

## 11 класс

1. В ванной установлено два крана: с холодной и с горячей водой. Температура холодной воды составляет  $14^{\circ}$ , горячей –  $74^{\circ}$ . Ванна из крана с холодной водой заполняется за 21 минуту, а из крана с горячей водой – за 19 минут. Мария Ивановна решила сначала открыть кран с холодной водой. Через сколько минут она должна открыть кран с горячей водой, чтобы к моменту наполнения ванны температура воды была  $38^{\circ}$ ? (Пренебречь потерями тепла).

Ответ: 5 минут.

2. Точки  $A, B, C, D$  и  $E$  таковы, что никакие три из них не лежат на одной прямой и никакие четыре из них не лежат на одной плоскости. Через середины отрезков  $AB, BC, DA$  и  $AE$  проведены плоскости, перпендикулярные этим отрезкам. Докажите, что эти четыре плоскости имеют общую точку тогда и только тогда, когда точки  $A, B, C, D$  и  $E$  лежат на одной сфере.

Пояснение: Общая точка этих четырех плоскостей есть центр сферы.

3. Решить неравенство  $\frac{3^{|2x-1|}}{3^x} \leq \operatorname{tg}\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

Ответ: 0,5.

4. Найдите наименьшее чётное положительное число  $a$ , такое, что  $a + 1$  делится на 3,  $a + 2$  – на 5,  $a + 3$  – на 7,  $a + 4$  – на 11,  $a + 5$  – на 13.

Ответ: 788.

5. Стороны выпуклого четырехугольника  $ABCD$  продолжены так, что точка  $B$  лежит на отрезке  $AB_1$ , и длина  $AB_1 = 3AB$ , точка  $C$  лежит на отрезке  $BC_1$ , и длина  $BC_1 = 3BC$ , точка  $D$  лежит на отрезке  $CD_1$ , и длина  $CD_1 = 3CD$ , точка  $A$  лежит на отрезке  $DA_1$ , и длина  $DA_1 = 3DA$ . Площадь четырехугольника  $ABCD$  равна  $S$ . Найдите площадь четырехугольника  $A_1B_1C_1D_1$ .

Ответ:  $13S$ .

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{(x-1)^2 + (a+2)^2} = |x+a+1| + |x-a-3|$$

имеет единственный корень.

Ответ:  $a = -2$ .

7. По круговой дорожке длиной 30 километров бегут 21 спортсмен. Докажите, что в любой момент времени существует 100 пар спортсменов, расстояние между которыми не более 10 километров.

Пояснение: Доказывается методом математической индукции. Для  $2n + 1$  спортсмена найдутся  $n^2$  пар спортсменов, расстояние между которыми не более 10 километров.

**Критерии определения победителей и призеров олимпиады школьников  
заключительного этапа олимпиады по математике  
2016-2017 учебный год**

Подведение итогов Олимпиады проводится по результатам личного (индивидуального) зачета.

Победители и призеры этапов Олимпиады определяются путем оценивания зашифрованных (обезличенных) олимпиадных работ участников Олимпиады на основании рейтинговой таблицы участников Олимпиады, сформированной Жюри Олимпиады на основании суммы баллов, полученной участником за выполнение олимпиадных заданий, с учетом результатов апелляции.

Победители и призеры заключительного этапа Олимпиады признаются победителями и призерами Олимпиады.

Общее количество победителей и призеров каждого этапа Олимпиады не должно превышать 25 процентов от общего фактического числа участников данного этапа Олимпиады. Количество победителей каждого этапа Олимпиады не должно превышать 8 процентов от общего фактического числа участников этапа Олимпиады.

**Числовые показатели определения  
победителей и призеров**

<b>МАТЕМАТИКА</b>	<b>Победитель 1 степень</b>	<b>Призер 2 степень</b>	<b>Призер 3 степень</b>
5 класс	21-35 б.	17-20 б.	14-16 б.
6 класс	22-35 б.	19-21 б.	17-18 б.
7 класс	21-35 б.	19-21 б.	17-18 б.
8 класс	21-35 б.	17-20 б.	14-16 б.
9 класс	21-35 б.	17-20 б.	8-16 б.
10 класс	21-35 б.	17-20 б.	14-16 б.
11 класс	23-49 б.	19-22 б.	13-18 б.