

Южно-Уральская олимпиада школьников по математике
Отборочный тур (2012/2013 уч.г.)

11 класс

1. Известно, что $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 5$. Вычислите $\sin 2\alpha$. (15 б.)

Ответ: 0,4.

2. Вычислите

$$(\sqrt[3]{3} + \sqrt[6]{3} + 1)(\sqrt[3]{3} - \sqrt[6]{3} + 1)(\sqrt[3]{3} - 1).$$

(20 б.)

Ответ: 2.

3. Сколько существует действительных чисел x , для которых число $\sqrt{2012 - |x|}$ является целым? (15 б.)

Ответ: 90.

4. Какова наибольшая возможная площадь треугольника, у которого одна из вершин является центром окружности радиусом 2, а две другие вершины лежат на этой окружности? (15 б.)

Ответ: 2.

5. Сколько действительных корней имеет многочлен $2x^5 + 3x^3 + 5x - 10$? (20 б.)

Ответ: 1.

6. Найдите наименьшее расстояние между двумя точками, одна из которых расположена на окружности $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$, а другая — на окружности $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 1$. (15 б.)

Ответ: 3.