

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА  
ВЕЛИКОГО

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА – 2016  
**МАТЕМАТИКА, 10 класс**

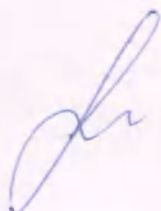
**ВАРИАНТ 1**

1. Велосипедист, едущий с постоянной скоростью вдоль трамвайной линии, замечает, что каждые 6 мин. его догоняет трамвай, и каждые 2 мин. проходит трамвай навстречу. Через какой интервал времени отправляются трамваи с конечного пункта
2. В 20 ящиках лежит  $n$  шаров, причем в каждом из четырех ящиков лежит не менее 7 шаров. Какое наименьшее значение может принимать  $n$ ?
3. Найдите натуральное двузначное число, которое при делении на двузначное число, полученное из исходного числа перестановкой цифр, дает остаток 3.
4. В канистре  $x$  литров 40-процентного раствора кислоты. Из канистры взяли  $a$  литров раствора и добавили  $2a$  литров 60%-процентного раствора, при этом в канистре оказался 50%-процентного раствор. Найдите отношение  $x/a$ .
5. Найдите количество целых решений уравнения  $\frac{2}{x^2 - 4x + 3} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$  на промежутке  $[-5; 5]$ .
6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + y = x \\ -\frac{2}{y} + x = y \end{cases}$$

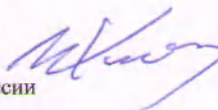
7. Решите неравенство  $5 + \sin 2x \leq 6 \sin(x + \pi/4)$  на промежутке  $[0; \pi]$ .
8. Окружности радиусов 1 и 9 касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, касающейся этих окружностей и их общей внешней касательной.
9. Сумма  $n$  членов арифметической прогрессии равна 15, а сумма  $3n$  членов этой прогрессии равна 24. Найдите сумму  $2n$  членов этой прогрессии.
10. В прямоугольном треугольнике ABC на катете AB и гипотенузе BC взяты, соответственно, точки E и F такие, что  $BE:AB = BF:BC = 1:5$ . На катете AC взята точка M такая, что отношение площади треугольника EMF к его периметру-наибольшее. Найдите отношение  $AM:AC$ .

Ректор  
СПбПУ



А.И. Рудской

Председатель  
Предметной комиссии



И.А. Комарчев

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА  
ВЕЛИКОГО

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА – 2016  
**МАТЕМАТИКА, 10 класс**

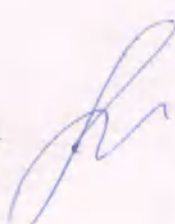
**ВАРИАНТ 2**

1. Велосипедист, едущий с постоянной скоростью вдоль трамвайной линии, замечает, что каждые 12 мин. его догоняет трамвай, и каждые 6 мин. проходит трамвай навстречу. Через какой интервал времени отправляются трамваи с конечного пункта
2. В 20 ящиках лежит  $n$  шаров, причем в каждом из четырех ящиков лежит не менее 6 шаров. Какое наименьшее значение может принимать  $n$ ?
3. Найдите натуральное двузначное число, которое при делении на двузначное число, полученное из исходного числа перестановкой цифр, дает остаток 6.
4. В канистре  $x$  литров 40-процентного раствора кислоты. Из канистры взяли  $a$  литров раствора и добавили  $3a$  литров 60%-процентного раствора, при этом в канистре оказался 50%-процентного раствор. Найдите отношение  $x/a$ .
5. Найдите количество целых решений уравнения  $\frac{2}{x^2-4x+3} + \frac{3}{x^2+x-2} = \frac{5}{x^2-x-6}$  на промежутке  $[-6;6]$ .
6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + y = x \\ -\frac{1}{y} + x = y \end{cases}$$

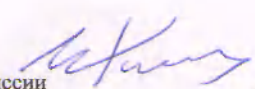
7. Решите неравенство  $5 - \sin 2x \leq 6 \cos(x + \pi/4)$  на промежутке  $[-\pi/2; \pi/2]$ .
8. Окружности радиусов 4 и 9 касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, касающейся этих окружностей и их общей внешней касательной.
9. Сумма  $n$  членов арифметической прогрессии равна 10, а сумма  $3n$  членов этой прогрессии равна 27. Найдите сумму  $2n$  членов этой прогрессии.
10. В прямоугольном треугольнике ABC на катете AB и гипотенузе BC взяты, соответственно, точки E и F такие, что  $BE:AB=BF:BC=1:4$ . На катете AC взята точка M такая, что отношение площади треугольника EMF к его периметру-наибольшее. Найдите отношение  $AM:AC$ .

Ректор  
СПбПУ



А.И. Рудской

Председатель  
Предметной комиссии



И.А. Комарчев

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА  
ВЕЛИКОГО

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА – 2016  
**МАТЕМАТИКА, 10 класс**

**ВАРИАНТ 3**

1. Мотоциклист, едущий с постоянной скоростью вдоль трамвайной линии, замечает, что каждые 9 мин. он догоняет трамвай, и каждые 3 мин. проходит трамвай навстречу. Через какой интервал времени отправляются трамваи с конечного пункта
2. В 10 ящиках лежит  $n$  шаров, причем в каждом пяти ящиках лежит не менее 8 шаров. Какое наименьшее значение может принимать  $n$ ?
3. Найдите натуральное двузначное число, которое при делении на двузначное число, полученное из исходного числа перестановкой цифр, дает остаток 2.
4. В канистре  $x$  литров 60-процентного раствора кислоты. Из канистры взяли  $a$  литров раствора и добавили  $2a$  литров 40%-процентного раствора, при этом в канистре оказался 50%-процентного раствор. Найдите отношение  $x/a$ .
5. Найдите количество целых решений уравнения  $\frac{4}{x^2 + 6x + 5} - \frac{1}{x^2 + 3x + 2} = \frac{3}{x^2 + 7x + 10}$  на промежутке  $[-7; 7]$ .
6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{12}{x} + y = x \\ \frac{4}{y} + x = y \end{cases}$$

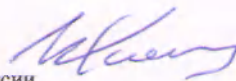
7. Решите неравенство  $5 - \sin 2x \leq 6 \sin(x - \pi/4)$  на промежутке  $[\pi/2; 3\pi/2]$ .
8. Окружности радиусов 4 и 16 касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, касающейся этих окружностей и их общей внешней касательной.
9. Сумма  $n$  членов арифметической прогрессии равна 14, а сумма  $3n$  членов этой прогрессии равна 30. Найдите сумму  $2n$  членов этой прогрессии.
10. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AB$  и гипотенузе  $BC$  взяты, соответственно, точки  $E$  и  $F$  такие, что  $BE:AB=BF:BC=1:6$ . На катете  $AC$  взята точка  $M$  такая, что отношение площади треугольника  $EMF$  к его периметру-наибольшее. Найдите отношение  $AM:AC$ .

Ректор  
СПбПУ



А.И. Рудской

Председатель  
Предметной комиссии



И.А. Комарчев

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА – 2016  
**МАТЕМАТИКА, 10 класс**

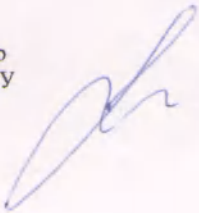
**ВАРИАНТ 4**

1. Мотоциклист, едущий с постоянной скоростью вдоль трамвайной линии, замечает, что каждые 18 мин. он догоняет трамвай, и каждые 6 мин. проходит трамвай навстречу. Через какой интервал времени отправляются трамваи с конечного пункта
2. В 10 ящиках лежит  $n$  шаров, причем в каждом пяти ящиках лежит не менее 7 шаров. Какое наименьшее значение может принимать  $n$ ?
3. Найдите натуральное двузначное число, которое при делении на двузначное число, полученное из исходного числа перестановкой цифр, дает остаток 5.
4. В канистре  $x$  литров 60-процентного раствора кислоты. Из канистры взяли  $a$  литров раствора и добавили  $3a$  литров 40%-процентного раствора, при этом в канистре оказался 50%-процентного раствор. Найдите отношение  $x/a$ .
5. Найдите количество целых решений уравнения  $\frac{2}{x^2+6x+8} + \frac{3}{x^2+x-2} = \frac{5}{x^2+3x-4}$  на промежутке  $[-4;4]$ .
6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{2}{x} - y = x \\ \frac{1}{y} + x = -y \end{cases}$$

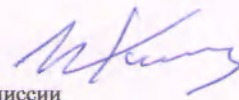
7. Решите неравенство  $5 + \sin 2x \leq 6 \cos(x - \pi/4)$  на промежутке  $[-\pi/2; \pi/2]$ .
8. Окружности радиусов 1 и 16 касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, касающейся этих окружностей и их общей внешней касательной.
9. Сумма  $n$  членов арифметической прогрессии равна 11, а сумма  $3n$  членов этой прогрессии равна 21. Найдите сумму  $2n$  членов этой прогрессии.
10. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катете  $AB$  и гипотенузе  $BC$  взяты, соответственно, точки  $E$  и  $F$  такие, что  $BE:AB=BF:BC=1:3$ . На катете  $AC$  взята точка  $M$  такая, что отношение площади треугольника  $EMF$  к его периметру-наибольшее. Найдите отношение  $AM:AC$ .

Ректор  
СПбПУ



А.И. Рудской

Председатель  
Предметной комиссии



И.А. Комарчев