

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**ФГАОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»**  
**Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2014/2015гг**  
**Очный этап**  
**Математика**  
7 класс

**Задание 1. (7 баллов.)**

Для прохода в учреждение необходимо предъявить пятизначную комбинацию, состоящую из нулей и единиц. Пятизначная комбинация  $x, y, z, u, v$  поступает в вычислительное устройство, где ее компоненты умножаются на фиксированные целые числа  $a, b, c, d, e$ , и вычисляется сумма

$$S = ax + by + cz + du + ev.$$

Проход в учреждение открывается, только если эта сумма окажется не меньше некоторого фиксированного целого числа, нам неизвестного. Однако известно, что проход открывается при предъявлении комбинаций:

$$1,0,1,1,0, \quad 1,1,0,1,0, \quad 1,1,1,1,1,$$

а при наборе следующих комбинаций проход закрыт:

$$1,0,1,0,0, \quad 0,0,1,1,0, \quad 1,1,0,1,1, \quad 1,0,1,1,1.$$

Найдите еще одну комбинацию, открывающую проход в учреждение.

**Задание 2. (7 баллов.)**

Найдите последнюю цифру числа  $1^2 + 2^2 + \dots + 999^2$ .

**Задание 3. (7 баллов.)**

Пусть  $n$  – натуральное число, большее единицы. Заданы  $n$  натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , каждое из которых меньше  $n$ . Число  $n$  будем называть весом набора  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ . Задачей закрашивания для набора  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  будем называть расстановку черных клеток в таблице размера  $n \times n$  клеток таким образом, чтобы:

- в первой строке и в первом столбце таблицы содержались  $a_1$  черных клеток;
- во второй строке и во втором столбце таблицы содержались  $a_2$  черных клеток;
- и т. д.,
- в  $n$ -й строке и в  $n$ -м столбце таблицы содержались  $a_n$  черных клеток.

Найдите набор  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  наименьшего веса, для которого задача закрашивания не имеет решений.

**Задание 4. (7 баллов.)**

Существует ли четырехугольник, который можно двумя прямыми разрезать на 6 кусков?