Задачи заочного этапа по математике для 7 класса. 1-ый уровень сложности

1. Идет судебный процесс по делу об ограблении банка. Прокурор: «Если обвиняемый виновен, то сообщников у него не было». Адвокат: «Неправда!». Что, в соответствии с законами логики, означает фраза, брошенная адвокатом?

- ○ обвиняемый невиновен
- ○ обвиняемый невиновен, поскольку сообщников у него не было
- • обвиняемый виновен и у него были сообщники
- ○ у обвиняемого сообщников не было ни при каких обстоятельствах

2. Среди перечисленных свойств натуральных чисел выберите такие, каждое из которых гарантирует, что число не делится ни на 2, ни на 3:

- ○ число при делении на 6 дает остаток 4
- • число при делении на 12 дает в остатке 5 либо 7
- • число оканчивается на 5, и при этом сумма его цифр равна 10
- ○ число не делится на 6
- ○ если к числу прибавить 1, то получится простое число

3. Среди перечисленных свойств натуральных чисел выберите такие, которые могут наблюдаться только у чисел, не делящихся ни на 2, ни на 3:

- ○ не делиться нацело на 6
- • при делении на 6 давать в остатке 1
- ○ оканчиваться на нечетную цифру
- ○ не делиться на 2
- ○ не делиться на 3

4. Среди перечисленных свойств натуральных чисел выберите те, которые наблюдаются у каждого числа, которое не делится ни на 4, ни на 3:

- • не делиться нацело на 12
- ○ при делении на 12 давать в остатке 1
- ○ делиться на простое число, большее 3
- • быть нечетным
- • не делиться на 3

5. Точка C делит отрезок AB в отношении 2:3 считая от точки A, точка D делит отрезок AC в отношении 3:1 считая от A, точка E – середина отрезка CB. Найти отношение отрезков DE и AB. В ответе записать десятичную дробь

0,4

6. Точка C делит отрезок AB в отношении 2:3 считая от точки A, точка D делит отрезок AC в отношении 3:1 считая от A, точка E – середина отрезка CB. Найти отношение отрезков DE и AB. В ответе записать десятичную дробь

- 0,4

7. Точка C делит отрезок AB в отношении 3:2 считая от точки A, точка D делит отрезок BC в отношении 3:1 считая от B, точка E – середина отрезка CB. Найти отношение отрезков DE и AB. В ответе записать десятичную дробь

- 0,1

8. Точка C – середина отрезка AB, точка D делит отрезок AC в отношении 1:3 считая от A, точка E делит отрезок CB в отношении 2:3. Найти отношение отрезков DE и AB. В ответе записать десятичную дробь

- 0,6

9. Точка C делит отрезок AB в отношении 1:4 считая от точки A, точка D -- середина AC, точка E делит отрезок CB в отношении 1:4 считая от точки C. Найти отношение отрезков DE и AB. В ответе записать десятичную дробь

- 0,3

10. Точки C и D делят отрезок AB на части в отношении 1:2:3, точка E делит отрезок CD в отношении 3:1 считая от C. Найти отношение отрезков DE и AB. В ответе записать десятичную дробь

- 0,25

11. Точка C делит отрезок AB в отношении 2:3 считая от точки A, точка D делит отрезок AC в отношении 3:1 считая от A, точка E – середина отрезка CB. Найти отношение отрезков DE и AB. В ответе записать десятичную дробь

- 0,4

Задачи заочного этапа по математике для 7 класса. 2-й уровень сложности

12. Сколькими различными способами можно вырезать прямоугольник по клеткам доски, размер которой 4x5 клеток?

- 150

  прямоугольник однозначно определяется положением его сторон. Горизонтальные стороны могут занимать любое из 4+1=5 положений. Тогда число способов их выбора равно C^2_5 = 10. Вертикальные стороны можно выбрать C^2_6 = 15 способами. Тогда количество прямоугольников равно 10*15=150 способами.

13. Сколькими различными способами можно вырезать прямоугольник по клеткам доски, размер которой 3x6 клеток?

- 84

  прямоугольник однозначно определяется положением его сторон. Горизонтальные стороны могут занимать любое из 3+1=4 положений. Тогда число способов их выбора равно C^2_4 = 6. Вертикальные стороны можно выбрать C^2_7 = 21 способами. Тогда количество прямоугольников равно 4*21=84 способами.

14. Сколькими различными способами можно вырезать прямоугольник по клеткам доски, размер которой 3x7 клеток?

- 112

прямоугольник однозначно определяется положением его сторон. Горизонтальные стороны могут занимать любое из 3+1=4 положений. Тогда число способов их выбора равно C^2_4 = 6. Вертикальные стороны можно выбрать C^2_8 = 28 способами. Тогда количество прямоугольников равно 4*28=112 способами.

15. Сколько различных прямоугольников можно вырезать из клеток доски размера 5x5 так, чтобы ни один из них не содержал центральную клетку?

- 144

Всего можно вырезать C^2_6 C^2_6 = 15*15 = 225 прямоугольников. Из них (3*3)*(3*3)=81 прямоугольник содержит центральную клетку. Значит, остальных насчитывается 144 штуки.

16. Сколько различных прямоугольников можно вырезать из клеток доски размера 7x7 так, чтобы ни один из них не содержал центральную клетку?

- 320

Всего можно вырезать C^2_8 C^2_8 = 28*28 = 576 прямоугольников. Из них (4*4)*(4*4)=256 прямоугольников содержат центральную клетку. Значит, остальных насчитывается 320 штук.

17. Подсчитайте количество таких положительных делителей числа 1296, ни один из которых не делится на 216

- 21

$1296 = 2^4\ 3^4$, $216=2^3\ 3^3$. Поэтому все делители кодируются парами целых чисел (a, b), где a – степень двойки, b – степень тройки. Имеем всего 21 «допустимую» пару

18. Подсчитайте количество таких положительных делителей числа 2592, ни один из которых не делится на 432

- 26

$2592 = 2^5\ 3^4$, $432=2^4\ 3^3$. Поэтому все делители кодируются парами целых чисел (a, b), где a – степень двойки, b – степень тройки. Имеем всего 26 «допустимых» пар

19. Подсчитайте количество таких положительных делителей числа 5400, ни один из которых не делится на 180

- 40

$5400 = 2^3\ 3^3\ 5^2$, $180=2^2\ 3^2\ 5^1$. Поэтому все делители кодируются парами целых чисел (a, b, c), где a – степень двойки, b – степень тройки, c – степень пятерки. Имеем всего 40 «допустимых» троек

20. Подсчитайте количество таких положительных делителей числа 27000, ни один из которых не делится на 900

- 56

  $27000 = 2^3\ 3^3\ 5^3$, $900=2^2\ 3^2\ 5^2$. Поэтому все делители кодируются парами целых чисел (a, b, c), где a – степень двойки, b – степень тройки, c – степень пятерки. Имеем всего 56 «допустимых» троек

21. Сколькими способами можно разрезать прямоугольную доску размера 4x4 по клеткам на три прямоугольника?

- 42

  Два продольных разреза можно сделать тремя способами, два поперечных – столькими же. Продольный разрез вместе с поперечным кодируется одним из девяти внутренних узлов с выбранным направлением (одним из четырех) – итого 9*4=36 способов. Итак, всего способов: 3 + 3+ 36 = 42.

22. Сколькими способами можно разрезать прямоугольную доску размера 4x4 на четыре прямоугольника так, чтобы никакие две угловые клетки не попали в один и тот же прямоугольник?

- 27

23. Сколькими способами можно разрезать прямоугольную доску размера 5x5 на четыре прямоугольника так, чтобы никакие две угловые клетки не попали в один и тот же прямоугольник?

- 64