

9 класс

Вариант 1

- 1) На доске записано число 123456789. Разрешается брать любые две цифры одинаковой чётности и заменять каждую из них на среднее арифметическое. Можно ли такими операциями когда-нибудь получить на доске число, большее 800000000?
- 2) Сколькими способами можно расставить в ряд числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 так, что второе число отличается от первого, третье число – от второго, ..., шестое число – от пятого на целое число процентов?
- 3) Каждый из нескольких орехов стоит одно и то же целое число сфунтиков. Известно, что 9 таких орехов стоят меньше n динаров (n – целое число), а 10 орехов стоят больше, чем $n + 1$ динаров. Найдите все значения n , при которых можно однозначно определить стоимость одного ореха, если в одном динаре 100 сфунтиков.
- 4) Дана трапеция $ABCD$, в которой $AB = BC = CD$ и P – основание перпендикуляра, опущенного из точки C на основание AD . Докажите, что если из точки P опустить перпендикуляр на диагональ AC , то он проходит через середину диагонали BD .
- 5) Известно, что натуральные числа a, b, c удовлетворяют соотношению $a + b = ab - bc$, а $c + 1$ – квадрат простого числа. Докажите, что хотя бы одно из чисел $a + b$ или ab является квадратом натурального числа.

9 класс
Вариант 2

- 1) На доске записано число 2016. Разрешается прибавлять к числу или вычитать из него произведение любых его двух цифр. Можно ли такими операциями когда-нибудь получить на доске число 2015?
- 2) Найдите количество девятизначных чисел, для записи которых используются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (цифры в числе не повторяются), таких, что цифра 1 стоит после цифры 6, а цифры 1, 2, 3, 4, 5 располагаются в порядке возрастания (не обязательно подряд).
- 3) Как-то в лесу Сибирского федерального университета бельчата нашли несколько орехов общей массой 100 г. Оказалось, что три самых лёгких ореха весят 25 г, а три самых тяжёлых – 35 г. Сколько орехов нашли бельчата в лесу, если все орехи имеют различный вес и необязательно весят целое число граммов?
- 4) ABC – прямоугольный треугольник с гипотенузой AC , O – точка пересечения биссектрис AK и CL . Перпендикулярно прямой AK провели прямую, проходящую через точку L , которая пересекает прямую, проходящую через K и перпендикулярную CL , в точке P . Докажите, что середина отрезка OP лежит на гипотенузе AC .
- 5) Целые числа a , b и c таковы, что $c^2 - a^2 - b^2 = 2(a - b)(c - a + b)$. Докажите, что число $2ab$ является точным квадратом.