Многопрофильная инженерная олимпиада «ЗВЕЗДА»

Естественные науки (физика, математика)

ОЧНЫЙ ТУР

Задания, решения, критерии оценивания

2015-2016

Олимпиада школьников «Звезда»
Задачи по математике
6 марта 2016 г.
Решения и критерии оценивания

7 класс
Вариант 1

1. В ряд выписаны числа 1, 2, 3, ..., 2014, 2015. Назовём число из этого ряда хорошим, если после его удаления сумма всех оставшихся 2014 чисел делится нацело на 2016. Найдите все хорошие числа.

Ответ: Единственное хорошее число 1008.

Решение. Остаток от деления суммы всех 2015 чисел на 2016 равен 1008:

$$(1+2015)+(2+2014)+\ldots+(1007+1009)+1008 = 2016\cdot 1007+1008.$$

Поэтому вычеркнуть можно только 1008.

Оценивание. За верное решение 12 баллов. Если показано, что 1008 — хорошее число, но не доказано, что других хороших чисел нет, 6 баллов.

2. В компании из 39 человек каждый либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт). Они по очереди сделали такие заявления:

- «Количество рыцарей в нашей компании – делитель 1»;
- «Количество рыцарей в нашей компании — делитель 2»;
- «Количество рыцарей в нашей компании — делитель 3»;
- ...
- «Количество рыцарей в нашей компании — делитель 39».

Сколько рыцарей могло быть в этой компании?

Ответ: 0 или 6.

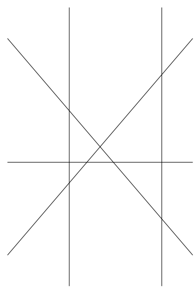
Решение. Пусть k — количество рыцарей в компании. Если $k=0$ (каждый — лжец), то все солгали, как и должно быть. Если $k>0$, верными ответами будут ответы с номерами $k, 2k, 3k, \ldots, mk$, где $mk \leqslant 39$. Общее количество верных ответов будет равно m. Если $k = 1, 2, 3, 4, 5$, верных ответ будет слишком много: $m = 39, 19, 13, 9, 7$ соответственно; возникает противоречие: $m > k$. Если $k = 6$, то прозвучит ровно 6 верных ответов, как и должно быть. Если же $k \geqslant 7$, чисел, кратных k, будет не более пяти, то есть меньше k, что приводит к противоречию.

Оценивание. За верное решение 12 баллов. Если упущен случай $k=0$, 8 баллов. Если рассмотрен только случай $k=0$, 3 балла. Если показано только, что $k=6$ подходит, то 4 балла.

3. Можно ли провести на плоскости 5 прямых так, чтобы никакие три из них не проходили через одну точку, а всего было а) ровно 11; б) ровно 9 точек пересечения?

Ответ: а) нет; б) да.

Решение. Наибольшее число точек пересечения получится, если среди прямых нет двух параллельных и никакие три прямые не проходят через одну точку. В этом случае на каждой из 5 прямых по 4 точки пересечения, а всего точек пересечения $\frac{5\cdot 4}{2}=10$, так как каждая точка пересечения принадлежит ровно двум прямым. Значит, 11 точек пересечения не может быть. А 9 может, если какие-то две прямые будут параллельны (пример показан на рис.)



Оценивание. За верное решение 12 баллов. Если сделан только один из пунктов, 6 баллов. В примере обязательно должно быть указано, что есть параллельные прямые! (Если какие-то три прямые пройдут через одну точку, то точек пересечения будет не более 8).

4. Петя поставил на поле для морского боя (его размер 10×10) корабль размером 1×4 (корабль может стоять и горизонтально, и вертикально). Сможет ли Вася, сделав 24 выстрела, наверняка его подбить?

Ответ: Да. Например, он может стрелять по таким клеткам

			*				*		
		*				*			
	*				*				*
*				*				*	
			*				*		
		*				*			
	*				*				*
*				*				*	
			*				*		
		*				*			

Оценивание. За верное решение 14 б.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

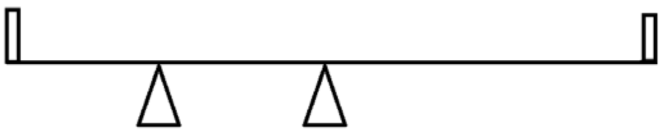
«Естественные науки»

Задачи по физике.

2015/16уч.г.

Задача №1 (10 баллов)

Тонкий невесомый стержень опирается на две тонкие опоры. Правая опора расположена по центру стержня, а левая опора на расстоянии четверти длины стержня от его левого конца (см. рисунок). На правом конце стержня поставили груз массой $m_П = 1\ кг$. Груз какой массы должен располагаться на левом конце стержня, для того чтобы он находился в равновесии?



Решение:

Правило моментов относительно левой опоры:

$m_Л g \frac{1}{4} l = m_П g \frac{3}{4} l$. Отсюда, получаем: $m_Л = 3\ кг$ **(3 балла)**

Правило моментов относительно правой опоры:

$m_Л g \frac{1}{2} l = m_П g \frac{1}{2} l$. Отсюда, получаем: $m_Л = 1\ кг$ **(3 балла)**

Окончательный ответ:

$1\ кг \le m_Л \le 3\ кг$ **(4 балла)**

Задача №2 (10 баллов)

Имеется два кубика. Масса второго на $25\ \%$ меньше массы первого, а длина ребра второго кубика на $25\ \%$ больше, чем первого. На сколько процентов плотность второго кубика отличается от плотности первого?

Решение:

Объем второго кубика:

$V = a^3 = (1{,}25a)^3$ **(4 балла)**

А его плотность:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0{,}75m}{(1{,}25a)^3} = 0{,}384\frac{m}{a^3}.$$ **(4 балла)**

Т.е. плотность второго кубика меньше плотности первого на $61{,}6\ \%$ **(2 балла)**

Задача №3 (15 баллов)

Капли дождя падают вертикально со скоростью $2\ м/с$. Масса одной капли $5\ мг$. В одном кубометре воздуха находится 400 капель. За какое время полностью наполнится водой цилиндрический сосуд высотой $20\ см$ и площадью основания $10\ см^2$? Плотность воды $\rho_В = 1000\ кг/м^3$.

Решение:

В одном кубометре воздуха находится $400 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 0{,}002\ кг$ воды. **(3 балла)**

Т.е. на квадратный метр поверхности за одну секунду падает $0{,}004\ кг$ воды **(3 балла)**

Следовательно, на $10\ см^2$ падает за одну секунду $4 \cdot 10^{-6}\ кг$ воды. **(3 балла)**

Полностью заполненный сосуд будет содержать:

$m = \rho V = 1000 \cdot 0{,}2 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 0{,}2\ кг$ воды. **(3 балла)**

Т.е. сосуд заполнится за:

$$t = \frac{0{,}2}{4 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^4\ секунд \approx 833{,}3\ минут \approx 13{,}9\ часа$$ **(3 балла)**

Задача №4 (15 баллов)

Поезд заехал на железнодорожный мост длиной $1400\ м$ со скоростью $54\ км/ч$. Человек идет по поезду в направлении противоположном направлению движения поезда со скоростью $3{,}6\ км/ч$. Длина одного вагона $23\ м$. В каком вагоне будет находиться человек к моменту времени, когда он покинет пределы моста? В момент попадания на мост человек находился в первом вагоне.

Решение:

Переводим исходные данные в систему СИ:

$54\ км/ч = 15\ м/с$

$3{,}6\ км/ч = 1\ м/с$

Скорость человека относительно земли:

$v_ч = 15 - 1 = 14\ м/с$ **(4 балла)**

Т.е. человек будет находиться на мосту в течении:

$t = \dfrac{1400}{14} = 100\ с$ **(2 балла)**

За это время он пройдет по поезду:

$S = vt = 1 \cdot 100 = 100\ м$, **(2 балла)**

что соответствует длине $\dfrac{100}{23} \approx 4{,}35$ вагонов. **(2 балла)**

Т.к. неизвестно в какой части первого вагона он находился в начальный момент времени, то к моменту покидания моста человек находился **или в пятом или в шестом вагоне** **(5 баллов)**

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
2016

29 марта 2016 года

ПРОТОКОЛ № 1
заседания жюри

ПРИСУТСТВОВАЛИ: Келлер А.В., Заляпин В.И., Замышляева А.А., Воронцов А.Г., Куц Д.А., Гусев А.В.

СЛУШАЛИ: о распределении баллов победителей и призеров олимпиады

ПОСТАНОВИЛИ:

11 класс

− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 − 90 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 89 – 70 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 69 – 45 баллов.

10 класс

− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 – 95 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 94 – 70 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 69 – 40 баллов.

9 класс

− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 – 90 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 89 – 70 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 69 – 40 баллов.

8 класс

− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 – 75 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 74 – 65 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 64 – 40 баллов.

7 **класс**
− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 − 90 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 89 – 70 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 69 – 40 баллов.

6 **класс**
− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 − 90 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 89 – 80 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 79 – 40 баллов.

Председатели жюри:

_______________________ Келлер А.В.

_______________________ Воронцов А.Г.