

10 класс

I вариант

1. В какой полуплоскости расположен график функции $y = x^2 \sin 4 - \cos 6$?
2. Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В выходит катер. Встретив плот, катер сразу поворачивает и идет вниз по течению реки. Какую часть всего пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?
3. Три числа a, b, c являются последовательными членами геометрической прогрессии. Найти $\frac{\log_b 3(\log_{a^2} c - \log_c \sqrt{a})}{\log_a 9 - 2\log_c 3}$.
4. Внутри правильного тетраэдра ABCD расположен конус так, что его вершина является серединой ребра CD, а окружность основания конуса вписана в сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра BC параллельно прямым CD и AB. Известно, что объем конуса равен $9\pi\sqrt{2}$. Найдите длину ребра тетраэдра.

5. Решить неравенство $\left(-\frac{x}{2} + \frac{5}{8} - \frac{15}{88 - 32x}\right)^2 \geq 1$.

6. Найдите трехзначное число, если все его цифры отличны от нуля, а сумма всевозможных двузначных чисел, составленных из них, равна этому числу. Укажите все решения.

II вариант

1. Для каких углов $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ выполняется неравенство $\sin \alpha \geq \sin 2\alpha$?
2. По круговому маршруту из одного и того же места одновременно в разных направлениях выехали велосипедист и мотоциклист. До момента их первой встречи расстояние в 6 км, измеряемое по меньшей из дуг маршрута, было между ними дважды: в первый раз через 5 мин после старта, когда велосипедист проехал $\frac{1}{20}$ часть маршрута, второй раз, когда мотоциклист проехал $\frac{3}{5}$ части маршрута. Через какое время после старта расстояние в 6 км было между ними во второй раз?
3. Три числа a, b, c являются последовательными членами геометрической прогрессии. Доказать, что $\log_a b \cdot \log_c b = \frac{1}{2}(\log_a b + \log_c b)$.
4. Внутри правильного тетраэдра ABCD с ребром, равным 24, расположен конус, вершина которого является серединой ребра CD. Основание конуса вписано в сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра BC параллельно прямым CD и AB. Найдите объем конуса.

5. Решить неравенство $\left(\frac{x}{2} + \frac{5}{8} - \frac{15}{88 + 32x}\right)^2 \geq 1$.

6. Найдите все трёхзначные числа, которые в 11 раз больше суммы своих цифр.

11 класс
I вариант

1. Решить уравнение $\sqrt[3]{24+x} + \sqrt{12-x} = 6$.

2. Доказать, что касательные к графику функции $f(x) = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) отсекают от первого координатного угла равновеликие треугольники.

3. При каких a уравнение имеет хотя бы одно решение $2\sin^2 x - 7\sin x \cos x + 5\cos^2 x = a$.

4. Каждый из четырех шаров одного и того же радиуса касается всех остальных. Каждого из этих четырех шаров касается внешним образом пятый и внутренним образом – шестой шар. Найти отношение радиусов пятого и шестого шаров.

5. Найти трехзначное число, если его цифры образуют геометрическую прогрессию, а цифры трехзначного числа, меньшего на 400, образуют арифметическую прогрессию.

6. Среди всех конусов, вписанных в шар, найти тот, который имеет наибольший объем.

II вариант

1. Решить уравнение $2x^2 - 3x\sqrt{3+x} = 2(3+x)$.

2. Постройте график $y = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$.

3. При каких a уравнение имеет хотя бы одно решение $3\cos^2 x - 2\cos x \sin x - \sin^2 x = a$.

4. В правильную треугольную пирамиду с высотой $h = 5/4$ и стороной