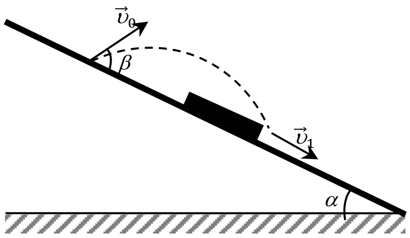
Министерство образования и науки РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада
2016-2017

ФИЗИКА

9 класс

II этап



1. По доске, расположенной под углом α к горизонту, скатывается без трения брусок с неизменной скоростью υ_1 и массой M. Один из Фиксиков забрасывает вслед движущемуся бруску небольшой кусок Лизуна с начальной скоростью υ_0, направленной под углом β к поверхности доски. Найдите скорость бруска вместе с прилипшим к нему сверху Лизуном, если известно, что этот брусок после прилипания Лизуна не останавливался, а масса Лизуна равна m.

Решение

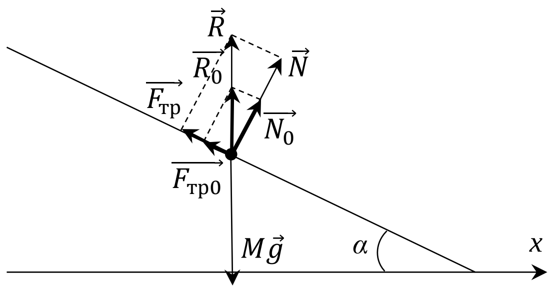


Рисунок **(2 балла)**

На систему «Брусок-Лизун» за время их взаимодействия действуют внешние силы: направленные вертикально вниз силы тяжести $M\vec{g}$ и $m\vec{g}$, изменяющаяся со временем сила реакции $\vec{R}$ со стороны доски. При движении бруска по поверхности доски с постоянной скоростью сила $\vec{R}$ всегда направлена вертикально вверх, так как результирующая всех сил должна быть равна нулю. **(4 балла)**

Разложим $\vec{R}$ на силу нормального давления $\vec{N}$ и силу трения $\overrightarrow{F_{\text{тр}}}$: $\vec{R} = \vec{N} + \overrightarrow{F_{\text{тр}}}$. Ясно, что $F_{\text{тр}} = \mu N$ (μ – коэффициент трения скольжения). До прилипания Лизуна сила реакции $\overrightarrow{R_0} = \overrightarrow{N_0} + \overrightarrow{F_{\text{тр0}}}$, где $F_{\text{тр0}} = \mu N_0$ и вектор $\overrightarrow{R_0}$ направлен вертикально вверх. **(2 балла)**

В ходе взаимодействия бруска и Лизуна сила реакции N возрастает в k раз ($N = kN_0$), сила трения $\overrightarrow{F_{\text{тр}}}$ тоже возрастает в k раз и вектор $\vec{R}$ остается параллельным $\overrightarrow{R_0}$, то есть вектор $\vec{R}$ направлен вертикально вверх. **(4 балла)**

Итак, для системы «брусок-Лизун» за время их взаимодействия все внешние силы направлены вертикально. Отсюда следует, что проекция импульса системы на горизонтальную ось ox сохраняется:

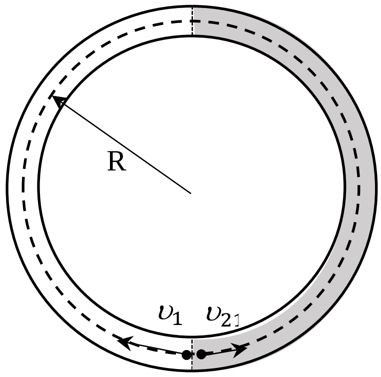
$$M\upsilon_1 \cos\alpha + m\upsilon_0 \cos(\beta - \alpha) = (M + m)\upsilon_2 \cos\alpha.$$ **(4 балла)**

Из этого равенства находим скорость бруска с Лизуном:

$$\upsilon_2 = \frac{M\upsilon_1 \cos\alpha + m\upsilon_0 \cos(\beta - \alpha)}{(M+m)\cos\alpha}.$$ **(4 балла)**

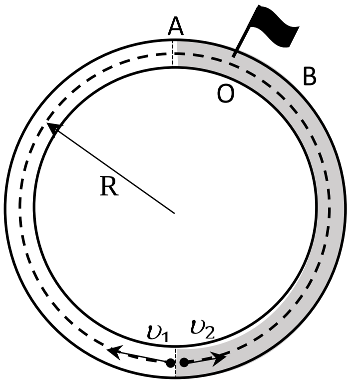
Ответ: $\upsilon_2 = \dfrac{M\upsilon_1 \cos\alpha + m\upsilon_0 \cos(\beta - \alpha)}{(M+m)\cos\alpha}$.

2. В горизонтальном сквозном кольцевом тоннеле радиуса R с гладкими внутренними стенками есть возможность в двух равных половинах создать различные значения сопротивления среды, влияющих на скорость полета испытательных образцов. В одной половине тоннеля скорость образца строго равна υ_1, в другой – υ_2. Определите интервал времени, через который встретятся два образца, запускаемые одновременно из любой точки границы давления в противоположных направлениях.



Решение

Будем считать скорость $\upsilon_1 > \upsilon_2$. Обозначим флажком на рисунке предполагаемое место встречи. Тогда к моменту времени t_1 первый образец пройдет ровно половину левой окружности до точки A. Длина этой половины окружности равна πR. С другой стороны, это путь, который проходит первый образец со скоростью υ_1 за время t_1 $\pi R = \upsilon_1 t_1$. Отсюда получаем время:



$$t_1 = \frac{\pi R}{\upsilon_1}. \qquad \textbf{(4 балла)}$$

Второй образец, двигающийся с правой стороны, к этому моменту времени успеет пройти только часть окружности до точки B. При этом, расстояние, которое обозначим за x, второй образец проходит со скоростью υ_2 за время t_1:

$$x = \upsilon_2 t_1. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Или, с подстановкой времени t_1 получаем:

$$x = \upsilon_2 \frac{\pi R}{\upsilon_1}. \qquad \textbf{(2 балла)}$$

При вхождении первого образца в правую область от А до О он будет двигаться со скоростью υ_2, так как в этой части из-за сопротивления движение возможно только с этой скоростью. Второй образец от В к О также двигается со скоростью υ_2. Значит, за одинаковый промежуток времени t_2 оба образца пройдут с одинаковыми скоростями одинаковое расстояние $y = AO = BO$. Но расстояние $x + 2y = \pi R$ равно половине окружности. Подставим сюда значение x:

$$\upsilon_2 \frac{\pi R}{\upsilon_1} + 2y = \pi R. \qquad \textbf{(4 балла)}$$

Отсюда можем выразить неизвестное расстояние y:

$$2y = \pi R - \upsilon_2 \frac{\pi R}{\upsilon_1},$$

$$y = \frac{\pi R}{2}\left(1 - \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right). \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Так как это расстояние пройдено со скоростью υ_2, то время $t_2 = \frac{y}{\upsilon_2}$. Подставим в это выражение значение y:

$$t_2 = \frac{\pi R}{2\upsilon_2}\left(1 - \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right). \qquad \textbf{(2 балла)}$$

Теперь остается сложить два промежутка времени t_2 и t_1, чтобы получить общее время t до момента встречи.

$$t = \frac{\pi R}{\upsilon_1} + \frac{\pi R}{2\upsilon_2}\left(1 - \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right).$$ **(2 балла)**

Приведя подобные, можно получить окончательный ответ:

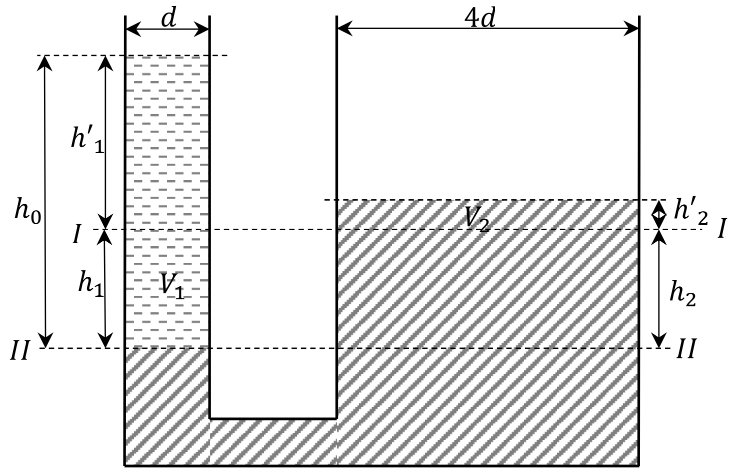
$$t = \pi R \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2\upsilon_1 \upsilon_2}.$$ **(2 балла)**

Ответ: $t = \pi R \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2\upsilon_1 \upsilon_2}$.

3. Определить на сколько поднимется уровень ртути в одном колене сообщающихся сосудов и на сколько опустится в другом колене, если в узкое колено наливают 70 сантиметров воды. Узкое колено имеет диаметр в 4 раза меньше широкого. Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, а плотность ртути $\rho_р = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Решение:

Рисунок **(2 балла)**



Начальный уровень ртути в сообщающихся сосудах на высоте $I - I$. После наливания воды уровень в левом (узком) колене опустится до уровня $II - II$. Поэтому на этом уровне давление в левом колене равно давлению в правом:

$$\rho_в g h_1 + \rho_в g h'_1 = \rho_р g h_2 + \rho_р g h'_2.$$

Преобразуем это выражение к виду:

$$\rho_в h_1 + \rho_в h'_1 = \rho_р h_2 + \rho_р h'_2. \qquad (1)$$ **(2 балла)**

Из рисунка следует, что общая высота столба воды, налитого согласно условию задачи:

$$h_0 = h_1 + h'_1. \qquad (2)$$ **(2 балла)**

Ввиду несжимаемости жидкостей следует, что объем $V_1 = V_2$. То есть, насколько меньше стал объем ртути в левом колене, на столько его стало больше в правом колене. Принимая это во внимание, и учитывая площадь поперечного сечения каждого из колен, получаем:

$$\frac{\pi d^2}{4} h_1 = \frac{\pi (4d)^2}{4} h'_2.$$

Отсюда следует, что:

$$h_1 = 16 h'_2. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (2):

$$h_0 = 16 h'_2 + h'_1$$ **(2 балла)**

И выразим отсюда h'_1:

$h'_1 = h_0 - 16h'_2.$ (4) **(2 балла)**

Теперь подставим в выражение (1) значения из (3) и (4).

$\rho_в 16h'_2 + \rho_в(h_0 - 16h'_2) = \rho_р h_2 + \rho_р h'_2.$ **(2 балла)**

Из рисунка учтем, что $h_1 = h_2$ и, подставим в последнее выражение.

$\rho_в 16h'_2 + \rho_в(h_0 - 16h'_2) = \rho_р h_1 + \rho_р h'_2.$ **(2 балла)**

С учетом (3) это равенство примет вид:

$\rho_в 16h'_2 + \rho_в(h_0 - 16h'_2) = \rho_р 16h'_2 + \rho_р h'_2.$ **(2 балла)**

Раскрывая скобки и приведя подобные, получим:

$$\rho_в h_0 = \rho_р 17h'_2.$$

Отсюда можно получить значение h'_2, на которое поднимется уровень ртути в широком колене.

$h'_2 = \frac{\rho_в h_0}{17\rho_р}.$ **(2 балла)**

Подставляя численные значения в это выражение, окончательно получим:

$$h'_2 = \frac{10^3 \cdot 0{,}7}{17 \cdot 13{,}6 \cdot 10^3} = 0{,}003 \text{ м} = 0{,}3 \text{ см}.$$

Учитывая равенство (3) и полученное значение для h'_2, имеем уровень h_1, на который опустится ртуть в левом колене:

$$h_1 = 16h'_2 = \frac{16\rho_в h_0}{17\rho_р}.$$

Или с учетом данных задачи:

$h_1 = \frac{16 \cdot 10^3 \cdot 0{,}7}{17 \cdot 13{,}6 \cdot 10^3} = 0{,}048 \text{ м} = 4{,}8 \text{ см}.$ **(2 балла)**

Ответ: $h'_2 = 0{,}003$ м $= 0{,}3$ см, $h_1 = 0{,}048$ м $= 4{,}8$ см.

4. Сколько времени уйдет на нагревание $m = 1$ кг воды до 100°С, если в качестве нагревательного элемента использовать два последовательно соединенных нагревателя мощностью $P = 840$ Вт каждый. Подключение производить к одной и той же бытовой сети. Потерями тепла пренебречь. Начальную температуру считать 20°С, а удельную теплоемкость воды принять $c = 4200$ Дж/(кг · °С).

Решение:

При последовательном соединении двух одинаковых нагревателей (если считать, что сопротивление каждого нагревателя остается равным R) их общее сопротивление:

$R_1 = 2R,$ **(4 балла)**

а выделяющаяся тепловая мощность по закону Джоуля-Ленца равна:

$P_1 = \frac{U^2}{R_1}.$ **(2 балла)**

Так как:

$$P = \frac{U^2}{R},$$ **(2 балла)**

То:

$$P_1 = \frac{P}{2}.$$ **(4 балла)**

Для того чтобы нагреть до температуры кипения $t_к = 100$ °C массу воды m, требуется количество теплоты $Q = cm(t_к - t_н)$ Следовательно, искомое время будет равно:

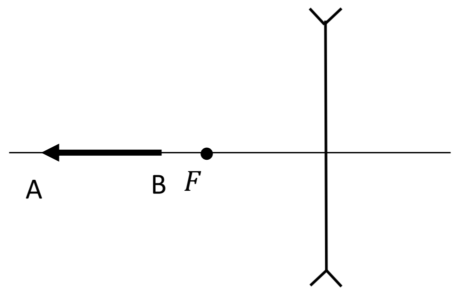
$$\tau = \frac{Q}{P_1} = \frac{2cm(t_к - t_н)}{P}.$$ **(6 баллов)**

Подставляя численные значения, получим:

$$\tau = \frac{2 \cdot 4200 \cdot 1 \cdot (100 - 20)}{840} = 800 \text{ с}.$$ **(2 балла)**

Ответ: $\tau = 800$ с.

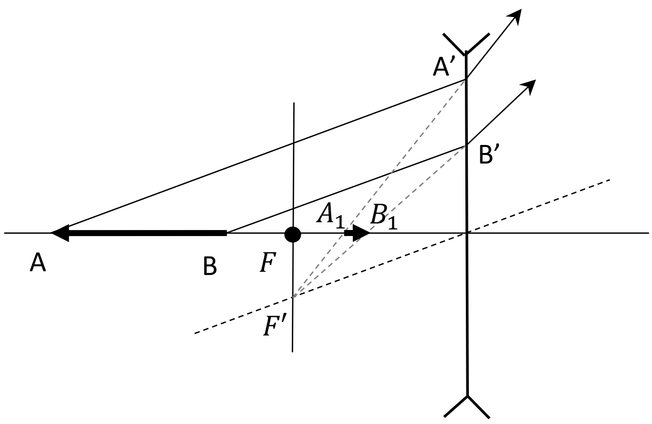
5. Построить изображение предмета AB, даваемое линзой.



Решение:

На рисунке изображена рассеивающая линза. Фокус мнимый. Предмет AB находится на главной оптической оси.

(2 балла)



Сначала построим фокальную плоскость через фокус F перпендикулярно главной оптической оси. **(2 балла)**

Затем из точек A и B под произвольным углом на линзу направим параллельные лучи AA' и BB'.

(4 балла)

Эти лучи преломляются рассеивающей линзой так, что продолжение этих лучей, изображенных пунктирной линией, должно пересечься в фокальной плоскости в точке F' побочного фокуса линзы. **(4 балла)**

В свою очередь этот побочный фокус был получен при построении побочной оптической оси, проходящей через центр линзы и параллельно лучам AA' и BB'. **(4 балла)**

Пересечение продолжений лучей $A'F'$ и $B'F'$ с главной оптической осью дает соответственно точки A_1 и B_1 изображения предмета AB. **(4 балла)**