

МАТЕМАТИКА, 2017 г.

ВАРИАНТ 1

1. Найдите сумму натуральных чисел $n \in [40; 60]$, которые нельзя представить в виде разности квадратов двух натуральных чисел.
2. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{2+x-\sqrt{x^2+2x}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}} + x$ на промежутке $[0; 7]$.
3. Решите уравнение $\log_{8\sqrt{x}}(8\sqrt{x}+5) = \log_{x+16}(x+21)$.
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x} = 2\sqrt{y} \\ \sqrt{y} + \sqrt{2-y} = 2\sqrt{1-x} \end{cases}$$
5. Сколько корней на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$ имеет уравнение $\frac{1+\sqrt{2}\sin(x-\pi/4)}{1+\sqrt{2}\sin(x+\pi/4)} = \frac{\operatorname{tg} x}{5}$?
6. Пассажир прошел по движущемуся эскалатору, вступив на 30 ступеней. В следующий раз он шел с той же скоростью навстречу движению эскалатора и вступил на 45 ступеней. На сколько ступеней вступит пассажир, если ему придется идти по неподвижному эскалатору?
7. Три автосалона продавали автомобили стандартной и улучшенной комплектации. Автомобили улучшенной комплектации имели и повышенную цену. Во всех салонах цены были одинаковыми. Первый салон продал 11 автомобилей, второй — 21, третий — 29, причем в каждом пункте продаж был продан хотя бы один стандартный автомобиль. Выручка салонов оказалась одинаковой. Найдите наименьшее возможное число проданных автомобилей улучшенной комплектации.
8. В результате смешения 60 г 60%-го и некоторого количества 10%-го растворов соли получился 25%-й раствор. Сколько получилось 25%-го раствора?
9. Точки B_1 и C_1 — основания высот треугольника ABC , проведенных из вершин B и C соответственно. Известно, что $AB = 8$, $AC = 7$, $\sin \angle BAC = \frac{3\sqrt{15}}{16}$. Найдите длину отрезка B_1C_1 .
10. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2-1}{|2x+1|-|x+2|} = ax^2$ имеет не более одного корня?