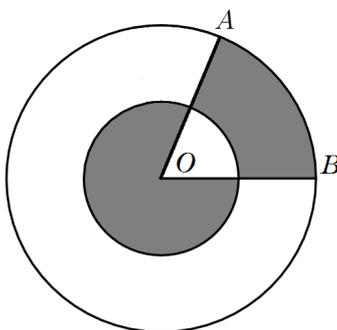


**Северо-Восточная олимпиада по математике
2017-2018 учебный год
Заключительный этап**

11 класс

11.1. Петя написал на доске пятизначное число, состоящее из различных четных цифр. Вася стер одну цифру так, чтобы получившееся число делилось на 18. Какую цифру стер Вася?

11.2. Два круга с радиусами 1 и 2 имеют общий центр O . Площадь закрашенной области в три раза меньше площади большего круга. Найдите угол $\angle AOB$.



11.3. Докажите, что $\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$ рациональное число.

11.4. В ряд выписаны n целых чисел, так чтобы сумма любых семи подряд идущих чисел положительна, а сумма любых одиннадцати подряд идущих чисел отрицательна. При каком наибольшем n это возможно?

11.5. Дана функция $f(x)$, удовлетворяющая условию

$$f(xy + 1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2.$$

Чему равно $f(2017)$, если известно, что $f(0) = 1$?

6. В пространстве расположены два равных правильных тетраэдра со стороной $\sqrt{6}$. Известно, что их центры совпадают. Докажите, что объем их общей части больше чем $\frac{1}{2}$.

7. Дана бесконечная последовательность

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

Докажите, что для любого натурального $k \geq 3$, из этой последовательности можно выделить k членов, являющиеся последовательными членами некоторой арифметической прогрессии.