

10-11 класс

№11

Рассмотрим число 0, а оставшиеся 9 чисел разобьем на три тройки последовательных чисел. Если бы в каждой тройки сумма чисел была не более 13, то сумма всех чисел была бы не более $3 \cdot 13 = 39$. Но сумма всех чисел равна 45 – противоречие.

№12

6.1

Из минимальности следует, что $n-1=m^2$ и, по условию, $n+2015 < (m+1)^2$. Значит, $2016 < (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$. Откуда $m \geq 1008$. Осталось заметить, что $n=1008^2+1$ подходит.

№13

Так как коэффициент при x^2 положителен при любом значении параметра a , то условие задачи равносильно тому, что указанная функция в точке $x = 1$ принимает отрицательное значение. Отсюда $a \in (-2 - \sqrt{11}; -2 + \sqrt{11})$.

Ответ. $a \in (-2 - \sqrt{11}; -2 + \sqrt{11})$.

№14

Вычитая из первого равенства второе, получаем: $\sin \alpha - \cos \alpha - \cos(\beta + \gamma) = \frac{1}{2}$, то есть

$\sin \alpha - \cos \alpha - \cos(\pi - \alpha) = \sin \alpha = \frac{1}{2}$. Возможны два случая:

1) $\alpha = 30^\circ$. Тогда $\sin \beta \sin \gamma = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $\cos \beta \cos \gamma = -\frac{\sqrt{3}}{4}$. Откуда $\cos(\beta - \gamma) = 0$, то есть $\beta - \gamma = \pm 90^\circ$. Но $\beta + \gamma = 150^\circ$. Значит $\{\beta, \gamma\} = \{30^\circ, 120^\circ\}$

2) $\alpha = 150^\circ$. Тогда $\cos \beta \cos \gamma = \frac{3\sqrt{3}}{4} > 1$, что невозможно.

Ответ. $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$.

№15

Из того, что $\angle ECF = 90^\circ$, следует, что EF – диаметр окружности и $CG = \frac{1}{2}CD$. Пусть

$\alpha = \angle A$, тогда $\angle ACD = 90^\circ - \alpha \Rightarrow CE = CD \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = CD \sin \alpha$. Аналогично, $\angle B = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle BCD = \alpha \Rightarrow CF = CD \cos \alpha$. Из данного в условии соотношения получаем: $\frac{1}{4}CD^2 = CD^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha$, т.е. $\frac{1}{2} = \sin 2\alpha$, $2\alpha = 30^\circ$.

Ответ. $15^\circ, 75^\circ, 90^\circ$.