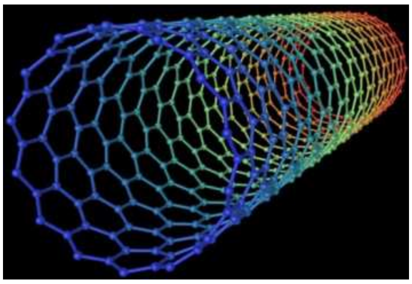
11 класс. Заключительный этап
Вариант 1

Задача 1. Углеродная нанотрубка состоит из правильных шестиугольных ячеек, на вершинах которых находятся атомы углерода (см. рис.). Расстояние между ближайшими соседними атомами r приблизительно равно 0,15 нм. Диаметр одной трубки d взять примерно равным 3,3 нм. Углеродная связь разрывается, если приложить к ней силу f=3,9 нН. Считая, что при растяжении первыми разрываются связи, направленные вдоль приложенной силы, определить массу груза, которую может выдержать нить диаметром D=200 мкм, состоящая из нанотрубок. (1 нано=10^{-9})



Решение. При подвешивании груза к нити сила действует вдоль оси (рис.1). Найдем количество связей, ориентированных вдоль направления силы. Для этого рассмотрим одну ячейку нанотрубки. Угол при вершине правильного шестиугольника равен 120^0. Тогда полуширину одной ячейки (см. рис.2) можно определить по формуле:

$$x=a\cdot\sin60=a\sqrt{3}/2$$

Ширина одной ячейки будет $2x=a\sqrt{3}$.

Количество связей, ориентированных вдоль направления силы, найдем, поделив длину окружности нанотрубки на ширину ячейки:

$N=\dfrac{\pi d}{a\sqrt{3}}$ Сила разрыва одной трубки $F=f\cdot N$

Рис.1

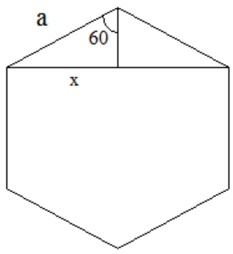


Рис.2

Количество нанотрубок в нити $n=\pi D^2/\pi d^2$

Определяем силу разрыва нити:

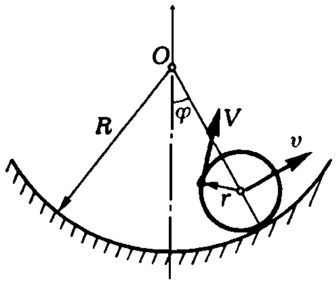
$F=\frac{D^2}{d^2}f\frac{\pi d}{a\sqrt{3}}=\frac{D^2}{d}f\frac{\pi}{a\sqrt{3}}=\frac{200^2\cdot10^{-12}}{3{,}3\cdot10^{-9}}\,3{,}9\cdot10^{-9}\,\frac{3{,}14}{0{,}15\cdot10^{-9}\sqrt{3}}$=571Н

Масса, которую может выдержать нить $m=F/g\approx58$ кг.

№	Критерии оценивания	баллы
1	Рассчитана ширина одной ячейки нанотрубки	2 б
2	Правильно рассчитано количество связей углерода в нанотрубке, ориентированных вдоль направления силы	2б
3	Записана формула для силы разрыва одной нанотрубки	1б
4	Записана формула для количества нанотрубок в нити	2б
5	Записана формула для силы разрыва нити	2б
6	Получен правильный численный результат для массы	1б

Задача 2.Тонкий обруч радиусом r катается без скольжения по внутренней поверхности цилиндра радиусом R, совершая малые колебания около положения равновесия. Найдите период этих колебаний.

Решение:



Данный обруч нельзя рассматривать как физический маятник из-за вращения обруча вокруг собственной оси, т.к. по условию задачи обруч катается без скольжения.

Для составления уравнения движения центра масс обруча воспользуемся энергетическими соображениями. В произвольный момент времени t обруч обладает кинетической энергией E_{k1}, связанной с движением центра масс по окружности радиусом R-r, кинетической энергией E_{k2} вращательного движения относительно центра масс и потенциальной энергией E_p в поле тяжести Земли.

Пусть скорость центра масс обруча равна v тогда кинетическая энергия $E_{k1}=\dfrac{mv^2}{2}$ (m - масса обруча).

Поскольку обруч тонкий, то кинетическая энергия $E_{k2} = \frac{mV^2}{2}$, где V – линейная скорость вращательного движения обруча. При качении без проскальзывания $V=v$, поэтому

$$E_{k1} = E_{k2} = \frac{mv^2}{2}.$$

Если за нулевой уровень потенциальной энергии выбрать уровень центра масс обруча в положении устойчивого равновесия, то потенциальная энергия обруча

$$E_p = mg((R-r)-(R-r)\cos\varphi) = mg(R-r)(1-\cos\varphi) = \frac{mg(R-r)\varphi^2}{2},$$

(последнее приближенное равенство записано с учетом малости угла φ:
$1-\cos\varphi=2\sin^2\varphi/2=\varphi^2/2$).

Полная энергия обруча

$$E_{k1} + E_{k2} + E_p = mv^2 + \frac{mg(R-r)\varphi^2}{2}$$

остается постоянной во времени и, учитывая связь между линейной v и угловой скоростью движения центра масс по окружности радиусом R-r, имеем:

$$m(R-r)^2(\dot{\varphi})^2 + \frac{mg(R-r)\varphi^2}{2} = const.$$

Вычислив производную по времени имеем

$$2m(R-r)^2\dot{\varphi}\ddot{\varphi} + mg(R-r)\varphi\dot{\varphi} = 0,$$

находим, что

$$\dot{\varphi}\left(\ddot{\varphi} + \frac{g}{2(R-r)}\varphi\right) = 0.$$

Поскольку угловая скорость $\dot{\varphi}$ не равна нулю, то равно нулю выражение внутри скобки:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{2(R-r)}\varphi = 0.$$

Это и есть уравнение движения обруча. Следовательно циклическая частота (сравни с (2.1))

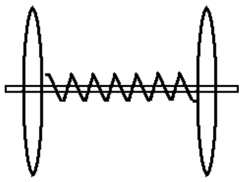
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2(R-r)}},$$

а период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2(R-r)}{g}}.$$

№	**Критерии оценивания**	**баллы**
1	Равенство линейной скорости и скорости центра масс	5.
2	Найдено значение потенциальной энергии	5
3	Закон сохранения энергии	10
4	Результат	5
	Решение в виде физического маятника	4

Задача 3. Две одинаковые линзы с фокусным расстоянием f=10 см и массой m=100 г соединены пружиной жесткостью k=10 Н/м и могут свободно перемещаться по горизонтальному стержню. В начальный момент линзы покоятся, а пружина не деформирована и имеет длину L_0=20 см (см. рис.). Какую скорость v_0 нужно сообщить одной из линз, чтобы в момент наибольшего сжатия пружины изображение одной линзы в другой стало мнимым?



Решение. Изображение будет мнимым, если расстояние между линзами l будет меньше фокусного расстояния f:

$$l<f. \qquad (1)$$

На систему внешние силы не действуют, поэтому импульс сохраняется. В момент наибольшего сжатия пружины движутся с одинаковыми скоростями u. Закон сохранения импульса и закон сохранения энергии системы:

$$m v_0=2 m u$$

$$\frac{mv_0^2}{2}=2\frac{mu^2}{2}+\frac{k(l_0-l)^2}{2}$$

Решив эту систему уравнений, находим:

$$v_0=\sqrt{\frac{2k}{m}}(l_0-l)$$

Из условия (1) следует, что:

$$v_0>\sqrt{\frac{2k}{m}}(l_0-f)=1{,}4\,м/с$$

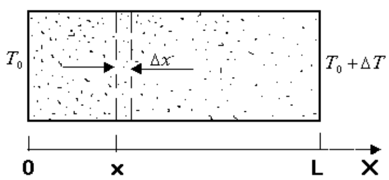
№	Критерии оценивания	баллы
1	Определено условие (1)	2 б
2	Установлено, что в момент наибольшего сжатия пружины движутся с одинаковыми скоростями	4 б
3	Правильно записана формула для закона сохранения импульса	4б
4	Правильно записана формула для закона сохранения энергии	4б
5	Найдено выражение для v_0	3б
6	Записано неравенство для v_0	2б
7	Правильный численный результат для скорости	1б

Задача 4. Длинный цилиндрический сосуд наполнен идеальным газом до давления p_0. Сначала температура цилиндра поддерживается постоянной и равной T_0. Затем температуру одной из торцевых стенок сосуда повышают на ΔT, а температура противоположной стенки остается прежней. Найти установившееся давление в сосуде и положение центра масс газа. Считать, что $\Delta T \ll T_0$. Цилиндр расположен горизонтально (см. рис. 3)

рис. 3

Решение. После установления равновесия в разных местах сосуда давление газа будет одним и тем же, а температура будет различной: больше вблизи более теплой стенки и меньше – противоположной.

Если $\Delta T \ll T_0$, то можно считать, что температура меняется по линейному закону. $T(x)=T_0\left(1+\frac{\Delta T}{T_0}\cdot\frac{x}{l}\right)$



(см. рис)

Мысленно разобьем сосуд на тонкие слои толщиной Δx такие, что температура в пределах каждого слоя можно считать температуру газа постоянной.
Для газа в каждом таком слое выполняется условие

$$p = n(x) \cdot k \cdot T(x),$$

где p - давление сосуда, k – постоянная Больцмана, n(x) – объемная концентрация газа в данном слое.

$$n(x) = \frac{p}{kT_0\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\frac{x}{l}\right)} \approx \frac{p}{kT_0}\left(1 - \frac{\Delta T}{T_0}\frac{x}{l}\right)$$

Видно, что концентрация тоже зависит от x (мы воспользуемся приближенным равенством $\frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha,$ при $\alpha << 1$) и по линейному закону меняется от $n_0 = \frac{p}{kT_0}$ у «холодной» стенки до

$n_l = \frac{p}{kT_0}\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)$ у «теплой» стенки. Среднее значение концентрации равно:

$$n_{\text{ср}} = \frac{n_0 + n_l}{2} = \frac{p}{kT_0}\left(1 - \frac{\Delta T}{T_0}\right)$$

Выразим через среднюю концентрацию полное число молекул в сосуде:
$$N = Sl\,n_{\text{ср}} = \frac{pSl}{kT_0}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}\right). \qquad (1)$$

S – площадь торца цилиндра. С другой стороны $N = Sl\,n_0 = \frac{p_0 Sl}{kT_0},$ (2)

где n_0 - концентрация газа в сосуде при p_0, T_0.

Из (1) и (2) находим давление в сосуде при установившемся равновесии:

$$p = \frac{p_0}{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}\right)} \approx p_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}\right)$$

Теперь найдем положение центра масс газа:

$$x_{\text{ц.м}} = \frac{S}{N}\int_0^L dx \cdot x \cdot n(x) = L\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\frac{\Delta T}{T_0}\right) \approx L\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\frac{\Delta T}{T_0}\right).$$

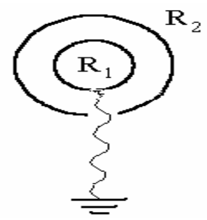
Таким образом, центр масс сместился в сторону более холодной стенки на

$$\Delta l = \frac{1}{12}\frac{\Delta T}{T_0}L$$

смещение центра масс кажется на первый взгляд парадоксальным, однако естественно объясняется взаимодействием молекул газа со стенками сосуда. Дело в том, что в процессе установления равновесия изменение импульса молекул, сталкивающихся с более теплой стенкой, будет больше, чем у тех, которые сталкиваются с противоположной стенкой. Это приведет к передаче импульса от стенок сосуда газу, а значит, и к смещению центра масс газа.

№	Критерии оценивания	баллы
1	Линейная зависимость температуры от расстояния	5
2	Использовано формула $p = n(x)\cdot k\cdot T(x)$,	5
3	Найдено значение давления как функцию от расстояния	10
4	Результат	5

Задача 5. Две тонкие концентрические проводящие сферы радиусами R_1 R_2 ($R_1<R_2$) несут на себе заряды q_1 и q_2, соответственно (см. рис.). Вычислите потенциалы сфер и энергию системы. Какой заряд останется на внутренней сфере, если ее заземлить? Как изменится энергия системы?



Решение. Потенциал любой точки можно найти по принципу суперпозиции – как сумму потенциала φ1(r), создаваемого зарядами первой сферы и потенциала φ2(r), создаваемого зарядами второй сферы. Для каждой точки во внешней области $r \geq R_2$ оба слагаемых надо вычислять по формуле (1) – получится потенциал поля точечного заряда.

Значит, потенциал внешней сферы ($r = R_2$) равен

$$\varphi(R_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1+q_2}{R_2}. \qquad (4)$$

В пространстве между сферами ($R_1<r<R_2$) вклад внутренней сферы надо вычислять по формуле (1), а вклад внешней сферы – по формуле (2):

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{R_2}.$$

Положив в этой формуле $r = R_2$, мы опять получим потенциал внешней сферы, а положив $r = R_1$, получим ответ для потенциала внутренней сферы:

$$\varphi(R_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{R_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{R_2}. \qquad (5)$$

Такой же потенциал будет у всех точек при $r<R_1$. Энергия этой системы зарядов равна

$$W = \frac{1}{2}q_1\varphi(R_1) + \frac{1}{2}q_2\varphi(R_2) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{R_1} + \frac{2q_1q_2}{R_2} + \frac{q_2^2}{R_2}\right).$$

Первый и третий члены представляют собой собственные энергии сфер, а второй член – энергию их взаимодействия.

После заземления внутренней сферы ее потенциал станет равным нулю. Применяя формулу (5), получим уравнение для нового заряда этой сферы:

$$0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1'}{R_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{R_2},$$

откуда найдем

$$q_1' = -q_2\frac{R_1}{R_2}.$$

С помощью формулы (4) найдем теперь новый потенциал внешней сферы:

$$\varphi'(R_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1'+q_2}{R_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2(R_2-R_1)}{R_2^2}.$$

Поскольку потенциал внутренней сферы теперь равен нулю, энергия системы в конечном состоянии равна

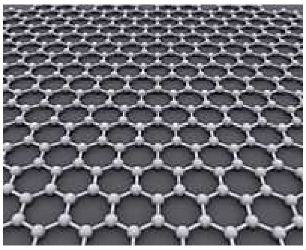
$$W' = \frac{1}{2} q_2 \varphi'(R_2) = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \frac{q_2^2 (R_2 - R_1)}{R_2^2}.$$

Видно, что конечная энергия системы меньше начальной. Это и понятно. Уменьшение электростатической энергии системы равно тому количеству теплоты, которое выделилось при перезарядке.

№	Критерии оценивания	баллы
1	Использован принцип суперпозиции	5
2	Получен потенциал внутренней сферы	5
3	Найдено энергия этой системы	5
4	Учет заземления	5
5	конечный результат	5

Вариант 2

Задача 1. Графен представляет собой однослойную плоскость, состоящую из правильных шестиугольных ячеек, на вершинах которого находятся атомы углерода (см. рис.). Расстояние между ближайшими соседними атомами r приблизительно равно 0,15 нм. Углеродная связь разрывается, если приложить к ней силу f=3,9 нН. Считая, что при растяжении первыми разрываются связи, направленные вдоль приложенной силы, определить массу груза, которую может выдержать нить толщиной D=70 мкм, состоящая из графеновых лент шириной L=1 мкм. Расстояние между соседними плоскостями графена принять равным d=0,35 нм. (1 нано=10^{-9})



Решение. При подвешивании груза к нити сила действует вдоль оси (рис.1). Найдем количество связей, ориентированных вдоль направления силы. Для этого рассмотрим одну ячейку графена. Угол при вершине правильного шестиугольника равен 120^0. Полуширину одной ячейки (см. рис.2) можно определить по формуле

$$x = a \cdot \sin 60 = a\sqrt{3}/2.$$

Тогда, ширина одной ячейки будет $2x = a\sqrt{3}$. Количество связей, ориентированных вдоль направления силы для полоски графена шириной L:

$$N = \frac{L}{a\sqrt{3}} + 1 \approx \frac{L}{a\sqrt{3}}$$

Единицей можно пренебречь, учитывая что $L/a\sqrt{3} = 3849 >> 1$.
Сила разрыва одной плоскости графена: $F = f \cdot N$

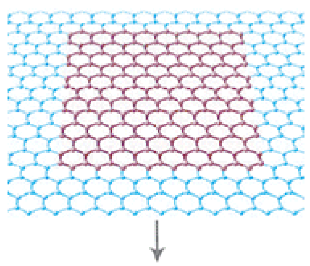


Рис.1

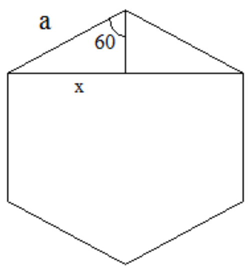


Рис.2

Количество плоскостей графена $n=D/d$. Определяем силу разрыва нити

$$F = \frac{D}{d} f \left(\frac{L}{a\sqrt{3}} + 1 \right) = \frac{70 \cdot 10^{-6}}{0{,}35 \cdot 10^{-9}} 3{,}9 \cdot 10^{-9} \left(\frac{10^{-6}}{0{,}15 \cdot 10^{-9} \sqrt{3}} + 1 \right) = 3H$$

$m = F/g \approx 0,3$ кг.

№	Критерии оценивания	баллы
1	Рассчитана ширина одной ячейки графена	2 б
2	Правильно рассчитано количество связей углерода в ленте графена, ориентированных вдоль направления силы	2 б
3	Записана формула для силы разрыва одной плоскости графена	1б
4	Записана формула для количества плоскостей в нити	2б
5	Записана формула для силы разрыва нити	2б
6	Правильный численный результат для массы	1б

Задача 2. Летающая тарелка в виде пластины площадью $S = 10$ м^2 висит в воздухе. Нижняя поверхность тарелки имеет температуру $t_1 = 100$ °С, а верхняя – $t_2 = 0$ °С. Температура воздуха $t_0 = 20$ °С. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па. Оцените по этим данным массу тарелки.

Решение. Будем считать, что молекулы ударяющиеся о поверхность тарелки, отражаются от нее со скоростью, соответствующей температуре
поверхности. Поэтому, для оценки давления газа температуры T_0 на поверхность, температура которой T, можно воспользоваться соотношением

$$P = P_0 \frac{T + T_0}{2T_0}$$

Эта формула может быть получена из следующих простых соображений: сила давления пропорциональна импульсу, передаваемому молекулами газа стенке в процессе удара, который в свою очередь пропорционален температуре газа. Если молекулы ударяются о поверхность той же температуры, что и газ то в среднем изменение импульса молекулы равно удвоенному первоначальному импульсу, в нашем же случае отраженные молекулы имеют скорость соответствующую температуре стенки, и их импульс по модулю возрастает после удара. Поэтому для оценки давления можно принять, что давление газа соответствует температуре равной среднему значению между температурами газа и стенки. Отметим, что данные рассуждения приводят к приближенному значению давления, более корректный расчет несколько сложнее, но приводит к результату незначительно отличающемуся от полученного. Следовательно, разность давлений

$$\Delta P = P_0 \frac{\Delta T}{2T_0}, \qquad \Delta T = T_2 - T_1.$$

Сила тяжести уравновешивается этой разностью давлений

$$mg = \Delta P S.$$

Откуда получаем

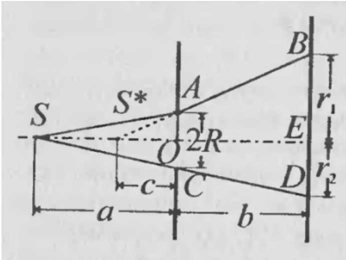
$$m = \frac{P_0 \Delta T}{2T_0 S g} = \frac{1,0 \cdot 10^5 \cdot 100}{2 \cdot 293 \cdot 10 \cdot 9,8} = 174 \text{ кг.}$$

№	Критерии оценивания	баллы
1	Сила давления пропорциональна импульсу	5
2	Давление газа соответствует температуре	5
3	Найдено формула разности давлений	10
4	Сила тяжести уравновешивается этой разностью	5
5	Конечный результат	5

Задача 3. В отверстие в тонкой непрозрачной перегородке плотно вставлена тонкая рассеивающая линза радиуса $R = 1$ *см*. Если перед линзой на ее главной оптической оси поместить точечный источник света, то на экране, находящемся по другую сторону от линзы на рас-

стоянии $b = 20$ *см*, появится светлое пятно радиуса $r_1 = 4$ *см*. Если же, не трогая экрана и источника, убрать линзу, то радиус пятна уменьшится до $r_2 = 2$ *см*. Найти оптическую силу линзы.

Решение.



На рис. точками S и S^* показаны источник света и его мнимое изображение в рассеивающей линзе.

На этом же рисунке на верхней его половине показан ход луча, проходящего через верхний край (точка A) рассеивающей линзы от источника S, а на нижней - прямой SC изображен луч, проходящий через нижний край отверстия в отсутствии линзы.

Из подобия треугольников S^*AO и S^*BE следует, что отношение расстояния c от изображения S^* до линзы к расстоянию $c + b$ от точки S^* до экрана должно быть равно отношению радиуса линзы R к радиусу светлого пятна r_1.

Поскольку треугольник SOC подобен треугольнику SLD, то отношение радиуса пятна r_2 к радиусу отверстия R должно быть равно $1 + b/a$, где a - расстояние от источника S до линзы.

Вместе с тем, из формулы для тонкой линзы следует, что расстояние a, c и оптическая сила D линзы должны удовлетворять соотношению

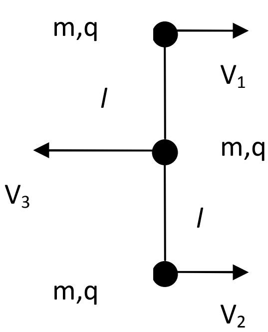
$$\frac{1}{a} - \frac{1}{c} = D.$$

Следовательно, искомая оптическая сила линзы

$D = (r_2 - r_1)/bR = -10$ **дптр.**

№	Критерии оценивания	баллы
1	Сделан рисунок в котором правильно показаны источник света и его изображение, а также показан ход луча, проходящего через верхний край (точка A) рассеивающей линзы от источника S, а на нижней - прямой SC изображен луч, проходящий через нижний край отверстия в отсутствии линзы.	5
2	Из подобия треугольников S^*AO и S^*BE следует, что отношение расстояния c от изображения S^* до линзы к расстоянию $c + b$ от точки S^* до экрана должно быть равно отношению радиуса линзы R к радиусу светлою пятна r_1, т.е. $\frac{c}{c+b} = \frac{R}{r_1}$	5
3	Из подобия треугольников SOC и SLD найдено, что $\frac{r_2}{R} = 1 + \frac{b}{a}$	5
4	Написано формула тонкой линзы $\frac{1}{a} - \frac{1}{c} = D$ и получено выражение и правильный ответ для оптической силы линзы $D = (r_2 - r_1)/bR = -10$ дптр	5

Задача 4. Три одноименно заряженных маленьких шарика, заряд каждого из которых q=10-6 Кл, а масса m=2г, соединены невесовыми, нерастяжимыми и непроводящими нитями длиной l=0,2м так, что нити образуют равносторонний треугольник. Одну из нитей пережигают. Найти максимальные скорости шариков. Силу тяжести не учитывать.



Решение. Первоначально на каждый из шариков действует пара равных по величине сил Кулона со стороны соседних шариков. Если одну из нитей пережечь, то силы Кулона заставят шарики двигаться.

Очевидно, что скорости шариков будут максимальными, когда они будут находиться в положении равновесия (см. рис.). Воспользуемся законом сохранения энергии. В начальный момент энергия системы равна энергии зарядов:

$$W_1 = 3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l},$$

а в конечный

$$W_2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 2l} + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2}.$$

Следовательно, с учетом, что $v_1 = v_2$, получим:

$$3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 2l} + 2\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2}$$, или

$$\frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} = 2\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2}.$$

Из закона сохранения импульса системы

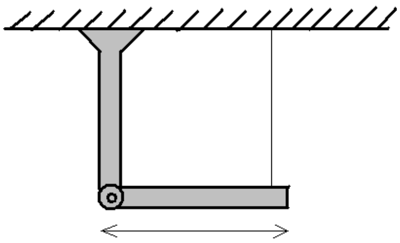
$mv_1 + mv_2 = mv_3$, или $2v_1 = v_3$.

Решая полученную систему уравнений, находим:

$v_1 = v_2 = \dfrac{q}{\sqrt{24\pi\varepsilon_0 ml}}$=1,9 м/с, $v_3=2v_1=3{,}8$ м/с.

№	Критерии оценивания	баллы
1	Закон сохранения энергии	10
2	Закон сохранения импульса	10
3	Результат	5

Задача 5. Один конец однородного твердого стержня массой *m=2 кг* и длиной *l*=1 м подвешен к вертикальной опоре с помощью идеального шарнира, а второй подвешен на нити, так что стержень находится в горизонтальном положении. В некоторый момент времени нить пережигают. Найти силу реакции опоры в шарнире при угле отклонения 45°.



Решение. Потенциальная энергия стержня *U= mgl/2sinα* переходит в кинетическую энергию вращения стержня $\boldsymbol{E=J\omega^2/2}$, где $J=ml^2/3$-момент инерции относительно вертикального подвеса, ***ω***- угловая скорость вращения. Приравнивая эти энергии, находим мгновенную угловую скорость вращения центра масс относительно оси подвеса, и с помощью полученного выражения находим нормальное (центростремительное) ускорение центра масс

$$a_n = \omega^2\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{3}{2}g\sin\alpha$$

Тангенциальное ускорение находим из уравнения динамики M=βJ, где *M= mgl/2cosα* - момент силы тяжести относительно оси вращения, (β - угловое ускорение движения центра масс, связанное с тангенциальным ускорением

$$a_\tau = \frac{3}{4}g\cos\alpha$$

Ускорение центра масс a определяется уравнением

P+**N**=m**a**

где **P** - сила тяжести, **N** - сила реакции опоры. Разлагая это уравнение на вертикальную и горизонтальную компоненты, с учетом

$$a_{n\parallel} = -a_n\cos\alpha,\ a_{n\perp} = a_{n\perp}\sin\alpha,$$

$$a_{\tau\parallel} = a_\tau\sin\alpha,\ a_{\tau\perp} = a_\tau\sin\alpha,$$

Находим

$$N_{\parallel} = mg(\frac{3}{4}\cos^2\alpha - \frac{3}{2}\sin^2\alpha - 1) = -\frac{11mg}{8}$$

$$N_{\perp} = \frac{9}{4}mg\cos\alpha\sin\alpha = \frac{9mg}{8}$$

$$N = \sqrt{N_{\parallel}^{2} + N_{\perp}^{2}} = mg\sqrt{\frac{202}{64}}$$

N = 35.6 Н

№	**Критерии оценивания**	баллы
1	Составление баланса кинетической и потенциальной энергий и определение угловой скорости вращения центра масс	4
2	Определение нормального ускорения	4
3	Определение тангенциального ускорения из уравнения динамики вращательного движения	6
4	Определение компонент силы реакции опоры из 2-го закона Ньютона	7
5	Получена окончательная формула и получено правильное численное значение	4