

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2014/2015гг
Очный этап
Математика
9 класс

Задание 1. (7 баллов.)

Скорый поезд отправился из пункта А в пункт В ровно в 8 часов утра. Навстречу ему в это же время из пункта В отправился товарный поезд. Они встретились в пункте С в 12:00 часов этого же дня. Через два часа скорый поезд прибыл в пункт В. Во сколько товарный поезд прибывает в пункт А, если скорость каждого из поездов постоянна?

Задание 2. (7 баллов.)

Докажите, что справедливо неравенство

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \dots \cdot \frac{10000}{9999} >$$

Задание 3. (7 баллов.)

Назовём *пушистыми* числа вида:

$$\sqrt{a + b\sqrt{2}}$$

где a и b – целые числа, не равные нулю.

Аналогично, назовём *шершавыми* числа вида:

$$\sqrt{c + d\sqrt{7}}$$

где c и d – целые числа, не равные нулю.

Может ли *шершавое* число равняться сумме нескольких *пушистых*?

Задание 4. (7 баллов.)

Докажите, что медианы AA_1 и BB_1 треугольника ABC перпендикулярны тогда и только тогда, когда для длин сторон треугольника выполняется равенство:

$$a^2 + b^2 = 5c^2.$$