

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2015-2016 уч.г.
Задания отборочного этапа
Математика
7 класс

Задача № 1.

Учитель дал задачу: «В угловой клетке таблицы 5×5 стоит плюс, а в остальных клетках стоят минусы. Разрешается в любой строке или любом столбце поменять все знаки на противоположные. Можно ли за несколько таких операций сделать все знаки плюсами?» Ученик Петя высказал утверждение, что этого сделать нельзя. А его друг Вова добавил, что если бы таблица имела размер 4×4 , то сделать все знаки плюсами таким образом было бы можно. Кто из них прав?

Решение.

Возьмем квадрат поменьше, размера 2×2 , в котором стоят один плюс и три минуса. Можно ли сделать все знаки плюсами. Несложный перебор показывает, что нельзя. Воспользуемся этим результатом: выделим в квадрате 5×5 квадратик 2×2 , содержащий один плюс. Про него уже известно, что сделать все знаки плюсами нельзя. Значит, в квадрате 5×5 и по-прежнему

Ответ с выбором варианта:

- Прав только Петя
- Прав только Вова
- Правы оба
- Ни один из них не прав

Задача № 2.

Петя решает задачу «В клетках таблицы 5×5 записать числа так, чтобы в каждой строке сумма чисел была положительной, а в каждом столбце – отрицательной. Вова заменил в условии слово «сумма» на «произведение» и пытается решить полученную задачу. Могут ли справиться мальчики со своими задачами?

Ответ с выбором варианта:

- Петя – да, Вова – нет
- Петя – нет, Вова – да
- Петя – да, Вова – да
- Петя – нет, Вова – нет

Задача № 3.

В 2013 году президент акционерного общества «Не обманешь – не продашь» заявил на собрании акционеров, что за каждые пять последовательных месяцев расход фирмы превышал доход, а за весь год доход превысил расход. В 2014 году, по его словам, расход превышал доход за каждые два последовательных месяца, в то время как за весь год доход опять превысил доход. Можно ли его на основании этих слов обвинить во лжи?

Решение.

В 2013 году - нет, поскольку такая ситуация действительно могла иметь место. В 2014 году – да. В самом деле, год разбивается на шесть двухмесячных периодов. По словам президента, в каждом из них расход превышал доход, т.е. по каждому из периодов сальдо (доход минус расход) отрицательно. Но годовое сальдо есть сумма сальдо по всем этим периодам, а значит, также отрицательно, что противоречит словам президента.

Ответ с выбором варианта:

- в 2013 году нет, в 2014 – да
- в 2013 году нет, в 2014 – нет
- в 2013 году да, в 2014 – да
- в 2013 году да, в 2014 – нет

Задача № 4.

Петя хочет найти такое натуральное число, произведение цифр которого больше самого этого числа. Вася заменил в условии этой задачи слово «произведение» на «сумма» и решает получившуюся задачу. Кто из них может найти ?

Ответ с выбором варианта:

- Только Петя
- Только Вова
- Оба
- Ни один из них

Задача № 5.

В угловой клетке таблицы 7×7 стоит плюс, а в остальных клетках стоят минусы. Разрешается в любой строке или любом столбце поменять все знаки на противоположные. Так можно сделать любое число раз. Какое наибольшее число плюсов можно получить таким образом?

Ответ: 48

Задача № 6.

В Школе юного программиста учатся несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один язык программирования: 12 человек знают Pascal, 14 – Delphi, 12 – PHP, 8 знают Pascal и PHP, 6 – PHP и Delphi, 4 – Delphi и Pascal, два человека знают все три языка. Сколько человек учатся в Школе?

Решение.

По формуле включений и исключений число равно $(12+12+14)-(8+6+4)+2 = 22$.

Ответ: 22

Задача № 7.

В школе танца учатся несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один танец: 12 человек умеют танцевать вальс, 14 – танго, 12 – сальсу, 8 знают вальс и сальсу, 6 – сальсу и танго, 4 – танго и вальс, 2 человека знают все три танца. Сколько человек умеют танцевать только танго?

Решение.

$14-(6+4)+2 = 6$.

Ответ: 6

Задача № 8.

В туристическом агентстве работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык: 6 человек знают английский, 7 – французский, 6 – немецкий, 4 знают английский и немецкий, 3 – немецкий и французский, 2 – французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек знает ровно один язык?

Ответ: 4

Задача № 9.

На загородную прогулку поехали 92 человека. Бутерброды с колбасой взяли 47 человек, с сыром – 38 человек, с ветчиной – 42 человека, с сыром и колбасой – 28 человек, с колбасой и ветчиной – 31 человек, с сыром и ветчиной – 26 человек. Все три вида бутербродов взяли с собой 25 человек, а остальные вместо бутербродов взяли пирожки. Сколько человек взяли с собой пирожки?

Ответ: 25

Задача № 10.

У Васи есть шесть друзей. За некоторое время каждый из них был у Васи на обеде 7 раз, каждые двое встретились у Васи на обеде 5 раз, каждые трое – 4 раза, каждые четверо – 3 раза, с каждым из пяти Вася обедал 2 раза, со всеми шестью – 1 раз, каждый друг отсутствовал у Васи на обеде 8 раз. Сколько раз Вася обедал один?

Ответ: 2