

## 2.11. Олимпиада им. Курчатова (отборочный тур олимпиады «Росатом»), 10 класс

1. Петр решил перевести свой рублевый счет в банке в доллары по курсу  $k$  долларов за один рубль. За эту операцию банк уменьшил сумму на счету на  $2\%$ . Долларовый вклад пролежал на счету три года под  $3\%$  годовых, после чего Петр вернул его в рублевый эквивалент без дополнительных комиссий.

К своему удивлению, Петр обнаружил на счету первоначальную сумму.

На сколько процентов изменился курс рубля по отношению к доллару (число  $k$ ) за три года? Ответ округлить до  $0,01$ .

2. Найти все значения  $x$ , при которых найдется число  $a$ , для которого

$$\cos a - \cos 2a = \frac{16x^2 - 75x + 5}{16(x^2 - 4)}.$$

3. Найти числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ , при которых многочлен  $P(x) = 4x^4 - 12x^3 + 13x^2 - 6x + 1$  можно представить в виде квадрата

трехчлена  $ax^2 + bx + c$ .

4. Найти все целые числа  $x > 5$  и  $y > 7$ , удовлетворяющие уравнению

$$(x - y)^2 + 5(x - y) - 2x = 4.$$

5. Точки  $M$  и  $N$  лежат на поверхности куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром  $4$  на параллельных гранях  $AA_1 D_1 D$  и  $BB_1 C_1 C$  соответственно. Точка  $M$  удалена от ребер  $AA_1$  и  $AD$  на расстояния  $3$  и  $1$ , а

точка  $N$  - на расстояния  $1$  и  $2$  от

ребер  $B_1 C_1$  и  $C_1 C$ . Точки  $M$  и  $N$  соединены ломаной линией, лежащей на поверхности куба.

Найти наименьшую возможную длину ломаной.