

11 класс

I вариант

1. Решить уравнение $\sqrt[3]{24+x} + \sqrt{12-x} = 6$.
2. Доказать, что касательные к графику функции $f(x) = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) отсекают от первого координатного угла равновеликие треугольники.
3. При каких a уравнение имеет хотя бы одно решение $2\sin^2 x - 7\sin x \cos x + 5\cos^2 x = a$.
4. Каждый из четырех шаров одного и того же радиуса касается всех остальных. Каждого из этих четырех шаров касается внешним образом пятый и внутренним образом – шестой шар. Найти отношение радиусов пятого и шестого шаров.
5. Найти трехзначное число, если его цифры образуют геометрическую прогрессию, а цифры трехзначного числа, меньшего на 400, образуют арифметическую прогрессию.
6. Среди всех конусов, вписанных в шар, найти тот, который имеет наибольший объем.

II вариант

1. Решить уравнение $2x^2 - 3x\sqrt{3+x} = 2(3+x)$.
2. Постройте график $y = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$.
3. При каких a уравнение имеет хотя бы одно решение $3\cos^2 x - 2\cos x \sin x - \sin^2 x = a$.
4. В правильную треугольную пирамиду с высотой $h = 5/4$ и стороной

основания $a = \sqrt{15}$ вложены пять шаров одинакового радиуса. Один из шаров касается основания пирамиды в его центре. Каждый из трех других шаров касается своей боковой грани пирамиды, причем точка касания лежит на апофеме и делит ее в отношении $1 : 2$, считая от вершины. Пятый шар касается всех четырех шаров. Найдите радиус шаров.

5. Первые члены геометрической и арифметической прогрессий одинаковы и равны 2. Третьи тоже одинаковы и больше 2, а вторые отличаются на 4. Найти эти прогрессии.

6. Среди всех конусов, вписанных в шар, найти тот, который имеет наибольшую площадь боковой поверхности.