Утверждаю:
Ректор МИИТа
_____проф. Лёвин Б.А.

Олимпиада по математике «Паруса Надежды» 2015 год.
II тур
Вариант 1

1. Для всех значений a решить неравенство: $\sqrt{a-x} \geq a$
2. Разложите на простые множители число 1030237.
3. Нарисовать на координатной плоскости область, заданную неравенством $\left||y|-|x|\right|+\left||x|-1\right| \leq 1$ и найти её площадь.
4. Доказать, что уравнение $17\left(x^4-1\right)\log_2 x^2 = 30\left(x^4+1\right)$ имеет действительные корни и найти их произведение.

5. Решить в целых числах уравнение

$$\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{xy}$$

6. Дан равнобедренный треугольник ABC, где $AC = BC$, угол ACB равен 80°. Внутри треугольника взята точка O так что $\angle OBA = 30^\circ$, а угол $OAB = 10^\circ$. Найти угол AOC.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x,y) = 6SinxCosy + 2SinxSiny + 3Cosx$$

8. Игрок A бросает монету $n+1$, а игрок B – n раз. Какова вероятность, что в итоге у игрока A выпадет больше «орлов», чем у игрока B?

Утверждаю:
Ректор МИИТа
_____ проф. Лёвин Б.А.

Олимпиада по математике «Паруса Надежды» 2015 год.
II тур
Вариант 2

1. Для всех значений a решить неравенство: $\sqrt{2a+x} \geq a$
2. Разложите на простые множители число 1000027.
3. Нарисовать на координатной плоскости область, заданную неравенством $\left|2|y|-|x|\right|+\left||x|-1\right| \leq 1$ и найти её площадь.
4. Найти произведение всех действительных корней уравнения $14\left(x^3-1\right)\log_3 x = 13\left(x^3+1\right)$.
5. Решить в натуральных числах уравнение

$$x^3 - 8y^3 = xy + 16$$

6. Длина наибольшей стороны равнобедренной трапеции равна 13, а периметр 28. Найти стороны трапеции, если её площадь равна 27.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x,y) = 5Sinx2xCos\frac{y}{2} - 5Sin2xSin\frac{y}{2} - \sqrt{14}Cos2x$$

8. Сколько в среднем раз надо бросать игральный кубик до появления шестёрки? Ответ должен быть обоснован.

Утверждаю:
Ректор МИИТа
проф. Лёвин Б.А.

Олимпиада по математике «Паруса Надежды» 2015 год.
II тур
Вариант 3

1. Для всех значений параметра a решить неравенство: $\sqrt{2a-x} \le -a$
2. Разложить на простые множители число 999973.
3. Нарисовать на координатной плоскости область, заданную неравенством $\left||y|-2|x|\right|+\left|2|x|-1\right| \le 1$ и найти её площадь.
4. Найти произведение всех действительных корней уравнения $101\left(x^2-1\right)\lg x = 99\left(x^2+1\right)$.
5. Решить в натуральных числах уравнение

$$\sqrt{2x}+\sqrt{2y}=2\sqrt{xy}$$

6. На сторонах BC и AC треугольника ABC выбраны точки M и N так, что $\angle BAM = 50^\circ$, $\angle ABN = 30^\circ$. Найти $\angle BNM$, если $\angle ABC = \angle ACB = 50^\circ$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$f(x,y) = 3Sin2xCosy - 4Cos2xCosy - \sqrt{11}Siny$

8. В трёх мешках n кг картошки. Какова вероятность, что в каждом из мешков по $n/3$ кг картошки?

Утверждаю:
Ректор МИИТа
_____ проф. Лёвин Б.А.

Олимпиада по математике «Паруса Надежды» 2015 год.
II тур
Вариант 4

1. Для всех значений параметра a решить неравенство: $\sqrt{a-2x} \le a-1$
2. Разложить на простые множители число 998669.
3. Нарисовать на координатной плоскости область, заданную неравенством $\left|2|y|-2|x|\right|+\left||x|-2\right| \le 2$ и найти её площадь.
4. Найти произведение всех действительных корней уравнения $11\left(\sqrt{x}-1\right)\lg x = 18\left(\sqrt{x}+1\right)$
.
5. Решить в натуральных числах уравнение

$$x^3 - y^3 = xy + 61$$

6. На сторонах BC треугольника ABC взята точка P, для которой $PC = 2BP$. Найти $\angle ACB$, если $\angle ABC = 45^\circ, \angle APC = 60^\circ$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x,y) = Sin\frac{x}{2}Cos2y + Cos\frac{x}{2}Cos2y + \sqrt{2}Sin2y$$

8. Каждая из двух урн содержит белые и чёрные шары, причём общее число шаров в обеих урнах равно 25. Из каждой урны наугад вынимают по одному шару. Зная, что вероятность того, что оба вынутых шара окажутся белыми равна 0,54, найти вероятность что оба шара окажутся черными.