

Олимпиада школьников РАНХиГС 2014-2015

Математика 10 – 11 класс

Заочный этап

1. Укажите, какие из приведённых ниже равенств выполняются ровно для одного значения x :

I. $2^{-x} = x - 7$

II. $|x - 5| = x^2$

III. $3 - x = \sqrt{x + 4}$

2. После реконструкции цеха количество рабочих в нём сократилось на **4%**, производительность их труда возросла на **25%**, а потребление цехом электроэнергии выросло на **8%**. На сколько процентов уменьшились затраты электроэнергии в расчёте на единицу продукции?

3. Из точки M на плоскость α опущен перпендикуляр MN длины $\sqrt{3}$ и проведены две наклонные, составляющие с перпендикуляром углы по 60° . Угол между наклонными равен 120° .

а) Найти расстояние между основаниями A и B наклонных.

б) На отрезке AB как на катете в плоскости α построен прямоугольный треугольник

ABC (угол A – прямой). Найти объём пирамиды $MABC$, зная, что $\cos \angle BMC = -\frac{1}{3}$.

4. Решить уравнение:

$$|\arcsin \cos x| = \left| x - \frac{\pi}{2} \right| - \frac{\pi}{2} \left| -\frac{\pi}{2} \right|$$

5. Вычислить:

$$\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7}$$

6. Вычислить:

$$\frac{\sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \sin 3^\circ + \dots + \sin 35^\circ}{\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 35^\circ}$$

7. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} y = \sqrt{16 + 6x - x^2} \\ x = a \cdot (y - 4) \end{cases}$$

Имеет два различных решения.

8. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между плоскостями $BA_1 C_1$ и $BA_1 D_1$.