

Задачи заочного этапа по математике для 8 класса. 1-ый уровень сложности

24. Идет судебный процесс по делу об ограблении банка. Прокурор: «Если обвиняемый виновен, то сообщников у него не было». Адвокат: «Неправда!». Что, в соответствии с законами логики, означает фраза, брошенная адвокатом?

- обвиняемый невиновен
- обвиняемый невиновен, поскольку сообщников у него не было
- обвиняемый виновен и у него были сообщники
- у обвиняемого сообщников не было ни при каких обстоятельствах

25. Многоугольник не является правильным в том и только в том случае, когда ...

- все его стороны имеют разную длину
- хотя бы две его стороны имеют разную длину
- хотя бы две его стороны имеют разную длину и хотя бы два угла при вершинах различны
- хотя бы две его стороны имеют разную длину или хотя бы два угла при вершинах различны
- он пересекает сам себя
- вокруг него нельзя описать окружность

26. Шестиугольник не является правильным в том и только в том случае, когда ...

- сумма его внутренних углов не равна 540 градусам
- у него имеются два угла, не равных друг другу
- вокруг него нельзя описать окружность, которая бы разбивалась его вершинами на равные дуги
- в него нельзя вписать окружность
- он пересекает сам себя
- вокруг него нельзя описать окружность

27. Четырехугольник не является ромбом тогда и только тогда, когда

- все его стороны имеют разные длины
- хотя бы две его стороны имеют разные длины
- его диагонали пересекаются под острым углом
- прямые, на которых лежат его противоположные стороны, пересекаются
- это либо трапеция, либо параллелограмм
- его диагонали точкой пересечения не делятся пополам

28. Квадратную доску размером 5x5 клеток разрезали по клеткам на четыре прямоугольника, а затем подсчитали площади полученных прямоугольников. Какие четверки чисел могли получиться?

- 2, 6, 8, 9
- 6, 6, 6, 7
- 1, 6, 6, 12
- 2, 5, 6, 12
- 1, 4, 4, 16
- 2, 2, 9, 12

при любом разрезании прямоугольника на четыре прямоугольника обязательно найдется сквозной вертикальный или горизонтальный разрез. Поэтому среди площадей всегда можно найти либо одно число кратное 5, либо два числа, сумма которых кратна пяти. Это отсекает варианты Б, В, Е. Вариант Б не подходит также потому, что 7 – простое число, большее 5. К вариантам А, Г, Д можно подобрать конкретные примеры.

29. Квадратную доску размером 6x6 клеток разрезали по клеткам на четыре прямоугольника, а затем подсчитали площади полученных прямоугольников. Какие четверки чисел могли получиться?

- 5, 7, 9, 15
- 5, 8, 8, 15
- 4, 8, 9, 15
- 4, 4, 8, 20
- 6, 9, 9, 12

- 8, 9, 9, 10

при любом разрезании прямоугольника на четыре прямоугольника обязательно найдется сквозной вертикальный или горизонтальный разрез. Поэтому среди площадей всегда можно найти либо одно число кратное 6, либо два числа, сумма которых кратна шести. Это отсекает вариант Б. Вариант А не подходит также потому, что 7 – простое число, большее 6. Вариант В не проходит потому, что наличие единственного варианта разбиения чисел на две группы: 4+8 и 9+15 (обе суммы кратны 6), вынуждает подобрать разрез поля 4x6 на два прямоугольника площадями 9 и 15, что невозможно. Аналогично разбирается вариант Е. К вариантам Г, Д можно подобрать конкретные примеры.

30. Найдите площадь пятиугольника ABCDE, если A(2; 1), B(6; 1), C(1; 2), D(5; 2), E(-1; 3).

- 13

31. Найдите площадь пятиугольника ABCDE, если A(-1; 4), B(-2; 1), C(3; 2), D(2; 4), E(0; -1).

- 19

32. Найдите площадь фигуры, образованной пересечением полос $x - 1 < y < x + 2$ и $x - 2 < 2y < 10 - x$.

- 9

33. Известно, что $1,9 < a < 2,1$, $0 < b < 0,2$. Какие из следующих чисел могут быть значениями дроби a/b ?

- 0,4
- 0,5
- 2
- 5
- 10
- 50

34. Известно, что $2,9 < a < 3,1$, $-0,4 < b < 0$. Какие из следующих чисел могут быть значениями дроби a/b ?

- -10
- -8
- -4
- -1
- 1
- 4

Задачи заочного этапа по математике для 8 класса. 2-й уровень сложности

35. Какое наименьшее число выстрелов надо сделать, чтобы гарантированно попасть в четверной корабль на доске 5×5 в игре «Морской бой»?

• 6

Поскольку доску 5×5 можно «разрезать» на 6 четверных кораблей и одну клетку, для гарантированного попадания понадобится не менее шести выстрелов. С другой стороны, шести выстрелов достаточно, если их произвести по клеткам $a_2, v_1, v_5, c_4, d_3, e_2$.

36. Какое наименьшее число выстрелов надо сделать, чтобы гарантированно попасть в тройной корабль на доске 5×5 в игре «Морской бой»?

• 8

Поскольку доску можно «разрезать» на 8 тройных кораблей и одну (центральную) клетку, для гарантированного попадания понадобится не менее восьми выстрелов. С другой стороны, восьми выстрелов достаточно, если их произвести по клеткам $a_1, a_4, v_3, c_2, d_1, c_5, d_4, e_3$.

37. Какое наименьшее число выстрелов надо сделать, чтобы гарантированно попасть в четверной корабль на доске 6×6 в игре «Морской бой»?

• 8

Поскольку доску 6×6 можно «разрезать» на 8 четверных кораблей и квадрат 2×2 , для гарантированного попадания понадобится не менее 8 выстрелов. С другой стороны, 8 выстрелов достаточно, если их произвести по клеткам $a_4, v_3, c_2, d_1, c_6, d_5, e_4, f_3$.

38. Барак и Владимир играют в «Морской бой» на доске 6×6 . У Барака два четверных корабля. Какое наименьшее число выстрелов надо сделать Владимиру, чтобы гарантированно попасть в оба корабля?

• 8

Поскольку доску 6×6 можно «разрезать» на 8 четверных кораблей и квадрат 2×2 , для гарантированного попадания понадобится не менее 8 выстрелов. С другой стороны, 8 выстрелов достаточно, если их произвести по клеткам $a_4, v_3, c_2, d_1, c_6, d_5, e_4, f_3$.

39. Барак и Владимир играют в «Космический бой» в кубе размерами $3 \times 3 \times 3$. У Барака один двойной корабль. Его расположение – секрет для Владимира. Какое наименьшее число выстрелов надо сделать Владимиру, чтобы гарантированно попасть в этот корабль?

• 13

Поскольку куб размеров $3 \times 3 \times 3$ можно «разрезать» на 13 двойных кораблей и одну клетку, для гарантированного попадания понадобится не менее 13 выстрелов. С другой стороны, 13 выстрелов достаточно, если их произвести по клеткам, расположенным в «шахматном» порядке.

40. Барак и Владимир играют в «Космический бой» в кубе размерами $4 \times 4 \times 4$. У Барака один тройной корабль. Его расположение – секрет для Владимира. Какое наименьшее число выстрелов надо сделать Владимиру, чтобы гарантированно попасть в этот корабль?

- 21

Поскольку куб размеров $4 \times 4 \times 4$ можно «разрезать» на 21 тройных кораблей и одну клетку, для гарантированного попадания понадобится не менее 21 выстрелов. С другой стороны, 21 выстрелов достаточно, если их произвести определенным образом «по диагоналям» «каждого яруса» куба.

41. Сколькими способами можно расположить белого и черного короля на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

- 2612

Если белого короля поставить в одну из четырех угловых клеток, то черному королю будет запрещено стоять на четырех клетках (клетке белого короля и трех примыкающих к ней), а значит, он может быть поставлен на $64 - 4 = 60$ клеток. Итого $4 \cdot 60 = 240$ расположений. Если белого короля поставить в одну из 24 боковых клеток (исключая угловые), то черному королю будет запрещено стоять на шести клетках, а значит, он может быть поставлен на $64 - 6 = 58$ клеток. Итого $24 \cdot 58 = 1392$ расположений. Если белого короля поставить в одну из 36 остальных клеток, то черному королю будет запрещено стоять на девяти клетках, а значит, он может быть поставлен на $64 - 9 = 55$ клеток. Итого $36 \cdot 55 = 1980$ расположений. В сумме получаем $240 + 1392 + 1980 = 2612$ способов.

42. Сколькими способами можно расположить двух белых королей на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

- 1306

По условию, короли не различаются. Пронумеруем их. Используя решение предыдущей задачи, получим 2612 способов. Теперь учтем, что если короли обменяются номерами не меняя своих позиций, то расстановка останется прежней. Поэтому при подсчете каждая расстановка была учтена дважды. Следовательно, число расстановок равно $2612/2 = 1306$.

43. Сколькими способами можно расположить белого и черного ферзей на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

- 1456

1) $21 \cdot 28 = 588$ 2) $23 \cdot 20 = 460$ 3) $25 \cdot 12 = 300$ 4) $27 \cdot 4 = 108$ В сумме получаем $588 + 460 + 300 + 108 = 1456$ способов

44. Сколькими способами можно расположить двух белых ферзей на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

- 728

По условию, ферзи не различаются. Пронумеруем их. Используя решение предыдущей задачи, получим 1456 способов. Теперь учтем, что если ферзи обменяются номерами не меняя своих позиций, то расстановка останется прежней. Поэтому при подсчете каждая расстановка была учтена дважды. Следовательно, число расстановок равно $1456/2 = 728$

45. Шестизначный номер называют счастливым, если сумма первых его трех цифр равна сумме трех последних. Сколько счастливых номеров лежат в диапазоне от 016 001 до 017 001?

- 36

Сумма трех последних цифр каждого счастливого номера из указанного диапазона должна быть равной 7. Поэтому подсчитаем количество всевозможных троек цифр, в сумме дающих 7. Имеем: $C_{7+2}^2=36$.

46. Шестизначный номер называют счастливым, если сумма первых его трех цифр равна сумме трех последних. Сколько счастливых номеров лежат в диапазоне от 125 001 до 126 001?

- 45

Сумма трех последних цифр каждого счастливого номера из указанного диапазона должна быть равной 8. Поэтому подсчитаем количество всевозможных троек цифр, в сумме дающих 8. Имеем: $C_{8+2}^2=45$.