

**Южно-Уральская олимпиада школьников по математике**  
**Отборочный тур (2012/2013 уч.г.)**

**11 класс**

1. Известно, что  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 5$ . Вычислите  $\sin 2\alpha$ .

2. Вычислите

$$(\sqrt[3]{3} + \sqrt[6]{3} + 1)(\sqrt[3]{3} - \sqrt[6]{3} + 1)(\sqrt[3]{3} - 1).$$

3. Сколько существует действительных чисел  $x$ , для которых число  $\sqrt{2012 - x}$  является целым?

4. Какова наибольшая возможная площадь треугольника, у которого одна из вершин является центром окружности радиусом 2, а две другие вершины лежат на этой окружности?

5. Сколько действительных корней имеет многочлен  $2x^5 + 3x^3 + 5x - 10$ ?

6. Найдите наименьшее расстояние между двумя точками, одна из которых расположена на окружности  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ , а другая — на окружности  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 1$ .