Указания по оцениванию работ заключительного тура Политехнической олимпиады по физике

Вариант, выдаваемый участнику, содержит **6 задач** различной степени сложности.

Оценка работы складывается из баллов, полученных за каждую отдельную задачу.

Максимальный вклад задачи средней сложности равен **10 баллам** (две задачи), повышенной сложности **– 15** (две задачи), сложной **– 20** (одна задача), нестандартной **– 30** (одна задача). Максимальная оценка за работу **100** баллов.

По результатам проверки за решение каждой задачи варианта выставляется один из следующих коэффициентов:

1,0 – задача решена правильно;

0,8 – задача решена правильно и получен ответ в общем виде; есть ошибка в единице измерения полученной физической величины или арифметическая ошибка;

0,6 – задача решена не полностью; имеются все необходимые для ее решения физические соотношения; есть ошибка в алгебраических преобразованиях;

0,4 – задача решена не полностью; отсутствуют некоторые физические соотношения, необходимые для решения задачи;

0,2 – задача не решена; в работе имеются лишь отдельные записи, относящиеся к решению данной задачи или к описанию явления, рассматриваемого в задаче;

0,0 – решение задачи или относящиеся к нему какие-либо записи в работе отсутствуют.

Коэффициент выносится в таблицу **«Лист ответов»** в первый столбик «**Колонки для преподавателя»**. Во второй столбик колонки ставится балл, равный произведению коэффициента, полученного за решение, и максимального балла за данную задачу.

Полученные баллы суммируются и выставляются в строчку **«Итого»**.

Таблица перевода коэффициентов в баллы.

max балл / коэфф.	**10**	**15**	**20**	**30**
1	10	15	20	30
0,8	8	12	16	24
0,6	6	9	12	18
0,4	4	6	8	12
0,2	2	3	4	6
0	0	0	0	0

<table>
<tr><td colspan="5">ЛИСТ ОТВЕТОВ</td></tr>
<tr><td>№ п/п</td><td>ВАРИАНТ № 1
ВАШИ ОТВЕТЫ</td><td colspan="3">Колонки для преподавателя</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$\upsilon_{1m} = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{2\kappa}{3m}}$; $\upsilon_{2m} = \frac{L}{2}\sqrt{\frac{\kappa}{6m}}$</td><td>10</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>$H = \frac{gT^2}{8\pi^2} \cdot \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_0}$</td><td>30</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>$A_{34} = A_{12} \cdot \frac{3\nu RT}{3\nu RT + 2A_{23}}$</td><td>15</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>$\frac{\lvert F_{до}\rvert}{\lvert F_{после}\rvert} = \frac{\lvert q_1 q_2\rvert}{r_1 r_2} \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{q_1 + q_2}\right)^2 = 2$</td><td>10</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td>$\frac{\lvert B_I\rvert}{\lvert B_{II}\rvert} = \frac{8}{5}$</td><td>20</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td>$\Gamma_2 = 3$; увеличение изображения не изменится, но оно станет мнимым и прямым</td><td>15</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">ИТОГО:</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Подпись преподавателя</td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

Задача 1 (10)

$m_1 = m\,; m_2 = 2m$

$\kappa\,;$

$\ell_0 = L\,;\ \ell_1 = \eta L$

$\eta = 1{,}5\,;$

$\upsilon_{1\max}, \upsilon_{2\max} - ?$

Из ЗСИ $\Rightarrow\ p_{1m} = p_{2m} = p_m\ \Rightarrow\ \upsilon_{1m,2m} = \dfrac{p_m}{m_{1,2}}$

Из ЗСЭ $\Rightarrow\ \dfrac{\kappa\Delta\ell^2}{2} = \dfrac{p_m^2}{2m_1} + \dfrac{p_m^2}{2m_2}\ \Rightarrow\ p_m = \Delta\ell\sqrt{\dfrac{\kappa m_1 m_2}{m_1 + m_2}}$

$$\upsilon_{1m} = \left|\Delta\ell\right|\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{\kappa}{m_1 + m_2}} = \left(\eta - 1\right)L\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{\kappa}{m_1 + m_2}}$$

$$\upsilon_{2m} = \left|\Delta\ell\right|\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{\kappa}{m_1 + m_2}} = \left(\eta - 1\right)L\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{\kappa}{m_1 + m_2}}$$

Ответ: $\upsilon_{1m} = \dfrac{L}{2}\sqrt{\dfrac{2\kappa}{3m}}$; $\upsilon_{2m} = \dfrac{L}{2}\sqrt{\dfrac{\kappa}{6m}}$.

Задача 2 (30)

$m_1 = m_2 = m$

$\rho_0; \rho_1; \rho_2$

T

$H - ?$

Запишем II закон Ньютона при смещении цилиндров из положения равновесия на малое расстояние x:

$ma_1 = -\rho_1 gS\cdot x + T$ (1); $ma_2 = +\rho_2 gS\cdot x + T$ (2);

Учитывая связь цилиндров $a_1 = -a_2 = a$, и вычитая (2) из (1), получаем:

$2ma = -\left(\rho_1 + \rho_2\right)gS\cdot x\,;$

Заменив m в левой части на $m = \rho_0 V = \rho_0 SH$, получаем уравнение колебаний

$a = -\dfrac{\left(\rho_1 + \rho_2\right)g}{2\rho_0 H}\cdot x$ с периодом $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2\rho_0 H}{\left(\rho_1 + \rho_2\right)g}}$

Ответ: $H = \dfrac{gT^2}{8\pi^2}\cdot\dfrac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_0}$

Задача 3 (15)

$A_{12}\left(T_{12} = Const\right)$

$A_{23}\left(Q_{23} = 0\right)$

$T_{34} = T$

$A_{34} - ?$

Процессы $1-2$ и $3-4$ изотермические $\left(\Delta U = 0\right)\ \Rightarrow\ A_{12} = Q^+;\ A_{23} = Q^-;$

КПД: $\eta = 1 - \dfrac{T_{34}}{T_{12}}$ (1) и $\eta = 1 - \dfrac{Q^-}{Q^+} = 1 - \dfrac{A_{34}}{A_{12}}$ (2), получаем $A_{34} = A_{12}\cdot\dfrac{T_{34}}{T_{12}}$ (3).

$Q_{23} = 0\ \Rightarrow\ A_{23} = -\Delta U_{23} = \dfrac{3}{2}\nu R\left(T_{12} - T_{34}\right)\ \Rightarrow\ T_{12} = T_{34} + \dfrac{2A_{23}}{3\nu R}$ (4)

Из (3) и (4) получаем $A_{34} = A_{12}\cdot\dfrac{T_{34}}{T_{34} + \dfrac{2A_{23}}{3\nu R}}$

Ответ: $A_{34} = A_{12}\cdot\dfrac{3\nu RT}{3\nu RT + 2A_{23}}$

Задача 4 (10)

$q_1 = -q$

$q_2 = +4q$

$r_1 = R$

$r_2 = 2R$

$\dfrac{|F_{before}|}{|F_{after}|} - ?$

$$F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \left|\frac{q_1 q_2}{q_1' q_2'}\right|$$

При соединении шариков их потенциалы выравниваются $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow$

$\dfrac{q_1'}{C_1} = \dfrac{q_2'}{C_2}$, где $C_{1,2} = 4\pi\varepsilon_0 r_{1,2}$ - электроемкости шариков $\Rightarrow q_1' \cdot r_2 = q_2' \cdot r_1$ (1)

Используя закон сохранения заряда $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$ из (1) получаем:

$q_1' = \dfrac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_1$ и $q_2' = \dfrac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_2$, тогда отношение сил взаимодействия будет равно

$$\frac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \left|\frac{q_1 q_2}{q_1' q_2'}\right| = \frac{|q_1 q_2|}{r_1 r_2} \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{q_1 + q_2}\right)^2.$$

Ответ: $\dfrac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \dfrac{|4q^2|}{2R^2} \cdot \left(\dfrac{3R}{3q}\right)^2 = 2$.

Задача 5 (20)

$R_{12} = R_{34} = 1\,Ohm$

$R_{23} = R_{41} = 2\,Ohm$

$\dfrac{|B_I|}{|B_{II}|} - ?$

Магнитное поле каждой стороны квадрата пропорционально силе тока в ней

I способ подключения:

Ток в ветви $1-2$: $I_{12} = \dfrac{U}{R_{12}}$, ток в ветви $1-4-3-2$: $I_{1432} = \dfrac{U}{R_{41} + R_{34} + R_{23}}$

Учитывая противоположное направление токов и количество сторон $(1:3)$:

$$B_I \propto \frac{1}{R_{12}} - \frac{3}{R_{41} + R_{34} + R_{23}}.$$

II способ подключения: аналогично получаем $B_{II} \propto \dfrac{3}{R_{12} + R_{41} + R_{34}} - \dfrac{1}{R_{23}}$.

Ответ: $\dfrac{|B_I|}{|B_{II}|} = \dfrac{\dfrac{1}{R_{12}} - \dfrac{3}{R_{41} + R_{34} + R_{23}}}{\dfrac{3}{R_{12} + R_{41} + R_{34}} - \dfrac{1}{R_{23}}} = \dfrac{\dfrac{1}{1} - \dfrac{3}{2+1+2}}{\dfrac{3}{1+2+1} - \dfrac{1}{2}} = \dfrac{2/5}{1/4} = \dfrac{8}{5}$.

Задача 6 (15)

$\Gamma_1 = 3$

$D_2 = \dfrac{1}{2} D_1$

$d_1 = d_2 = d$

$\Gamma_2 - ?$

Из формулы тонкой линзы $\pm\dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{d} = D$ и определения увеличения $\Gamma = \dfrac{H}{h} = \dfrac{f}{d}$

исключаем расстояние до изображения f и получаем $D_{1,2} d = 1 \pm \dfrac{1}{\Gamma_{1,2}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow D_2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\Gamma_1}\right) = D_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{\Gamma_2}\right) \Rightarrow \Gamma_2 = \frac{1}{1 - \dfrac{D_2}{D_1} \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\Gamma_1}\right)} = \frac{1}{1 - \dfrac{1}{2} \cdot \left(1 + \dfrac{1}{3}\right)} = 3.$$

Ответ: $\Gamma_2 = 3$; увеличение изображения не изменится, но оно станет мнимым и прямым

ЛИСТ ОТВЕТОВ

№ п/п	**ВАРИАНТ № 2** ВАШИ ОТВЕТЫ	Колонки для преподавателя		
1	$\upsilon_{1m} = \frac{L}{4}\sqrt{\frac{\kappa}{3m}}$; $\upsilon_{2m} = \frac{L}{4}\sqrt{\frac{3\kappa}{m}}$	10		
2	$\rho = \frac{2\pi^2}{T^2} \cdot \frac{L}{g} \cdot \left(\rho_1 + \rho_2\right)$	30		
3	$A_{12} = A_{34} \cdot \frac{3\nu RT}{3\nu RT - 2A_{41}}$	15		
4	$\frac{\lvert F_{до} \rvert}{\lvert F_{после} \rvert} = \frac{\lvert q_1 q_2 \rvert}{r_1 r_2} \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{q_1 + q_2}\right)^2 = 1$	10		
5	$\frac{\lvert B_I \rvert}{\lvert B_{II} \rvert} = \frac{7}{4}$	20		
6	$F = L\frac{\sqrt{n}}{\left(1 + \sqrt{n}\right)^2} = 15\,см$	15		
	ИТОГО:			
	Подпись преподавателя			

Задача 1 (10)

$m_1 = 3m\,; m_2 = m$

$\kappa\,;$

$\ell_0 = L\,;\ \ell_1 = \dfrac{L}{\eta}$

$\eta = 2\,;$

$\upsilon_{1\max}, \upsilon_{2\max} - ?$

Из ЗСИ $\Rightarrow\ p_{1m} = p_{2m} = p_m \ \Rightarrow\ \upsilon_{1m,2m} = \dfrac{p_m}{m_{1,2}}$

Из ЗСЭ $\Rightarrow\ \dfrac{\kappa\Delta\ell^2}{2} = \dfrac{p_m^2}{2m_1} + \dfrac{p_m^2}{2m_2}\ \Rightarrow\ p_m = \Delta\ell\sqrt{\dfrac{\kappa m_1 m_2}{m_1 + m_2}}$

$$\upsilon_{1m} = \left|\Delta\ell\right|\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{\kappa}{m_1 + m_2}} = \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)L\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{\kappa}{m_1 + m_2}}$$

$$\upsilon_{2m} = \left|\Delta\ell\right|\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{\kappa}{m_1 + m_2}} = \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)L\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{\kappa}{m_1 + m_2}}$$

Ответ: $\upsilon_{1m} = \dfrac{L}{4}\sqrt{\dfrac{\kappa}{3m}}\,;\ \upsilon_{2m} = \dfrac{L}{4}\sqrt{\dfrac{3\kappa}{m}}\,.$

Задача 2 (30)

$L_1 = L_2 = L$

$\rho_1; \rho_2$

T

$\rho - ?$

Запишем II закон Ньютона при смещении цилиндров из положения равновесия на малое расстояние x:

$m_1 a_1 = -\rho g S\cdot x + T$ (1); $m_2 a_2 = +\rho g S\cdot x + T$ (2);

Учитывая связь цилиндров $a_1 = -a_2 = a$, и вычитая (2) из (1), получаем:

$\left(m_1 + m_2\right)a = -2\rho g S\cdot x\,;$

Заменив $m_{1,2}$ в левой части на $m_{1,2} = \rho_{1,2}V = \rho_{1,2}SL$, получаем уравнение колебаний

$a = -\dfrac{2\rho g}{\left(\rho_1 + \rho_2\right)L}\cdot x$ с периодом $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\left(\rho_1 + \rho_2\right)L}{2\rho g}}$

Ответ: $\rho = \dfrac{2\pi^2}{T^2}\cdot\dfrac{L}{g}\cdot\left(\rho_1 + \rho_2\right)$

Задача 3 (15)

$A_{34}\left(T_{34} = Const\right)$

$A_{41}\left(Q_{41} = 0\right)$

$T_{12} = T$

$A_{12} - ?$

Процессы $1-2$ и $3-4$ изотермические $\left(\Delta U = 0\right)\ \Rightarrow\ A_{12} = Q^+\,;\ A_{23} = Q^-\,;$

КПД: $\eta = 1 - \dfrac{T_{34}}{T_{12}}$ (1) и $\eta = 1 - \dfrac{Q^-}{Q^+} = 1 - \dfrac{A_{34}}{A_{12}}$ (2), получаем $A_{12} = A_{34}\cdot\dfrac{T_{12}}{T_{34}}$ (3).

$Q_{41} = 0\ \Rightarrow\ A_{41} = -\Delta U_{41} = \dfrac{3}{2}\nu R\left(T_{12} - T_{34}\right)\ \Rightarrow\ T_{34} = T_{12} - \dfrac{2A_{41}}{3\nu R}$ (4)

Из (3) и (4) получаем $A_{12} = A_{34}\cdot\dfrac{T_{12}}{T_{12} - \dfrac{2A_{41}}{3\nu R}}$

Ответ: $A_{12} = A_{34}\cdot\dfrac{3\nu RT}{3\nu RT - 2A_{41}}$

Задача 4 (10)

$q_1 = +2q$

$q_2 = +q$

$r_1 = R$

$r_2 = 2R$

$\dfrac{|F_{before}|}{|F_{after}|} - ?$

$$F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \left|\frac{q_1 q_2}{q_1' q_2'}\right|$$

При соединении шариков их потенциалы выравниваются $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow$

$\dfrac{q_1'}{C_1} = \dfrac{q_2'}{C_2}$, где $C_{1,2} = 4\pi\varepsilon_0 r_{1,2}$ - электроемкости шариков $\Rightarrow q_1' \cdot r_2 = q_2' \cdot r_1$ (1)

Используя закон сохранения заряда $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$ из (1) получаем:

$q_1' = \dfrac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_1$ и $q_2' = \dfrac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_2$, тогда отношение сил взаимодействия будет равно:

$$\frac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \left|\frac{q_1 q_2}{q_1' q_2'}\right| = \frac{|q_1 q_2|}{r_1 r_2} \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{q_1 + q_2}\right)^2.$$

Ответ: $\dfrac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \dfrac{|2q^2|}{2R^2} \cdot \left(\dfrac{3R}{3q}\right)^2 = 1$.

Задача 5 (20)

$R_{12} = R_{34} = R_{56} = 1\,Ohm$

$R_{23} = R_{45} = R_{61} = 2\,Ohm$

$\dfrac{|B_I|}{|B_{II}|} - ?$

Поле каждой стороны шестиугольника пропорционально силе тока в ней

I способ подключения: Ток в ветви $1-2:\ I_{12} = \dfrac{U}{R_{12}}$

Ток в ветви $1-6-5-4-3-2:\ I_{165432} = \dfrac{U}{R_{61} + R_{56} + R_{45} + R_{34} + R_{23}}$

Учитывая противоположное направление токов и количество сторон $(1:5)$:

$$B_I \propto \frac{1}{R_{12}} - \frac{5}{R_{61} + R_{56} + R_{45} + R_{34} + R_{23}}.$$

II способ подключения: аналогично получаем

$$B_{II} \propto \frac{5}{R_{12} + R_{61} + R_{56} + R_{45} + R_{34}} - \frac{1}{R_{23}}.$$

Ответ: $\dfrac{|B_I|}{|B_{II}|} = \dfrac{\frac{1}{R_{12}} - \frac{5}{R_{61}+R_{56}+R_{45}+R_{34}+R_{23}}}{\frac{5}{R_{12}+R_{61}+R_{56}+R_{45}+R_{34}} - \frac{1}{R_{23}}} = \dfrac{\frac{1}{1} - \frac{5}{2+1+2+1+2}}{\frac{5}{1+2+1+2+1} - \frac{1}{2}} = \dfrac{3/8}{3/14} = \dfrac{7}{4}$.

Задача 6 (15)

$d_1 + f_1 = L$

$d_2 + f_2 = L$

$\Gamma_1 > 1;\ \Gamma_2 < 1$

$\dfrac{H_1}{H_2} = n = 9$

$F - ?$

Из принципа обратимости лучей $\Rightarrow d_1 = f_2;\ f_1 = d_2$ и $\Gamma_1 \Gamma_2 = 1$

Учитывая, что $\dfrac{H_1}{H_2} = \dfrac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = n$, получаем $\Gamma_1 = \sqrt{n}$ и $\Gamma_2 = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

$$\begin{cases} d_1 + f_1 = L \\ \Gamma_1 = \dfrac{f_1}{d_1} = \sqrt{n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = L\dfrac{1}{1+\sqrt{n}} \\ f_1 = L\dfrac{\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}} \end{cases} \Rightarrow F = \frac{d_1 f_1}{d_1 + f_1} = \frac{L\frac{1}{1+\sqrt{n}} \cdot L\frac{\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}}{L} = L\frac{\sqrt{n}}{\left(1+\sqrt{n}\right)^2}.$$

$$F = L\frac{\sqrt{n}}{\left(1+\sqrt{n}\right)^2} = 80\,cm \cdot \frac{\sqrt{9}}{\left(1+\sqrt{9}\right)^2} = 80\,cm \cdot \frac{3}{4^2} = \frac{240\,cm}{16} = 15\,cm$$

Ответ: $F = L\dfrac{\sqrt{n}}{\left(1+\sqrt{n}\right)^2} = 15\,cm$.

ЛИСТ ОТВЕТОВ

№ п/п	**ВАРИАНТ № 3** ВАШИ ОТВЕТЫ	Колонки для преподавателя		
1	$\upsilon_{1m} = \left(L - L_0\right)\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{\kappa}{m_1+m_2}}$	10		
2	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}\cdot\frac{4\rho_1\rho_2 - \rho_0\left(\rho_2+\rho_1\right)}{2\rho_0\left(\rho_2+\rho_1-\rho_0\right)}}$	30		
3	$A_{41} = \frac{3}{2}\nu RT\frac{A}{A_{34}}$	15		
4	$\frac{\lvert F_{до}\rvert}{\lvert F_{после}\rvert} = \frac{\lvert q_1 q_2\rvert}{r_1 r_2}\cdot\left(\frac{r_1+r_2}{q_1+q_2}\right)^2 = 9$	10		
5	$\frac{\lvert B_I\rvert}{\lvert B_{II}\rvert} = \frac{2}{3}$	20		
6	$\Delta x = L\frac{\Gamma_1+\Gamma_2-2}{\Gamma_1-\Gamma_2} = 30\,см$	15		
	ИТОГО:			
	Подпись преподавателя			

Задача 1 (10)

m_1 ; m_2

$\ell_0 = L_0$;

$\ell_1 = L$

κ ;

$\upsilon_{1\max}, \upsilon_{2\max} - ?$

Из ЗСИ $\Rightarrow\ p_{1m} = p_{2m} = p_m \ \Rightarrow\ \upsilon_{1m,2m} = \dfrac{p_m}{m_{1,2}}$

Из ЗСЭ $\Rightarrow\ \dfrac{\kappa\Delta\ell^2}{2} = \dfrac{p_m^2}{2m_1} + \dfrac{p_m^2}{2m_2} \ \Rightarrow\ p_m = \Delta\ell\sqrt{\dfrac{\kappa m_1 m_2}{m_1 + m_2}}$, где $\Delta\ell = L - L_0$

$$\upsilon_{1m} = \frac{p_m}{m_1} = \left|\Delta\ell\right|\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{\kappa}{m_1+m_2}} = \left(L - L_0\right)\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{\kappa}{m_1+m_2}}$$

Ответ: $\upsilon_{1m} = \left(L - L_0\right)\sqrt{\dfrac{m_2}{m_1}\cdot\dfrac{\kappa}{m_1+m_2}}$.

Задача 2 (30)

$L_1 = L_2 = L$

$\rho_1; \rho_2$

ρ_0

$d_1 = d_2 = \dfrac{L}{2}$

$T - ?$

Запишем II закон Ньютона при смещении цилиндров из положения равновесия на малое расстояние x :

$m_1 a_1 = -\rho_0 g S_1 \cdot x + T$ (1); $m_2 a_2 = +\rho_0 g S_2 \cdot x + T$ (2)

Учитывая связь цилиндров $a_1 = -a_2 = a$, и вычитая (2) из (1), получаем:

$\left(m_1 + m_2\right)a = -\rho_0 g\left(S_1 + S_2\right)\cdot x$; Заменив $m_{1,2}$ в левой части на $m_{1,2} = \rho_{1,2}V = \rho_{1,2}S_{1,2}L$,

получаем уравнение колебаний: $a = -\dfrac{\rho_0 g}{L}\cdot\dfrac{S_1 + S_2}{\rho_1 S_1 + \rho_2 S_2}x$ (3);

В состоянии равновесия:

$m_{1,2}g = \rho_0 g\dfrac{L}{2}S_{1,2} + T \ \Rightarrow\ \dfrac{\rho_1 L S_1 g - \rho_0\frac{L}{2}S_1 g}{\rho_2 L S_2 g - \rho_0\frac{L}{2}S_2 g} = 1 \ \Rightarrow\ \dfrac{S_2}{S_1} = \dfrac{2\rho_1 - \rho_0}{2\rho_2 - \rho_0}$ (4)

Из (3) и (4) следует: $a = -\frac{\rho_0 g}{L}\frac{2\rho_2 - \rho_0 + 2\rho_1 - \rho_0}{\rho_1(2\rho_2 - \rho_0) + \rho_2(2\rho_1 - \rho_0)}x = -\dfrac{2\rho_0 g}{L}\cdot\dfrac{\rho_2 + \rho_1 - \rho_0}{4\rho_1\rho_2 - \rho_0\left(\rho_2 + \rho_1\right)}x$

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}\cdot\dfrac{4\rho_1\rho_2 - \rho_0\left(\rho_2 + \rho_1\right)}{2\rho_0\left(\rho_2 + \rho_1 - \rho_0\right)}}$

Задача 3 (15)

$A_{34}\left(T_{34} = Const\right)$

$T_{34} = T$

$A_{12341} = A$

$A_{41} - ?$

Процессы $1-2$ и $3-4$ изотермические $\left(\Delta U = 0\right) \Rightarrow A_{12} = Q^+$; $A_{23} = Q^-$;

КПД: $\eta = 1 - \dfrac{T_{34}}{T_{12}}$ (1) и $\eta = \dfrac{A}{Q^+} = \dfrac{A}{A + Q^-} = \dfrac{A}{A + A_{34}}$ (2), получаем $T_{12} = T_{34}\cdot\left(1 + \dfrac{A}{A_{34}}\right)$.

$$Q_{41} = 0 \ \Rightarrow\ A_{41} = -\Delta U_{41} = \frac{3}{2}\nu R\left(T_{12} - T_{34}\right) = \frac{3}{2}\nu R\left(T_{34}\cdot\left(1 + \frac{A}{A_{34}}\right) - T_{34}\right) = \frac{3}{2}\nu R T_{34}\frac{A}{A_{34}}$$

Ответ: $A_{41} = \dfrac{3}{2}\nu R T\dfrac{A}{A_{34}}$

Задача 4 (10)

$q_1 = -q$

$q_2 = +2q$

$r_1 = R$

$r_2 = 2R$

$\dfrac{|F_{before}|}{|F_{after}|} - ?$

$$F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \left|\frac{q_1 q_2}{q_1' q_2'}\right|$$

При соединении шариков их потенциалы выравниваются $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow$

$\dfrac{q_1'}{C_1} = \dfrac{q_2'}{C_2}$, где $C_{1,2} = 4\pi\varepsilon_0 r_{1,2}$ - электроемкости шариков $\Rightarrow q_1' \cdot r_2 = q_2' \cdot r_1$ (1)

Используя закон сохранения заряда $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$ из (1) получаем:

$q_1' = \dfrac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_1$ и $q_2' = \dfrac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_2$, тогда отношение сил взаимодействия будет равно:

$$\frac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \left|\frac{q_1 q_2}{q_1' q_2'}\right| = \frac{|q_1 q_2|}{r_1 r_2} \cdot \left(\frac{r_1 + r_2}{q_1 + q_2}\right)^2.$$

Ответ: $\dfrac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \dfrac{|2q^2|}{2R^2} \cdot \left(\dfrac{3R}{q}\right)^2 = 9$.

Задача 5 (20)

$R_{12} = R_{23} = 1\,Ohm$

$R_{31} = 2\,Ohm$

$\dfrac{|B_I|}{|B_{II}|} - ?$

Магнитное поле каждой стороны треугольника пропорционально силе тока в ней

I способ подключения: Ток в ветви $1-2$: $I_{12} = \dfrac{U}{R_{12}}$

Ток в ветви $1-3-2$: $I_{132} = \dfrac{U}{R_{13} + R_{32}}$

Учитывая противоположное направление токов и количество сторон $(1:2)$:

$$B_I \propto \frac{1}{R_{12}} - \frac{2}{R_{13} + R_{32}}.$$

II способ подключения: аналогично получаем $B_{II} \propto \dfrac{2}{R_{12} + R_{23}} - \dfrac{1}{R_{13}}$.

Ответ: $\dfrac{|B_I|}{|B_{II}|} = \dfrac{\dfrac{1}{R_{12}} - \dfrac{2}{R_{13} + R_{32}}}{\dfrac{2}{R_{12} + R_{23}} - \dfrac{1}{R_{13}}} = \dfrac{\dfrac{1}{1} - \dfrac{2}{2+1}}{\dfrac{2}{1+1} - \dfrac{1}{2}} = \dfrac{1/3}{1/2} = \dfrac{2}{3}$.

Задача 6 (15)

$d_1 + f_1 = L = 60\,cm$

$d_2 + f_2 = L = 60\,cm$

$\Gamma_1 = 3$; $\Gamma_2 = \dfrac{1}{3}$.

$\Delta x = |d_2 - d_1|$

$\Delta x - ?$

Из принципа обратимости лучей $\Rightarrow d_1 = f_2$; $f_1 = d_2 \Rightarrow \begin{cases} d_1 + d_2 = L \\ f_1 + f_2 = L \end{cases}$

Учитывая, что $\Gamma_{1,2} = \dfrac{f_{1,2}}{d_{1,2}}$, имеем $\begin{cases} d_1 + d_2 = L \\ \Gamma_1 d_1 + \Gamma_2 d_2 = L \end{cases} \Rightarrow d_1 = L\dfrac{1-\Gamma_2}{\Gamma_1 - \Gamma_2}$; $d_2 = L\dfrac{\Gamma_1 - 1}{\Gamma_1 - \Gamma_2}$

$$\Delta x = |d_2 - d_1| = L\frac{(\Gamma_1 - 1) - (1 - \Gamma_2)}{\Gamma_1 - \Gamma_2} = L\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2 - 2}{\Gamma_1 - \Gamma_2} = 60\,cm\frac{3 + \frac{1}{3} - 2}{3 - \frac{1}{3}} = 30\,cm$$

Ответ: $\Delta x = L\dfrac{\Gamma_1 + \Gamma_2 - 2}{\Gamma_1 - \Gamma_2} = 30\,cm$.

ЛИСТ ОТВЕТОВ				
№ п/п	**ВАРИАНТ № 4** ВАШИ ОТВЕТЫ	Колонки для преподавателя		
1	$L_{\max}=L+\upsilon_0\sqrt{\frac{2m}{\kappa}}$	10		
2	$\omega=\sqrt{\frac{\mu g}{A}\cdot\left(1+\frac{M}{m}\right)}$, $\left(f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu g}{A}\cdot\frac{M+m}{m}}\right)$	20		
3	$\Delta m=\frac{m}{2}\cdot\frac{\xi_1-\xi_2}{\xi_1+\xi_2}=\frac{3}{10}m$	10		
4	$\frac{\lvert F_{до}\rvert}{\lvert F_{после}\rvert}=\frac{\lvert q_1q_2\rvert}{r_1r_2}\cdot\left(\frac{r_1+r_2}{q_1+q_2}\right)^2=2$	15		
5	$P_1=\frac{9}{16}P=5.625\,Вт$	15		
6	$\Delta x=\left\lvert 1-\frac{1}{\Gamma_1\Gamma_2}\right\rvert\Delta\ell=5\Delta\ell$	30		
ИТОГО:				
Подпись преподавателя				

Задача 1 (10)

$m_1 = m$;
$m_2 = m$
$v_{01} = v_0$;
$v_{02} = -v_0$
$\ell_0 = L$;

$L_{\max} - ?$

Из ЗСИ $\Rightarrow\ p_{1\min} = -p_{2\min} = p_{\min}\ \Rightarrow$ т.к. $m_1 = m_2$, то $v_{1,2\min} = 0$

Из ЗСЭ $\Rightarrow\ \dfrac{\kappa\Delta\ell^2}{2} = \dfrac{mv_0^2}{2} + \dfrac{mv_0^2}{2}\ \Rightarrow\ \Delta\ell = v_0\sqrt{\dfrac{2m}{\kappa}}$, где $\Delta\ell = L - L_0$

$L_{\max} = L + \Delta\ell$

Ответ: $L_{\max} = L + v_0\sqrt{\dfrac{2m}{\kappa}}$.

Задача 2 (20)

M, m

μ
$A_{\max} = A$

$\omega - ?$

Условие начала проскальзывания ящика - превышение упругой силой значения максимальной силы трения покоя:

$2\kappa A = \mu N = \mu\left(m + M\right)g\ \Rightarrow$ коэффициент жесткости $\kappa = \dfrac{\mu\left(m+M\right)g}{2A}$

Собственная частота колебаний данного пружинного маятника:

$\omega = \sqrt{\dfrac{2\kappa}{m}} = \sqrt{\dfrac{\mu\left(m+M\right)g}{mA}}$;

Ответ: $\omega = \sqrt{\dfrac{\mu g}{A}\cdot\left(1 + \dfrac{M}{m}\right)}$, $\left(f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\mu g}{A}\cdot\dfrac{M+m}{m}}\right)$

Задача 3 (10)

$T_{01} = T_{02} = T$
$V_1 = V_2 = V$
$m = \dfrac{m}{2} + \dfrac{m}{2}$
$T_1 = \xi_1 T; \xi_1 = 2$
$T_2 = \xi_2 T; \xi_2 = \dfrac{1}{2}$

$\Delta m - ?$

После изменения температур в состоянии механического равновесия должны быть одинаковы давления в сосудах $P_1 = P_2$;

Поскольку $PV = \nu RT = \dfrac{m}{\mu}RT\ \Rightarrow\ \left(\dfrac{m}{2} - \Delta m\right)T_1 = \left(\dfrac{m}{2} + \Delta m\right)T_2$

$$\left(\frac{m}{2} - \Delta m\right)\xi_1 = \left(\frac{m}{2} + \Delta m\right)\xi_2\ \Rightarrow\ \Delta m = \frac{m}{2}\cdot\frac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1 + \xi_2}$$

$$\Delta m = \frac{m}{2}\cdot\frac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1 + \xi_2} = \frac{m}{2}\cdot\frac{2 - \frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{m}{2}\cdot\frac{3}{5} = \frac{3}{10}m$$

Ответ: $\Delta m = \dfrac{m}{2}\cdot\dfrac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1 + \xi_2} = \dfrac{3}{10}m$

Задача 4 (15)

$q_1 = +q$

$q_2 = -4q$

$r_1 = R$

$r_2 = 2R$

$\dfrac{|F_{before}|}{|F_{after}|} - ?$

$$F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \left|\frac{q_1 q_2}{q_1' q_2'}\right|$$

При соединении шариков их потенциалы выравниваются $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow$

$\dfrac{q_1'}{C_1} = \dfrac{q_2'}{C_2}$, где $C_{1,2} = 4\pi\varepsilon_0 r_{1,2}$ - электроемкости шариков $\Rightarrow q_1' \cdot r_2 = q_2' \cdot r_1$ (1)

Используя закон сохранения заряда $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$ из (1) получаем:

$q_1' = \dfrac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_1$ и $q_2' = \dfrac{q_1 + q_2}{r_1 + r_2} r_2$, тогда отношение сил взаимодействия будет равно:

$$\frac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \left|\frac{q_1 q_2}{q_1' q_2'}\right| = \frac{|q_1 q_2|}{r_1 r_2}\cdot\left(\frac{r_1 + r_2}{q_1 + q_2}\right)^2.$$

Ответ: $\dfrac{|F_{before}|}{|F_{after}|} = \dfrac{|4q^2|}{2R^2}\cdot\left(\dfrac{3R}{-3q}\right)^2 = 2$.

Задача 5 (15)

$P_{2s} = P$

$P_{2p} = P$

$P = 10W$

$P_1 - ?$

При параллельном соединении источников: $P_{2p} = I^2 R = \left(\dfrac{\mathrm{E}}{R + r/2}\right)^2 R$

При последовательном соединении источников: $P_{2s} = I^2 R = \left(\dfrac{2\mathrm{E}}{R + 2r}\right)^2 R$

$\Rightarrow \left(\dfrac{\mathrm{E}}{R + r/2}\right)^2 R = \left(\dfrac{2\mathrm{E}}{R + 2r}\right)^2 R \Rightarrow R = r$, и тогда $P = \left(\dfrac{2\mathrm{E}}{R + 2R}\right)^2 R = \dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{\mathrm{E}^2}{R}$ (1)

При использовании одного источника: $P_1 = I^2 R = \left(\dfrac{\mathrm{E}}{R + r}\right)^2 R = \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{\mathrm{E}^2}{R}$ (2)

Сопоставляя (1) и (2) имеем $P_1 = \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{\mathrm{E}^2}{R} = \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{9}{4}\cdot P = \dfrac{9}{16}P = \dfrac{9}{16}10W = 5.625W$.

Ответ: $P_1 = \dfrac{9}{16}P = 5.625W$.

Задача 6 (30)

$\Gamma_1 = \dfrac{1}{2}$; $\Gamma_2 = \dfrac{1}{3}$

$\Delta f = \Delta\ell$.

$\Delta x - ?$

Перемещение предмета Δx складывается из перемещения его относительно линзы $\Delta d = d_1 - d_2$ и линзы относительно экрана $\Delta f = f_1 - f_2$: $\Delta x = \Delta f + \Delta d$.

Учитывая, что $\Gamma_{1,2} = \dfrac{f_{1,2}}{d_{1,2}}$, имеем $f_1 - f_2 = \Delta\ell \quad \Rightarrow \quad \Gamma_1 d_1 - \Gamma_2 d_2 = \Delta\ell$ (1)

Из уравнения тонкой линзы $\dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{d_1} = \dfrac{1}{f_2} + \dfrac{1}{d_2} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{d_1}\left(1 + \dfrac{1}{\Gamma_1}\right) = \dfrac{1}{d_2}\left(1 + \dfrac{1}{\Gamma_2}\right)$ (2)

Решая совместно (1) и (2) получаем $d_{1,2} = \dfrac{1 + \Gamma_{1,2}^{-1}}{\Gamma_1 - \Gamma_2}$, причем $d_2 > d_1$, т.е. перемещение относительно линзы направлено от нее $\Delta d = d_1 - d_2 = \dfrac{\Gamma_1^{-1} - \Gamma_2^{-1}}{\Gamma_1 - \Gamma_2}\Delta\ell = -\dfrac{\Delta\ell}{\Gamma_1\Gamma_2}$

Ответ: $\Delta x = \left|1 - \dfrac{1}{\Gamma_1\Gamma_2}\right|\Delta\ell = 5\Delta\ell$.