

МАТЕМАТИКА, 2017 г.

ВАРИАНТ 3

1. Найдите сумму натуральных чисел $n \in [50; 70]$, которые нельзя представить в виде разности квадратов двух натуральных чисел.
2. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{3+x+\sqrt{x^2+3x}}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x}} + x$ на промежутке $[0; 13]$.
3. Решите уравнение $\log_{6\sqrt{x}}(6\sqrt{x}+1) = \log_{x+9}(x+10)$.
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{4-x} = 2\sqrt{y} \\ \sqrt{y} + \sqrt{6-y} = 2\sqrt{x+2} \end{cases}$$
5. Сколько корней на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$ имеет уравнение $\frac{1+\sqrt{2}\sin(x+\pi/4)}{1+\sqrt{2}\sin(x-\pi/4)} = \frac{\operatorname{tg} x}{5}$?
6. Пассажир прошел по движущемуся эскалатору, вступив на 40 ступеней. В следующий раз он шел с той же скоростью навстречу движению эскалатора и вступил на 120 ступеней. На сколько ступеней вступит пассажир, если ему придется идти по неподвижному эскалатору?
7. Три автосалона продавали автомобили стандартной и улучшенной комплектации. Автомобили улучшенной комплектации имели и повышенную цену. Во всех салонах цены были одинаковыми. Первый салон продал 7 автомобилей, второй — 11, третий — 17, причем в каждом пункте продаж был продан хотя бы один стандартный автомобиль. Выручка салонов оказалась одинаковой. Найдите наименьшее возможное число проданных автомобилей улучшенной комплектации.
8. В результате смешения 160 г 35%-го и некоторого количества 10%-го растворов соли получился 20%-й раствора. Сколько получилось 20%-го раствора?
9. Точки B_1 и C_1 — основания высот треугольника ABC , проведенных из вершин B и C соответственно. Известно, что $AB = 7$, $AC = 6$, $\sin \angle BAC = \frac{2\sqrt{110}}{21}$. Найдите длину отрезка B_1C_1 .
10. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2-4}{|2x+2|-|x+4|} = ax^2$ имеет не более одного корня?