполненным полностью? (10 баллов)

Ответ: 14400 с

Решение. Объем аквариума  $V = 1,5 \cdot 0,4 \cdot 0,8 = 0,48$  м<sup>3</sup>. (3 балла)

Скорость заполнения  $v = \frac{0,002 \text{ м}^3}{60 \text{ с}}$  (3 балла). Аквариум полностью заполнится

через время  $t = \frac{V}{v} = \frac{0,48 \cdot 60}{0,002} = 14400 \text{ с}$  (4 балла).

7. Два человека идут навстречу друг другу из пунктов  $A$  и  $B$  со скоростями  $v_1 = 6 \text{ м/с}$  и  $v_2 = 4 \text{ м/с}$ . В момент встречи один из них развернулся и пошел в обратном направлении, а второй не изменил направления своего движения. Развернувшийся человек, придя в исходную точку своего путешествия, стал ждать второго. Дождлся через  $t_2 = 10 \text{ мин}$ . Определите, сколько времени  $t_1$  прошло от начала путешествия до встречи. (15 баллов)

**Ответ:** 20 мин

**Решение.** Пусть  $S$  – расстояние между пунктами  $A$  и  $B$ . Получаем  $S = v_1 t_1 + v_2 t_1$  (5 баллов). Кроме того, то же самое расстояние можно расписать следующим образом:  $S = v_2 t_1 + v_2 t_1 + v_2 t_2$  (5 баллов). В результате получаем  $t_1 = \frac{v_2 t_2}{v_1 - v_2} = \frac{4 \cdot 10}{6 - 4} = 20 \text{ мин}$  (5 баллов).

8. Улитка ползет от одного дерева до другого. За половину дня она проползла  $l_1 = 4 \text{ м}$ . Поняла, что ей всё это надоело, и повернула обратно. Проползла  $l_2 = 3 \text{ м}$ . Устала. Заснула. На следующий день все повторилось. И так каждый день. Расстояние между деревьями  $s = 40 \text{ м}$ . На какой день своего путешествия улитка доберется до дерева? (10 баллов)

**Ответ:** на 37 день

**Решение.** За сутки улитка продвигается в сторону другого дерева на:

$\Delta l = l_1 - l_2 = 1 \text{ м}$  (3 балла). На расстоянии  $l_1 = 4 \text{ м}$  (т.е. одного перехода) от своей цели она окажется через 36 дней путешествия (4 балла). Следовательно, цель будет достигнута на 37 день путешествия (3 балла).



Многопрофильная инженерная олимпиада  
«Звезда»  
по естественным наукам  
Заключительный этап  
2017–2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс

Вариант II



1. *Палиндромом* называется число, которое читается одинаково слева направо и справа налево. Например, числа 333 и 4884 — палиндромы. Известно, что трёхзначное число  $x$  — палиндром. К нему прибавили 22 и получили четырёхзначное число, также являющееся палиндромом. Найдите  $x$ .

**Ответ:** 979.

**Решение.** Поскольку  $x + 22$  — четырёхзначное число, выполняется неравенство  $x + 22 \geq 1000$ , откуда  $x \geq 978$ . Из того, что  $x$  — трёхзначный палиндром, получаем, что это число начинается и заканчивается цифрой 9, а его средняя цифра не меньше 7. Перебирая четыре возможных варианта, находим единственный ответ.

**Оценивание.** Если ответ найден, но не доказана его единственность, 6 баллов. За полное решение 12 баллов.

2. Встретились Антон, Боря, Вася и Гриша. Известно, что каждый из них либо из племени *рыцарей* (которые всегда говорят правду), либо из племени *лжецов* (которые всегда лгут). Антон сказал, что он и Гриша — из одного племени. Боря и Вася называли друг друга рыцарями. А Гриша утверждал, что среди них четверых не больше двух рыцарей. Из какого племени Боря?

**Ответ:** Боря — лжец.

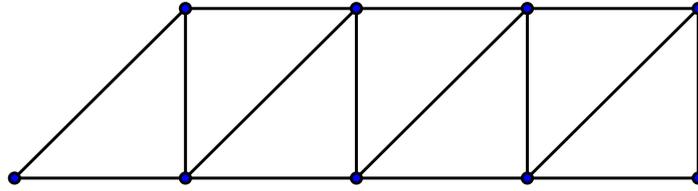
**Решение.** Кем бы ни был Антон, из его высказывания следует, что Гриша — рыцарь. Утверждения Бори и Васи означают, что они из одного племени. Поскольку Гриша правдив, Боря и Вася не могут быть рыцарями. Значит, они — лжецы.

**Оценивание.** За полное решение 12 баллов. Если приведён только один из двух возможных вариантов распределения по племенам, то 3 б.

3. Знайка знает, что любой треугольник можно разрезать на 4 равных треугольника. А существует ли четырёхугольник, который можно разрезать на 7 равных треугольников?

**Ответ:** Да.

**Решение.** Один из возможных вариантов — на рис.



**Оценивание.** За правильный пример 13 баллов.

4. В клетках квадрата  $3 \times 3$  расположены числа  $0, 1, 2, \dots, 8$ . Известно, что любые два последовательных числа расположены в соседних (по стороне) клетках. Какое число может стоять в центральной клетке, если сумма чисел в угловых клетках равна 18?

**Ответ:** 2.

**Решение.** Покрасим клетки в шахматном порядке: пусть угловые и центральная клетки — чёрные, а остальные белые. Из условия следует, что в клетках разного цвета числа разной чётности. Поскольку чёрных клеток пять, а белых четыре, получаем, что в чёрных клетках чётные числа. Их общая сумма  $0+2+4+6+8 = 20$ . Значит, в центральной клетке стоит число  $2 = 20 - 18$ .

**Оценивание.** За верное решение 13 б. Если приведён пример расстановки чисел, удовлетворяющей условию задачи, но не доказана единственность ответа, 6 б.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам

Заключительный этап  
2017-2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс  
Вариант 2

физика

5. Два автомобиля едут по двум взаимно перпендикулярным дорогам к одному перекрестку с постоянными скоростями. В начальный момент времени первый автомобиль находился на расстоянии  $s_1=1600$  м от перекрестка, а для второго аналогичное расстояние составляло  $s_2=800$  м. Скорость первого автомобиля  $v_1=72$  км/ч. В тот момент времени, когда первый автомобиль доехал до точки пересечения дорог, расстояние между автомобилями составляло  $s=200$  м. Определите скорость второго автомобиля. (15 баллов)

Ответ: 7,5 м/с или 12,5 м/с

Решение.

Время движения первого автомобиля до перекрестка  $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{1600}{20} = 80$  с (3 балла).

Возможны два варианта. Второй автомобиль уже проехал перекресток или еще не доехал до него. Следовательно, пройденное им расстояние:

$l_1 = s_2 - s = 800 - 200 = 600$  м (3 балла) или  $l_2 = s_2 + s = 800 + 200 = 1000$  м (3 балла).

В результате, скорость второго автомобиля  $v_2 = \frac{l_1}{t_1} = \frac{600}{80} = 7,5$  м/с (3 балла)

или  $v_2 = \frac{l_2}{t_1} = \frac{1000}{80} = 12,5$  м/с (3 балла).

6. Аквариум в форме прямоугольного параллелепипеда имеет размеры: длина – 2 м, ширина – 600 мм, высота – 60 см. Его заполняют водой со скоростью 3 литра/минуту. Через сколько секунд после начала заполнения аквариум окажется заполненным полностью? (10 баллов)

Ответ: 14400 с

**Решение.** Объем аквариума:  $V = 2 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,72 \text{ м}^3$  (3 балла). Скорость заполнения:

$v = \frac{0,003 \text{ м}^3}{60 \text{ с}}$  (3 балла). Аквариум полностью заполнится через:

$$t = \frac{V}{v} = \frac{0,72 \cdot 60}{0,003} = 14400 \text{ с} \text{ (4 балла).}$$

**7.** Два человека идут навстречу друг другу из пунктов  $A$  и  $B$  со скоростями  $v_1 = 6 \text{ м/с}$  и  $v_2 = 4 \text{ м/с}$ . В момент встречи один из них развернулся и пошел в обратном направлении, а другой не изменил направления своего движения. Человек, который не менял своего направления движения, пришел в конечную точку своего путешествия на  $t_2 = 10 \text{ мин}$  раньше развернувшегося человека. Определите, сколько времени  $t_1$  прошло от начала путешествия до встречи. **(15 баллов)**

**Ответ:** 30 мин

**Решение.** Расстояние от пункта  $B$  до места встречи  $S = v_2 t_1$  (5 баллов). Кроме того, то же самое расстояние можно расписать следующим образом:  $S = v_1(t_1 - t_2)$

(5 баллов). В результате получаем:  $t_1 = \frac{v_1 t_2}{v_1 - v_2} = \frac{6 \cdot 10}{6 - 4} = 30 \text{ мин}$  (5 баллов).

**8.** Улитка ползет от одного дерева до другого. За половину дня она проползла  $l_1 = 5 \text{ м}$ . Поняла, что ей всё это надоело, и повернула обратно. Проползла  $l_2 = 4 \text{ м}$ . Устала. Заснула. На следующий день все повторилось. И так каждый день. Расстояние между деревьями  $s = 30 \text{ м}$ . На какой день своего путешествия улитка доберется до дерева? **(10 баллов)**

**Ответ:** на 26 день

**Решение.** За сутки улитка продвигается в сторону другого дерева на:

$\Delta l = l_1 - l_2 = 1 \text{ м}$  (3 балла). На расстоянии  $l_1 = 5 \text{ м}$  (т.е. одного перехода) от своей цели она окажется через 25 дней путешествия (4 балла). Следовательно, цель будет достигнута на 26 день путешествия. (3 балла)