

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2015-2016 уч.г.
Задания заключительного (очного) этапа
Математика
11 класс

Задание 1. (20 баллов)

Известно, что:

$$a + b + c < 0;$$

$$ab + ac + bc > 0;$$

$$abc < 0$$

Докажите, что $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$.

Задание 2. (20 баллов)

Существует ли такое x , что значения выражений $x + \sqrt{3}$ и $x^3 + \sqrt{3}$ – рациональные числа?

Задание 3. (20 баллов)

Какое наибольшее значение может принимать сумма косинусов всех углов равнобедренного треугольника?

Задание 4. (20 баллов)

На координатной плоскости задана фигура Φ , состоящая из всех точек $(a; b)$ координаты которых таковы, что система неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + (a+b-32)x - 32(a+b) > 0 \\ x^2 + (4-a^2-b^2)x - 4(a^2+b^2) < 0 \end{cases}$$

не имеет решений.

Найти площадь фигуры Φ .

Задание 5. (20 баллов)

Дана последовательность $\{a_n\}$, которая определяется правилами:

$$a_0 = 9,$$

$$a_k = 4a_{k-1}^3 + 3a_{k-1}^4, \quad k > 0.$$

Докажите, что в десятичной записи числа a_{11} содержится не менее 2016 девяток.