

Творческие задания ко II этапу Межрегиональной многопрофильной олимпиады школьников «Менделеев»

**«Математика».**

**9 класс**

**I вариант**

1. Решить уравнение  $\sqrt{x(x+2)} + (x+2)\sqrt{\frac{x}{x+2}} = x+4$ .

2. В геометрической прогрессии первый член равен 0,5. Сумма первых шести членов в 8 раз превосходит сумму обратных величин этих же членов. Найти знаменатель прогрессии.

3. На какое наименьшее натуральное число нужно умножить число 333667 для того, чтобы получить число, записывающееся одними восьмерками?

4. Два спортсмена бегают по одной замкнутой дорожке стадиона. Скорость каждого постоянна, и на пробег всей дорожки один из них тратит на 5 сек меньше другого. Если они начинают с общего старта одновременно и в одном направлении, то окажутся рядом через 30 сек. Через какое время они встретятся, если побегут одновременно с общей линии старта в противоположных направлениях?

5.  $CA$  и  $CB$  – касательные к окружности в точках  $A$  и  $B$  соответственно,  $AD$  – её диаметр. Прямые  $BD$  и  $AC$  пересекаются в точке  $E$ .

А) Докажите, что точка  $C$  – середина отрезка  $AE$ .

Б) Найдите сумму радиусов окружностей, вписанных в треугольники  $ABE$ ,  $ABD$  и  $AED$ , если известно, что  $BA=12$ .

6. Графики функции  $f(x) = \frac{2-x}{x-6}$  и  $g(x)$  симметричны относительно прямой  $y = x$ . Найти функцию  $g(x)$  и построить её график.

### II вариант

1. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 8xy - 9y^2 = 14 \\ 10y - x^2 = 13 \end{cases}$$

2. Найти знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что сумма первых десяти членов прогрессии в три раза меньше суммы их абсолютных величин.

3. На какое наименьшее натуральное число нужно умножить число 12345679 для того, чтобы получить число, состоящее из одних пятерок?

4. Три бегуна стартуют одновременно из трех точек круговой беговой дорожки, являющихся вершинами правильного треугольника, и бегут в одном направлении. Первый бегун обгоняет второго, стартовавшего перед ним, через 4 мин после старта, а третьего через 5 мин после старта. Через какое время после старта второй бегун догонит третьего?

5. Дан правильный семиугольник  $A_1A_2 \dots A_7$ .

Докажите, что  $\frac{1}{A_1A_5} + \frac{1}{A_1A_3} = \frac{1}{A_1A_7}$ .

6. Графики функции  $f(x) = \frac{x+1}{2x+4}$  и  $g(x)$  симметричны относительно прямой  $y = x$ . Найти функцию  $g(x)$  и построить её график.