ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр__________ Вариант DVN0-10-1

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Решить неравенство: $\dfrac{x-\log_2 3}{2x-3}>0$.

2. Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они проработав половину дня разделились: половина косцов осталась на первом лугу и к вечеру его докосила, а остальные перешли косить на второй луг, площадью вдвое меньше первого. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня оставшуюся часть работы выполнил один косец. Предполагается, что производительность косцов одинакова и не зависит от времени.

3. Расположить в порядке возрастания ряд чисел:

$$\cos 2, \cos 4, \cos 6, \cos 8, \cos 10.$$

4. Дано число 66553742. Доказать, что это число не является квадратом целого числа.

5. Сумма десяти чисел равна нулю. Сумма их попарных произведений также равна нулю. Найти сумму квадратов этих чисел.

6. Длины сторон треугольника образуют арифметическую прогрессию. Площадь его равна $\frac{3}{5}$ площади равностороннего треугольника с тем же периметром. Найти отношение сторон данного треугольника.

7. Решить уравнение: $1+3^{\frac{x}{2}}=2^x$.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр__________ Вариант DVN0-10-2

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Решить неравенство: $\frac{2x-\log_3 4}{3-4x}\geq 0$.

2. Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они проработав половину дня, разделились: половина осталась на первом лугу и за четверть рабочего дня его докосила, а остальные перешли косить второй луг площадью в два раза меньше первого. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня оставшуюся часть работы выполнили двое косцов. Предполагается, что производительность косцов одинакова и не меняется со временем.

3. Расположить в порядке убывания ряд чисел:

$$tg\,2, tg\,4, tg\,6, tg\,8, tg\,10.$$

4. Дано число 74080713. Доказать, что это число не является четвертой степенью целого числа.

5. Имеет место равенство: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{x+y+z}$. Показать, что из этого равенства вытекает равенство: $\frac{1}{x^5}+\frac{1}{y^5}+\frac{1}{z^5}=\frac{1}{x^5+y^5+z^5}$.

6. Дан треугольник ABC, где $\angle A=10°$, $\angle C=20°$. Строится равносторонний треугольник ACD так что точки B и D лежат по разные стороны от AC. Найти угол ADB.

7. Решить уравнение: $1+2^x=3^x$.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр__________ Вариант DVN0-10-3

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Решить неравенство: $\frac{\log_5 7-x}{5-4x} \le 0$.

2. Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они, отработав пол дня, разделились; половина косцов осталась на большом лугу и к концу дня его докосила, а остальные перешли косить второй луг площадью вдвое меньше первого. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня два косца выполнили оставшуюся часть работы. Предполагается, что производительность косцов одинакова и не меняется со временем.

3. Расположить в порядке убывания ряд чисел:

$$\sin 3, \sin 4, \sin 5, \sin 6, \sin 7.$$

4. Решить в целых числах уравнение:

$$x^4 - 29230\,x^2 + 15533 \cdot 13697 = 0.$$

5. Сумма двадцати чисел равна нулю. Сумма попарных произведений этих чисел также равна нулю. Найти сумму четвертых степеней этих чисел.

6. В равностороннем треугольнике ABC со стороной a, проведена прямая, которая пересекает стороны AB и BC в точках K и N, а продолжение стороны AC в точке M так, что треугольники KNB, NCM и четырехугольник AKNC имеют одинаковые площади. Найти BK, BN, CM.

7. Решить уравнение: $1+2^x = 5^{\frac{x}{2}}$.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр__________ Вариант DVN0-10-4

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Решить неравенство: $\frac{\lg 9-x}{x-0{,}8}\geq 0$.

2. Косцы должны выкосить два луга. Начав косить с утра больший луг, они, отработав пол дня, разделились: $\frac{2}{3}$ косцов осталась на первом лугу и к концу дня его докосила, а остальная треть косцов косила второй луг площадью в три раза меньше, чем первый. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня два косца выполнили оставшуюся часть работы. Предполагается, что производительность косцов одинаковая и не меняется со временем.

3. Расположить в порядке возрастания ряд чисел:

$$\cos 2, \sin 4, \cos 6,\ \sin 8,\ \cos 10.$$

4. Доказать, что число 390624 не является четвертой степенью целого числа.

5. Доказать, что из равенства: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{x+y+z}$ следует равенство: $\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}+\frac{1}{z^3}=\frac{1}{x^3+y^3+z^3}$.

6. Дан треугольник ABC, где $\angle A=10^\circ$, $\angle C=20^\circ$. Строится равносторонний треугольник ACD так, что точки D и B лежат по разные стороны AC. Пусть O – точка пересечения AC и BD. Найти OC:BC.

7. Решить уравнение: $2+3^x=5^x$.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр__________ Вариант DVN0-10-5

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Решить неравенство: $\dfrac{\lg x - \frac{3}{7}}{7x-22} < 0$.

2. Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они проработав половину дня, разделились: $\frac{3}{4}$ бригады остались на первом лугу и к концу рабочего дня его докосили, а четвертая часть косила второй луг, площадью вчетверо меньше первого. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня три косца полностью докосили второй луг. Предполагается, что производительность косцов одинакова и не меняется со временем.

3. Расположить в порядке возрастания ряд чисел:

$$\sin 1, \sin 3, \sin 5, \sin 7, \sin 9.$$

4. Дано число 13659178. Доказать, что это число не есть квадрат целого числа.

5. Сумма пятнадцати чисел равна нулю. Сумма их попарных произведений также равна нулю. Найти сумму кубов этих чисел.

6. Длины сторон треугольника образуют арифметическую прогрессию. Его площадь равна $\frac{4}{5}$ площади равностороннего треугольника с тем же периметром. Найти отношение сторон данного треугольника.

7. Решить уравнение: $1+4^x=9^x$.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант АВНД-09-01

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение: $\left|\left|x-1\right|+2\right|=1$.

2. Найти острый угол между касательной к кривой $y=\dfrac{(x-1)^2\sqrt{3}}{4}$ в точке $\left(3;\sqrt{3}\right)$ и осью ординат.

3. Построить график функции $y=3^{\frac{1}{x^2}}$.

4. Решить неравенство $\log_4 x^2+\log_2^2 x\le 2$.

5. Решить уравнение $\sin\dfrac{x}{2}+\sin x=2$.

6. Четырехугольник ABCD обладает тем свойством, что около него можно описать и в него можно вписать окружность. Диагонали этого четырехугольника взаимно перпендикулярны, AB=CD и радиус вписанной окружности равен 1. Найти площадь четырехугольника ABCD.

7. Два кума Опанас и Тарас решили хорошенько пообедать, заказав в ресторане вареники с вишней и вареники с творогом. Кум Опанас мог съесть в час 40 вареников с вишней или 30 вареников с творогом. Кум Тарас был поскромнее. Он мог съесть в час или 30 вареников с вишней или 20 вареников с творогом. В каждой порции вареников было 10 шт., при этом порция вареников с вишней стоила 100 руб., а с творогом – 80 руб. Кум Опанас за целое число часов съел 120 вареников, а кум Тарас также за несколько полных часов съел 110 вареников, причем вместе они заплатили не более 1900 руб. Сколько полных часов «трудился» Опанас, а сколько Тарас, если известно что каждая порция вареников съедалась полностью, а процесс принятия пищи предполагается непрерывным.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант АВНД-09-02

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение: $\left||x|+2\right|=3$.

2. Найти острый угол между касательной к кривой $y=\frac{1}{x}$ в точке M(1;1) и осью ординат.

3. Построить график функции $y=2^{\frac{1}{x}}$.

4. Решить неравенство: $3\log^2_{\frac{1}{16}} x^4 - \log_4 x^2 \le 4$.

5. Решить уравнение: $5\sin\frac{x}{2}-4\cos 5x=9$.

6. Выпуклый четырехугольник ABCD, диагонали которого взаимно перпендикулярны, вписан в окружность. Перпендикуляры, опущенные на сторону AD из вершин B и C, пересекают диагонали AC и BD в точках E и F соответственно. Отрезок BC=1. Найти длину отрезка EF.

7. Три друга Иван, Демьян и Касьян – большие любители вареников, как-то зашли в вареничную на Крещатике в г. Киев, чтобы хорошо покушать. В меню были вареники с вишней (порция 10 шт. стоила 5 гривен), и вареники со смальцем (порция 10 шт. стоила 3 гривны). За полное число часов Иван съел 110 вареников, Демьян 90 вареников, а Касьян 120 вареников. За все вместе они заплатили не более 104 гривен. Сколько полных часов кушал вареники каждый из друзей, если каждая порция вареников съедалась полностью, а время «работы» над варениками у каждого было различным, но целым числом, также известно, что за час Иван мог съесть 30 вареников с вишней или 20 со смальцем, Демьян аналогично 20 вареников с вишней или 10 со смальцем, Касьян – 25 вареников с вишней или 20 со смальцем. Предполагается, что процесс принятия пищи был непрерывным.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант АВНД-09-03

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение $\left|\left|5-x\right|+\frac{1}{2}\right|=1.$

2. Найти острый угол между касательной к кривой $y=\frac{2^x}{2\ln 2}$ в точке $M(1;\log_2 e)$ и осью ординат.

3. Построить график функции $y=4^{-\frac{1}{|x|}}$.

4. Решить неравенство $\log_3\sqrt{x}+2\log^2_{\frac{1}{9}}x-1\geq 0$.

5. Решить уравнение $\sqrt{2}\sin x+\sqrt{3}\cos x=\sqrt{25{,}01}$.

6. В четырехугольник ABCD можно вписать и вокруг него можно описать окружность. Диагонали этого четырехугольника взаимно перпендикулярны. Найти его площадь, если радиус описанной окружности равен R и AB=2BC.

7. Для циклевки паркета бригада строителей арендовала две шлифовальные машины. Первая машина более мощная могла отциклевать за день 150 кв. м. покрытия из дуба или 250 кв. м. покрытия из древесины более мягких пород. Вторая машина соответственно по 100 кв. м. в день паркета из дуба и 180 кв. м. паркета из древесины мягких пород. За аренду первой машины бригада должна была уплачивать 600 руб. в день, а за вторую 500 руб. в день. На первой машине бригада работала целое количество дней и отциклевала 650 кв. м., а на второй за несколько полных дней было отциклевано 380 кв. м. паркета. Сколько полных дней работала каждая машина, если за всю аренду было уплачено не более 3300 руб.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант АВНД-09-04

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение $\left|\left|1\text{-}4x^2\right|+1\right|=1$

2. Найти острый угол между касательной к кривой $y=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2 2x$ в точке $M\left(\frac{\pi}{8};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ и осью ординат.

3. Построить график функции $y=2^{\frac{1}{|x+1|}}$.

4. Решить неравенство $\log_2 x^2+\log^2_{\sqrt{2}} x\geq 2$.

5. Решить уравнение $3\sin\frac{x}{2}-4\cos 3x=7$.

6. В четырехугольник ABCD можно вписать и вокруг него можно описать окружность. Диагональ AC делит площадь четырехугольника пополам. Найти длину диагонали BD, если радиус вписанной окружности равен r, а периметр четырехугольника равен p.

7. Два друга Шато и Реваз зашли в шашлычную покушать. Они заказали шашлыки из баранины и из осетрины. Одна порция шашлыка из баранины стоила 300 руб., из осетрины в два раза дороже. За целое число часов Шато съел 5 шашлыков, а Реваз 4 порции. В час Шато мог съесть 1 порцию шашлыка из баранины, или 2 порции из осетрины. Аналогично Реваз: или 2 порции из баранины или 1 порцию из осетрины. За всю еду друзья заплатили не более 3600 руб. Сколько полных часов кушал каждый, если время поедания порции не менялось на протяжении всего вечера, а процесс принятия пищи предполагается непрерывным.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант АВНД-09-05

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение $\left||x-1|+1\right|=2$

2. Найти острый угол между касательной к кривой $y=2x-x^2$ в точке (1,5; 0,75) и осью ординат.

3. Построить график функции $y=2^{-1/x}$.

4. Решить неравенство $\log_2\sqrt{x}-2\log_{\frac{1}{4}}^2 x+1>0$.

5. Решить уравнение $\cos\frac{x}{2}+\cos x=-2$.

6. В окружность вписан выпуклый четырехугольник ABCD, причем AB является диаметром окружности. Диагонали AC и BD пересекаются в точке M. Известно, что BC=3, CM=$\frac{3}{4}$, а площадь треугольника ABC втрое больше площади треугольника ACD. Найти длину отрезка AM.

7. Для выполнения земляных работ были наняты две бригады землекопов с разной производительностью труда. Первая бригада, согласно договору получала за день работы 10000 руб., вторая соответственно 7500 руб. Производительность первой бригады в мягком грунте была 50м^3, в твердом грунте 40м^3, соответственно производительность второй бригады 40м^3 и 30м^3. Проработав несколько полных дней (для каждой бригады свое время) первая бригада выкопала 740м^3 грунта, вторая 510м^3 грунта. Обе бригады за всю работу получили не более 247500 руб. Сколько дней работала каждая бригада?

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант БДВН-09-01

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение $|x-1|+x=1$.

2. Найти точки экстремума функции и определить их характер $y=x\ln x$.

3.Найти все корни уравнения $2+\cos\frac{x}{2}=2\sin^2\frac{x}{4}$, лежащие в промежутке $[0;4\pi]$.

4. Решить неравенство $\log_{x+1} 2 \le 1$.

5. Построить график функции $y=\arcsin(\sin x)$.

6. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD через середины сторон основания AB и AD проведена плоскость, параллельная боковому ребру SA. Найти площадь сечения, зная сторону основания a и боковое ребро b.

7. Дана плоская замкнутая ломаная периметра 1. Доказать что можно начертить круг радиусом $\frac{1}{4}$, покрывающий всю ломаную.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант БДВН-09-02

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение $2x+|3-2x|=3$.

2. Найти точки экстремума функции $y=xe^{-x}$ и определить их характер.

3.Найти все корни уравнения $\cos^2 x+\cos^2 2x=1$ лежащие в промежутке $[0;2\pi]$.

4. Решить неравенство $\log_{2x-1} 4 \le 2$.

5. Построить график функции $y=\arccos(\cos x)$.

6. Найти площадь сечения куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, где $ABCD$ – нижнее основание, $A_1B_1C_1D_1$ – верхнее основание плоскостью, проходящей через вершину A и середины ребер C_1B_1, D_1C_1, если ребро куба равно $\frac{4}{\sqrt{17}}$.

7. Из двух треугольных пирамид с общим основанием одна лежит внутри другой. Может ли сумма ребер внутренней пирамиды быть больше суммы ребер внешней? Ответ должен быть обоснован.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант БДВН-09-03

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение $|x+1|-x=1$.

2. Найти точки экстремума функции $y = x2^x$ и определить их характер.

3.Найти все корни уравнения $\sin^2 2x+\sin^2 4x=1$, лежащие в промежутке $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

4. Решить неравенство $\log_{1-x} 3\geq 1$.

5. Построить график функции $y=arctg\left(tgx\right)$.

6. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, где ABCD – нижнее основание, $A_1B_1C_1D_1$ – верхнее основание. Через вершину куба A и центры граней $A_1B_1C_1D_1$ и DD_1C_1C проведено сечение куба. Найти его периметр, если сторона куба равна $\boldsymbol{a}$.

7. Дана плоская замкнутая ломаная периметра 2. Доказать что, можно начертить круг радиуса $\frac{1}{2}$, покрывающий всю ломаную.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант БДВН-09-04

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение $|2-5x|-5x=2$.

2. Найти промежутки монотонности функции $y=x/(x^2-1)$.

3.Найти все корни уравнения $2-\cos\frac{x}{2}=2\cos^2\frac{x}{4}$, лежащие в промежутке $(0;4\pi)$.

4. Решить неравенство $\log_{2x+1}4\geq 2$.

5. Построить график функции $y=arcctg(ctgx)$.

6. В треугольной пирамиде с вершиной S и основанием ABC на стороне AC взята точка D, так что AC=3DC, и на стороне BC точка E, так что BC=3CE. Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки D и E параллельно ребру SC, если SA=SB, SC=*a*, AC=BC=*b* и угол ACB=α.

7. Доказать, что в трапеции сумма углов при большем основании меньше, чем при меньшем.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

Шифр___________ Вариант БДВН-09-05

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Решить уравнение $|7x - 10| + 10 = 7x$.

2. Найти точки экстремума функции $y = \frac{4x^2 + 1}{2x}$ и определить их характер.

3. Найти все корни уравнения $\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{4} = 1$, лежащие в промежутке $[0; 4\pi]$.

4. Решить неравенство $\log_{1-x^2} 2 \le 1$.

5. Построить график функции $y = \arcsin(\cos x)$.

6. Найти периметр сечения куба с нижним основанием MNKP, верхним $M_1N_1K_1P_1$ плоскостью, проходящей через середины ребер MP и PK и вершину куба N_1, если ребро куба равно ***a***.

7. Дана плоская замкнутая ломаная периметра 4. Доказать, что можно начертить круг радиуса 1 покрывающий всю ломаную.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ДЕСН10-01

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Вычислить: $\left(1\frac{3}{4} : 1{,}125 - 1{,}75 : \frac{2}{3}\right) 1\frac{5}{7}$.

2. Решить уравнение: $4^{\log_{64}(x-3)+\log_2 5} = 50$.

3. У кума Ивана свинья весит в 5 раз больше, чем его младшая дочь Иванка, а старшая дочь Софийка весит лишь на 30 кг меньше, чем та же свинья. Во сколько раз вес свиньи больше веса кума, если общий вес сестер и свиньи лишь на 30 кг меньше, чем пятикратный вес кума Ивана?

4. Вычислить: $\sin 2\alpha$, если $tg\alpha = \frac{1}{3}$.

5. Дан треугольник ABC, где - O точка пересечения его медиан. На сторонах треугольника AC и AB соответственно взяты точки M и K так, что $AM = \frac{1}{6}AC$, $AK = \frac{1}{4}AB$. Во сколько раз площадь четырехугольника $AKOM$ меньше площади треугольника ABC?

6. Решить в целых числах уравнение: $x^2 + xy - y = 7$.

7. Доказать, что число $3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^{20}$ делится на 120.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ДЕСН10-02

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Вычислить: $\dfrac{12\frac{4}{5}\cdot 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11}\cdot 4{,}125}{2\frac{4}{7} : \frac{3}{35}}$.

2. Решить уравнение: $9^{\log_{27}(x+1)+\log_3 5} = 75$.

3. В красавца Вовочку безумно влюбились все девочки-девятиклассницы школы. Шестая часть их побежала топиться в пруду, но их вытащил учитель физкультуры и все они влюбились в него. Десятая часть девочек пошла в аптеку покупать яд, но им продали касторку и все они разочаровались в любви. Остальные девочки разлюбили Вовочку и влюбились в самого красивого балбеса-прогульщика Сережу, решив ждать, когда он вырастет, чтобы выйти за него замуж. Среди полюбивших Сережу $45\frac{5}{11}\%$ было блондинок, $27\frac{3}{11}\%$ брюнеток, остальные рыжие. Сколько рыжих было среди полюбивших Сережу, если число всех девочек-девятиклассниц не превышало 50 человек?

4. Вычислить $\cos 2\alpha$, если $tg\alpha = \frac{1}{2}$.

5. Дан треугольник MNK, где точка O - центр пересечения его медиан. На сторонах треугольника MN и MK соответственно взяты точки A и B так, что $MA:AN = 2:3$, $MB:BK = 3:2$. Во сколько раз площадь четырехугольника $MAOB$ меньше площади треугольника MNK?

6. Решить в целых числах уравнение: $2xy + y + 4x^2 = 2$.

7. Доказать, что число 26^{15} имеет меньше 24 цифр.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ДЕСН10-03

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Вычислить: $\left(1\frac{1}{4}-14{,}05\right):0{,}04+13{,}8:\frac{1}{13}$.

2. Решить уравнение: $\lg 6+x\lg 5=x+\lg(2^x+1)$.

3. У кумы Параски свинья весит в четыре раза больше, чем ее младшая дочь Горпина, а старшая дочь Лушка весит на 25 кг меньше, чем та же свинья. Во сколько раз вес кумы меньше веса ее свиньи, если общий вес сестер и свиньи лишь на 25 кг меньше, чем четырехкратный вес Параски.

4. Вычислить $\sin 4\alpha$, если $tg 2\alpha=\frac{1}{2}$.

5. Дан треугольник ABC, O - точка пересечения его медиан. На сторонах треугольника AB и AC взяты точки P, K так, что $AP{:}PB=1:3$, $AK{:}KC=2:3$. Во сколько раз площадь четырехугольника $APOK$ меньше площади треугольника ABC?

6. Решить в целых числах уравнение: $2x^2-2xy+3x-3y-2=0$.

7. Сколько единиц в записи числа $A=9+99+999+\ldots+99\ldots99$, где последнее число содержит 1964 девятки?

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ДЕСН10-04

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Вычислить: $\left(1\frac{11}{24}+\frac{13}{36}\right)\cdot 1{,}44-\frac{8}{15}\cdot 0{,}5625$.

2. Решить уравнение: $5^{\lg x}=50-x^{\lg 5}$.

3. Каждый из 27 слонопотамов съел не более трех горшочков меда, так что всего ими было съедено 33 горшочка. Известно, что количество съевших два горшочка равно количеству не съевших ни одного. Найти количество съевших ровно три горшочка.

4. Вычислить $\cos 4\alpha$, если $ctg 2\alpha=\frac{1}{2}$.

5. Дан равнобедренный треугольник ABC, где AC - основание, BM - медиана. Точки E и P делят медиану на три равные части. Из точек E и P проведены прямые параллельные AC, пересекающие AB в точках F и L. Найти площадь четырехугольника $LFEP$, если площадь треугольника ABC равна 1.

6. Найти все целые решения уравнения: $y+2x+y^2-4x^2=6$.

7. Доказать, что число 26^{1978} имеет меньше, чем 2968 цифр.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ДЕСН10-05

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Вычислить: $\left(8\frac{7}{12}-2\frac{17}{36}\right)\cdot 2{,}7-4\frac{1}{3}:0{,}65$.

2. Решить уравнение: $2^{\frac{1}{\log_x 4}}=\sqrt{3-x}$.

3. Лиса Алиса все свое состояние вложила в очень перспективные акции, стоимость которых возрастает на некоторый фиксированный процент в год. К концу первого года ее состояние достигло 300 сольдо, а за второй год возросло еще на 200 сольдо. Найти какой начальный капитал был у Алисы.

4. Вычислить $\sin 4\alpha$, если $ctg\alpha=-3$.

5. Дан треугольник ABC площади S, O - точка пересечения его медиан. Точка M делит отрезок AO в отношении $AM:MO=1:2$, а точка N делит сторону AC в отношении $AN:NC=2:5$. Найти площадь четырехугольника $AMPN$, где точка P - пересечение медианы из вершины B и прямой, проведенной из точки M параллельно AC.

6. Решить в целых числах уравнение: $2x^2-xy-y^2=5$.

7. Сколько единиц содержится в записи числа $A=9+99+999+...9...9$, где число девяток в последнем числе суммы равно 1985?

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ОДЕСН-10-1

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Для нумерации страниц словаря иностранных слов потребовалось 2709 цифр. Сколько страниц в словаре?

2. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$\frac{1}{\sqrt[5]{2}+\sqrt[5]{4}+\sqrt[5]{8}+\sqrt[5]{16}+2}.$$

3. Логарифм числа 0,(5) равен -2,(3). Найти основание логарифма.

4. Доказать, что $arctg\frac{1}{3}+arctg\frac{1}{5}+arctg\frac{1}{7}+arctg\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$.

5. Изобразить множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют равенству $\max\{|x-1|;y\}=2$.

6. Катеты прямоугольного треугольника выражаются целыми числами. Какой длины они должны быть, чтобы сумма их численно равнялась площади треугольника?

7. На какую цифру оканчивается число 333^{333}? Ответ должен быть обоснован.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ОДЕСН-10-2

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Для нумерации страниц англо-русского словаря потребовалось 2409 цифры. Сколько страниц в словаре?

2. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$\frac{1}{7+\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}}.$$

3. Логарифм числа 0,(1) равен -1,(3). Найти основание логарифма.

4. Вычислить $\sin^2 4\alpha$, если $\frac{1}{tg^4\alpha}+\frac{1}{ctg^4\alpha}+\frac{1}{\sin^4\alpha}+\frac{1}{\cos^4\alpha}=10$.

5. Изобразить множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют равенству $\min\{|x-1|; y\}=2$.

6. Найти треугольник, стороны которого и площадь выражаются соответственно четырьмя последовательными целыми числами.

7. На какую цифру оканчивается число 9^{9^9}? Ответ должен быть обоснован.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ОДЕСН-10-3

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Для нумерации страниц в энциклопедическом словаре потребовалось 6889 цифр. Сколько страниц в словаре?

2. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби:

$$\frac{1}{\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{9}+\sqrt[4]{27}-3}.$$

3. Зная, что $\lg 3 = 0{,}477$ найти $\lg 1{,}(1)$.

4. Вычислить $\sin^2 2\alpha$, если $\frac{1}{tg^2\alpha}+\frac{1}{ctg^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\cos^2\alpha}=7$.

5. Изобразить множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют равенству $y=\max\left\{2x-1; \frac{1}{x}\right\}$.

6. Возможен ли треугольник, у которого высоты равны 2, 3, 4? Ответ должен быть обоснован.

7. На какую цифру оканчивается число 888^{888}? Ответ должен быть обоснован.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ОДЕСН-10-4

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Для нумерации страниц энциклопедического словаря потребовалось 6869 цифр. Сколько страниц в книге?

2. Избавится от иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{4}+\sqrt[4]{8}+2}.$$

3. Зная, что $\lg 6=0,778$ найти $\lg 1,(6)$.

4. Доказать, что $4arctg\frac{1}{5}-arctg\frac{1}{239}=\frac{\pi}{4}$.

5 Изобразить множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют равенству $\max\{1-x;y\}=2$.

6. Про равнобедренный треугольник ABC известно, что его можно разбить на два равнобедренных треугольника. Найти углы треугольника ABC.

7. На какую цифру оканчивается число 777^{777}? Ответ должен быть обоснован.

ОЛИМПИАДА

«Паруса надежды»

МГУ ПС (МИИТ)

Шифр__________ Вариант ОДЕСН-10-5

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. Для нумерации страниц словаря потребовалось 4529 цифр. Сколько страниц в словаре?

2. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{1}{2+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}.$$

3. Дано, что $\lg 676=2{,}83$, $\lg 104=2{,}02$. Найти $\lg 5$ не пользуясь калькулятором.

4. Вычислить $\cos^2 2\alpha$, если $\frac{1}{tg^4\alpha}+\frac{1}{ctg^4\alpha}+\frac{1}{\cos^4\alpha}+\frac{1}{\sin^4\alpha}=10$.

5. Изобразить множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют равенству $\min\{1-x;y\}=2$.

6. Найдите отношение сторон треугольника, одна из медиан которого делится вписанной окружностью на три равные части.

7. На какую цифру оканчивается число $12^{12^{12}}$? Ответ должен быть обоснован.