

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2015-2016 уч.г.
Задания заключительного (очного) этапа
Математика
9 класс

Задание 1. (20 баллов)

Известно, что $a < 1$, $b > 2$.

Докажите, что $2a^2 - 4ab + 3b^2 - 2b > 2$.

Задание 2. (20 баллов)

На доске записано 100 чисел: 1, 2, ..., 100. За одну операцию разрешается стереть с доски любые два числа a , b , а вместо них записать числа $a^3 + 6b$ и $b^3 + 6a$. Может ли получиться так, что в результате нескольких операций на доске будут записаны 60 одинаковых чисел?

Задание 3. (20 баллов)

В десятичной записи некоторого натурального числа переставили цифры и получили число в три раза меньшее.

Доказать, что исходное число делится на 27.

Задание 4. (20 баллов)

Винни-Пух съедает 3 банки сгущенки и банку меда за 25 минут, а Пятачок – за 55 минут. Одну банку сгущенки и 3 банки меда Пух съедает за 35 минут, а Пятачок – за 1 час 25 минут. За какое время они вместе съедят 6 банок сгущенки?

Задание 5. (20 баллов)

Точка М - середина основания ВС трапеции ABCD. На основании AD выбрана точка Р.

Прямая РМ пересекает прямую CD в точке Q, причем С лежит между Q и D.

Перпендикуляр к основаниям, проведенный через точку Р, пересекает прямую ВQ в точке К.

Докажите, что $\angle QBC = \angle KDA$.