

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2015-2016 уч.г.
Задания заключительного (очного) этапа
Математика
10 класс

Задание 1. (20 баллов)

Можно раскрасить грани куба либо все в белый цвет, либо все в черный цвет, либо часть граней в белый цвет, а оставшуюся часть – в черный.

Сколько существует различных способов окраски граней куба, если различными считаются такие окраски кубов, которые не совмещаются вращением.

Задание 2. (20 баллов)

Точки K и L – середины сторон AB и BC четырехугольника $ABCD$.

На стороне CD выбрана такая точка M , что $CM : MD = 2 : 1$.

Известно, что $DK \parallel BM$ и $AL \parallel CD$.

Докажите, что четырехугольник $ABCD$ – трапеция.

Задание 3. (20 баллов)

Шахматный турнир проходит в один круг, каждый участник играет с каждым другим один раз. В турнире участвовало два девятиклассника и некоторое число десятиклассников.

Два девятиклассника вместе набрали 8 очков, а каждый десятиклассник набрал одно и то же число очков.

Сколько десятиклассников участвовало в турнире?

(За победу в шахматной партии дается одно очко, за ничью – пол очка, за поражение – ноль очков).

Задание 4. (20 баллов)

Докажите, что для любых положительных чисел a, b выполняется неравенство:

$$a^6 + b^6 \leq \frac{a^9}{3} + \frac{b^9}{3}.$$

Задание 5. (20 баллов)

У Пети есть три банки с красками разного цвета. Сколькими различными способами он может покрасить забор, состоящий из 10 досок, так, чтобы любые 2 соседние доски были разных цветов и при этом он использовал краски всех трех цветов?