

2.11. Олимпиада им. Курчатова (отборочный тур олимпиады «Росатом»), 10 класс

1. Петр решил перевести свой рублевый счет в банке в доллары по курсу k долларов за один рубль. За эту операцию банк уменьшил сумму на счету на 2% . Долларовый вклад пролежал на счету три года под 3% годовых, после чего Петр вернул его в рублевый эквивалент без дополнительных комиссий.

К своему удивлению, Петр обнаружил на счету первоначальную сумму.

На сколько процентов изменился курс рубля по отношению к доллару (число k) за три года? Ответ округлить до $0,01$.

2. Найти все значения x , при которых найдется число a , для которого

$$\cos a - \cos 2a = \frac{16x^2 - 75x + 5}{16(x^2 - 4)}.$$

3. Найти числа a , b и c , при которых многочлен $P(x) = 4x^4 - 12x^3 + 13x^2 - 6x + 1$ можно представить в виде квадрата

трехчлена $ax^2 + bx + c$.

4. Найти все целые числа $x > 5$ и $y > 7$, удовлетворяющие уравнению

$$(x - y)^2 + 5(x - y) - 2x = 4.$$

5. Точки M и N лежат на поверхности куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 4 на параллельных гранях $AA_1 D_1 D$ и $BB_1 C_1 C$ соответственно. Точка M удалена от ребер AA_1 и AD на расстояния 3 и 1 , а

точка N - на расстояния 1 и 2 от

ребер $B_1 C_1$ и $C_1 C$. Точки M и N соединены ломаной линией, лежащей на поверхности куба.

Найти наименьшую возможную длину ломаной.