

Олимпиада школьников
«Звезда – Таланты на службе обороны и безопасности»
по математике

Отборочный тур
2014-2015

7 класс

Решения, указания, ответы и критерии оценивания

1. Найдите значение выражения $a^3 + b^3 + 12ab$, если известно, что $a + b = 4$.

Решение.

Имеем,

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + 12ab &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) + 12ab = 4(a^2 - ab + b^2) + 12ab = \\ &= 4a^2 + 4b^2 + 8ab = 4(a + b)^2 = 4 \cdot 16 = 64. \end{aligned}$$

Ответ: 64

Оценивание. За правильное решение – 20 баллов, если есть арифметическая ошибка – 15 баллов.

2. Рабочий копал яму. На вопрос прохожего, какой глубины будет яма, рабочий ответил: «Мой рост 180 см. Когда я вырою яму до конца, то макушка моей головы будет на столько ниже уровня земли, на сколько сейчас, когда я уже вырыл половину, она находится выше её уровня». Какой глубины будет яма? Ответ запишите в см.

Решение. Пусть яма имеет глубину x см. Тогда $x - 180 = 180 - 0,5 \cdot x$, откуда $x = 240$.

Ответ: 240

Оценивание. За правильное решение – 20 баллов, если есть арифметическая ошибка – 15 баллов.

3. В треугольнике ABC : $AC = BC$, AD – медиана. Разность периметров треугольников ACD и ADB равна 2 м, $AB = 8$ м. Найдите AC .

Ответ: 10

Оценивание. За правильное решение – 20 баллов, если есть арифметическая ошибка – 15 баллов.

4. В числе 1234567, записанном на доске, Вася стёр три цифры и получил число, кратное 8 и 9. Какое число записано теперь на доске?

Указание. Число находим перебором, используя признаки делимости на 8 и 9.

Ответ: 3456

Оценивание. За правильное решение – 20 баллов.

5. Маша и Даша купили по одинаковой коробке чая в пакетиках. Известно, что одного пакетика хватает на две или три чашки чая. Маше коробки хватило только на 41 чашку чая, а Даше – на 58 чашек. Сколько пакетиков было в коробке?

Решение. Пусть n – количество пакетиков чая в коробке. Маша m пакетиков использовала два раза, $(n - m)$ пакетиков – три раза. Тогда $2m + 3(n - m) = 41$, или $m = 3n - 41$. Даша d пакетиков использовала два раза, $(n - d)$ пакетиков – три раза. Тогда $2d + 3(n - d) = 58$, или $d = 3n - 58$. Так как $d \geq 0$, то $n \geq 20$. Так как $m \leq n$, то $n \leq 20$. Получаем, что $n = 20$.

Ответ: 20

Оценивание. За правильное решение – 20 баллов. Если ответ правильный, но не построена оценка для n , то ставить – 10 баллов.