

**Южно-Уральская олимпиада школьников  
по математике**

**8-9 классы (решения и критерии оценивания)**

*24 марта 2013 г.*

1. Две машины едут по загородному шоссе со скоростью 90 км/ч, сохраняя дистанцию 45 м. Минувя знак ограничения скорости, каждая из машин резко сбрасывает скорость до 50 км/ч. Каким после этого будет расстояние между машинами?

2. При каких значениях параметра  $a$  система уравнений

$$\begin{cases} |y + x| = 2 - x + y; \\ ax - y = 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение?

3. Решите уравнение

$$\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{4 - 3x - x^2} = \sqrt{x - 1}.$$

4. Равносторонний треугольник со стороной 5 разделили на 25 равных треугольников отрезками, параллельными его сторонам (рис. 2).

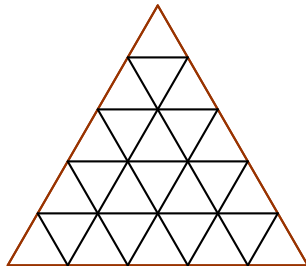


Рис. 2

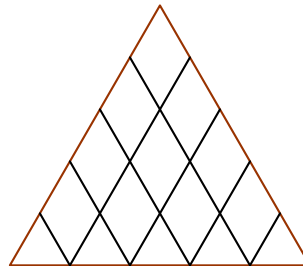


Рис. 3

Какое наибольшее число ромбов со стороной 1 можно вырезать по линиям получившейся сетки?

5.  $ABCDE$  — выпуклый пятиугольник, в котором все стороны равны и  $\angle A = \angle C = 108^\circ$ . Докажите, что  $ABCDE$  — правильный пятиугольник.

6. Пусть  $a, b, c$  — натуральные числа, причём числа  $a \cdot b$ ,  $b \cdot c$  и  $c \cdot a$  делятся соответственно на числа  $3c$ ,  $11a$  и  $61b$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

7. Точка  $M$  — середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ . На отрезке  $BM$  выбрана точка  $O$ . Лучи  $AO$  и  $CO$  пересекают стороны  $BC$  и  $AB$  в точках  $A_1$  и  $C_1$ . Докажите, что прямая  $A_1C_1$  параллельна прямой  $AC$ .