Предмет «Физика»

Олимпиадные задания 2 тура

10 класс

1. Веселый студент вспомнил свое бурное детство и начал стрелять косточками от слив, выдавливая косточки между пальцами. Оцените максимальное расстояние, на которое улетит косточка, а для этого задайте разумные значения недостающих необходимых величин и получите численный результат.

Решение:

Допустим, косточка сжимается силой $F = 50$ Н (пальцем вполне можно поднять груз массой 5 кг). При этом совершается работа $A = Fl$, где $l \approx 5$ мм – толщина косточки. Работа идет на сообщение косточке кинетической энергии:

$$Fl = \frac{mv^2}{2},$$

где $m \approx 5$ г – масса косточки. Максимальная дальность полета реализуется при выстреле под углом $\alpha = 45^0$. Дальность полета определяется выражением $L = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{v^2}{g}$. Имеем:

$$L \approx \frac{2Fl}{mg} \approx \frac{2 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 10 \text{ (м)}.$$

2. Посередине горизонтальной трубки, закрытой с торцов, находится поршень. Слева и справа от него при давлении P имеется пар, конденсирующийся при давлении $2P$. Трубку ставят вертикально. При этом объем под поршнем уменьшается в четыре раза. Определите вес поршня, если площадь поршня равна S. Трение пренебрежимо мало. Температура в обоих отсеках одинакова и постоянна.

Решение:

Условие равновесия поршня: $mg + P_1S = P_2S$, где P_1 − давление пара над поршнем, P_2 − давление пара под поршнем. Давление пара над поршнем находим из уравнения изотермического процесса Бойля-Мариотта

$$P_1V_1 = PV, \quad V_1 = V + \frac{3}{4}V = \frac{7}{4}V.$$

Отсюда получаем $P_1 = \frac{4}{7}P$.

Давление пара под поршнем:

$$P'V' = PV, \quad P' \cdot \frac{1}{4}V = PV.$$

Отсюда получаем $P' = 4P > 2P$. Следовательно, пар под поршнем частично конденсируется при давлении $P_2 = 2P$. Тогда из условия равновесия находим искомый вес поршня:

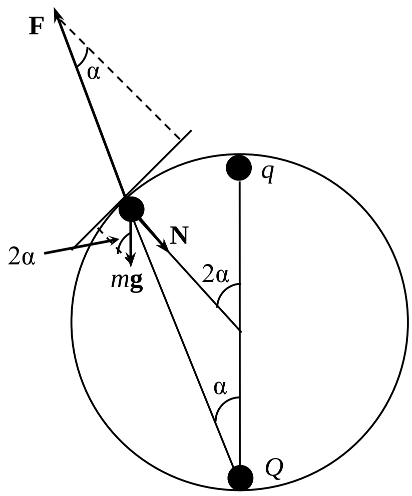
$$mg + \frac{4}{7}PS = 2PS, \quad mg = \frac{10}{7}PS$$

3. Внутри гладкой непроводящей сферы диаметром d находится маленький заряженный шарик. Масса шарика m, заряд q. Какой величины заряд Q нужно поместить в нижней точке сферы для того, чтобы шарик устойчиво удерживался в ее верхней точке?

Решение:

При малом отклонении от верхней точки шарик вернется в исходное положение, если проекция силы взаимодействия между зарядами на касательную к сфере больше (или равно) проекции силы тяжести на эту же касательную. При малом отклонении расстояние между зарядами практически равно диаметру сферы. Имеем:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{d^2}\sin\alpha \geq mg\sin2\alpha.$$

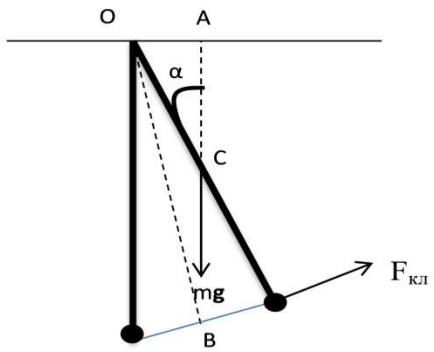


С учетом малости углов имеем:

$$Q \geq 4\pi\varepsilon_0\frac{2mgd^2}{q}.$$

4. Два невесомых одинаково заряженных шарика подвешены в воздухе на тонких непроводящих стержнях длиной $l = 100$ см. Один из стержней закреплен в вертикальном положении, а другой, массой $m = 5$ гр, – свободен. Определите, при каком значении зарядов этот стержень отклонится на угол $\alpha = 6^0$.

Решение:



Условие равновесия моментов сил относительно точки O:

$mg \cdot L_1 - F_{кл} \cdot L_2 = 0$, где $L_1 = |OA|$, $L_2 = |OB|$.

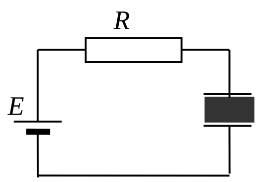
Легко видеть, что $L_1 = \frac{l}{2}sin\alpha$, $L_2 = l \cdot cos\frac{\alpha}{2}$.

Из закона Кулона выражаем силу взаимодействия заряженных шариков:

$F_{кл} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{4l^2sin^2\frac{\alpha}{2}}$.. Тогда из уравнения моментов получаем искомый заряд шариков

$$q = 2l \cdot sin\alpha \cdot \sqrt{2\pi\varepsilon_0 mg \cdot \frac{sin\alpha}{cos\frac{\alpha}{2}}} \approx 5{,}64 \cdot 10^{-8}(Кл).$$

5. Между обкладками плоского конденсатора имеется диэлектрическая пластина, заполняющая все пространство между обкладками. Конденсатор подключен через резистор к источнику тока с ЭДС E = 50 В. Диэлектрическая постоянная материала диэлектрика ε = 5. Емкость конденсатора, не заполненного диэлектриком, C_0 = 100 мкФ. Диэлектрическая пластина очень быстро (практически мгновенно) удаляется из объема конденсатора. Определить тепло, выделяемое на резисторе, после удаления диэлектрика.



Решение:

Так как диэлектрик удаляется очень быстро, то сразу же после удаления заряд на конденсаторе остаются таким же, что и до удаления диэлектрика:

$$q_1 = \varepsilon C_0 E.$$

При этом энергия конденсатора возрастает (за счет работы по удалению диэлектрика) до значения:

$$W_1 = \frac{q^2}{2C_0} = \frac{(\varepsilon C_0 E)^2}{2C_0}.$$

После перезарядки в конденсаторе останется заряд $q_2 = C_0E$. Энергия пустого конденсатора после перезарядки примет вид:

$$W_2 = \frac{C_0 E^2}{2}.$$

При перезарядке источник тока совершает работу по изменению энергии конденсатора и выделению тепла Q в резисторе: $(q_2 - q_1)\,E = Q + (W_2 - W_1)$ или

$$(C_0E - \varepsilon C_0\,E)\,E = Q + \frac{C_0 E^2}{2} - \frac{(\varepsilon C_0 E)^2}{2C_0}.$$

Из последнего уравнения получаем решение:

$$Q = \frac{(\varepsilon^2 - 1)C_0 E^2}{2} - (\varepsilon - 1)C_0 E^2 \quad \text{или } Q = \frac{(\varepsilon - 1)^2 C_0 E^2}{2} = 2 \text{ (Дж)}.$$