

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2015-2016 уч.г.
Задания отборочного этапа
Математика
11 класс

Задача № 1.

Две параболы, одна из которых направлена ветвями вверх, а другая направлена ветвями вниз касаются друг друга в некоторой точке. Чему равно расстояние от точки касания до прямой, соединяющей вершины парабол?

Ответ: 0

Задача № 2.

Сколько сторон у выпуклого многоугольника, число диагоналей которого в 2015 раз больше числа его сторон?

Ответ: 4033

Задача № 3.

Найти множитель числа $2^{2015} + 1$ лежащий на отрезке $[8000, 9000]$.

Ответ: 8193

Задача № 4.

Дана незамкнутая ломанная из 2015 звеньев. Какое наибольшее число точек самопересечения может иметь такая линия?

Ответ 2027091

Задача № 5.

Гипербола имеет уравнение $y = 4/x$. Парабола со старшим коэффициентом равным -1 проходит через начало координат, касается гиперболы в некоторой точке и пересекает гиперболу в другой точке. Найти коэффициент при x в уравнении параболы.

Ответ 3

Задача № 6.

Известно, что число $2015^{100} + x$ делится на 1001. Какое наименьшее положительное значение имеет при этом x ?

Ответ 923

Задача № 7.

В выпуклом четырехугольнике соединили середины противоположных сторон. Какое наибольшее значение имеет отношение площади четырехугольника к произведению срединных отрезков?

Ответ 1

Задача № 8.

Уравнение $x^4 + 32x + a = 0$ при некоторых a имеет действительное, а при других a не имеет. Каково наибольшее значение a , при котором уравнение имеет ?

Ответ 48

Задача № 9.

На координатной плоскости взяли три точки, не лежащие на одной прямой и имеющие целые четные координаты. Какая самая маленькая площадь у таких треугольников?

Ответ 2

Задача № 10.

Дана функция $f(x) = ||x+2|-4|$. Сколько корней имеет уравнение $f(f(f(...f(x)...))) = 1$, в котором функция f берется 2014 раз?

Ответ: 4032

Задача № 11.

Найдите площадь фигуры, заданной на координатной плоскости неравенством $|y-2x^2|+|y+2x^2|\leq 4(x+2)$

Ответ: 30

Задача № 12.

Положительные числа A, B, C и D таковы, что система уравнений $x^2 + y^2 = A; |x| + |y| = B$ имеет m решений, а система уравнений $x^2 + y^2 + z^2 = C; |x| + |y| + |z| = D$ имеет n решений. Известно, что $m > n > 1$. Найдите m .

Ответ 8

Задача № 13.

Сколько действительных корней имеет уравнение $x^{2015} - 2x^{2014} + 2 = 0$?

Ответ: 3

Задача № 14.

Найдите четырехзначное натуральное число, в котором цифра тысяч, цифра сотен и двузначное число, составленное из его двух последних цифр, образуют геометрическую прогрессию, а произведение цифр искомого числа принимает максимально возможное значение при этих условиях.

Ответ: 3927

Задача № 15.

При каких целых m неравенство $|x-1| + |x+2| - |x-3| < m$ имеет ровно 2015 целых решений?

Ответ: 1008

Задача № 16.

Найти остаток от деления числа 2^{1980} на 5.

Ответ с выбором варианта:

- 1
- 2
- 3
- 4

Задача № 17.

Какой цифрой заканчивается число 7^{1980} .

Ответ с выбором варианта:

- 1
- 2
- 3
- 9

Задача № 18.

Вычислить $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$.

Ответ с выбором варианта:

- $\frac{1}{8}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{8}$

Задача № 19.

Чему равно выражение $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{5} \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{2\pi}{5}$.

Ответ с выбором варианта:

- 5
- 4

- 9
- 3

Задача № 20.

Чему равно выражение $\sin \frac{\pi}{18} \cdot \sin \frac{5\pi}{18} \cdot \sin \frac{7\pi}{18}$.

Ответ с выбором варианта:

- $\frac{1}{8}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{8}$

Задача № 21.

Найти сумму корней уравнения $\frac{x^2}{2} + \frac{2}{x^2} = \frac{5(2-x^2)}{2x}$.

Ответ с выбором варианта:

- 1
- 3
- 4
- 6

Задача № 22.

Сколько корней на отрезке $[0;1]$ имеет уравнение $8x(2x^2 - 1) \cdot (8x^4 - 8x^2 + 1) = 1$.

Ответ с выбором варианта:

- 1
- 2
- 3
- 4

Задача № 23.

Найти наибольшее значение параметра p , при котором уравнение $x - 2 = \sqrt{-2(p+2)x + 2}$ имеет единственное.

Ответ с выбором варианта:

- $-\frac{1}{2}$
- $-\frac{3}{2}$
- $-\frac{5}{2}$
- $-\frac{7}{2}$

Задача № 24.

Один рабочий на новом станке производит за 1 час деталей больше 8, а на старом станке – на 3 детали меньше. На новом станке один рабочий выполняет дневную норму за целое число часов, а два рабочих вместе на старых станках на 1 час быстрее. Из какого количества деталей состоит дневная норма?

Ответ с выбором варианта:

- 26

- 33
- 36
- 38

Задача № 25.

Найти наибольшее значение функции $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$.

Ответ с выбором варианта:

- 1
- 1,5
- 2
- 2,5

Задача № 26.

Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$.

Ответ с выбором варианта:

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{5}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{3}{5}$

Задача № 27.

Найти наибольшее значение функции $y = \frac{2x^2}{x^4 + 1}$.

Ответ с выбором варианта:

- 1
- $2 - \sqrt{3}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$