



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

по ЭКОНОМИКЕ  
2016-2017 учебный год  
Вариант VIII. (10-11 класс)

**Задача 1.**

В течение дня Алиса потребляет два вида еды: пирожки по цене 30 монет за штуку и салат по цене 90 монет за порцию. На покупку еды Алиса выделяет из своего бюджета 600 монет в день, но при этом, она следит за фигурой и не хочет потреблять больше 2800 калорий в день, а в каждом пирожке 200 калорий, в порции салата 400 калорий. (Примечание: салата можно есть несколько порций в день.)

**1. Сколько пирожков и порций салата необходимо покупать и потреблять в день, чтобы и деньги потратить и калорий не перебрать?**

**2. Известно, что повышение цен на пирожки на 1% приведет к снижению спроса индивида на 0,6%. Найдите вид индивидуальной функции спроса  $Q_D=a-b \times P$ , считая ее линейной вблизи точки равновесной цены 30**

**Ответы:**

1. Обозначим количество пирожков за  $x$ , а количество порций салата за  $y$ , тогда нужно решить следующую систему:

$$\begin{aligned} 30x + 90y &= 600 & x &= \frac{(600-90y)}{30} = (20 - 3y) \\ 200x + 400y &= 2800 & 200 \times (20 - 3y) + 400y &= 2800 \end{aligned}$$

$$4000 - 600y + 400y = 2800; 1200 = 200y$$

$$x=2, y=6$$

$$2.E = -0,6 = -b \times P / Q = -b \times 30 / 2 \quad b = 0,6 \times 2 / 30 = 0,04 \quad Q = 2 = a - 0,04 \times 30 \quad a = 3,2$$

$$Q = 3,2 - 0,04 \times P$$

**Задача 2.**

В двух странах Финляндии и Канаде производят хоккейные шайбы, которые реализуются на внутренних рынках. Спрос и предложение на шайбы в Финляндии заданы функциями:  $Q_D = 80 - 2P$  и  $Q_S = -10 + P$ . Спрос и предложение в Канаде заданы функциями:  $Q_D = 70 - 2P$  и  $Q_S = 10 + P$ , где  $Q$  – количество шайб в тысячах штук,  $P$  – цена в евро.

**Определите:**

**1. Какие цены и объемы продаж установятся в этих странах, если рынки Финляндии и Канады считать изолированными?**

**2. В случае объединения рынков этих стран, и при условии отсутствия транспортных расходов на доставку товара, какие цены и объемы продаж будут в обеих странах? При этом из какой страны в какую и в каком количестве пойдут потоки товаров?**

**3. Предположим, транспортные расходы при перевозке товара из одной страны в другую составляют 2 евро за тысячу штук. Каким станет товарный поток из одной страны в другую?**

**4. Какой должна быть величина транспортных расходов, чтобы товарный поток составил 10 тысяч шайбы?**

**5. Какая величина транспортных расходов обнулит поток импорта?**

**Решение:**

$$1. \text{Финляндия: } Q_D = 80 - 2P = Q_S = -10 + P \quad P_1 = 30 \quad Q_1 = 20$$

$$\text{Канада: } Q_D = 70 - 2P = Q_S = 10 + P \quad P_2 = 20 \quad Q_2 = 30$$

$$2. Q_D = 150 - 4P$$

$$Q_S = 2P \quad 150 = 6P \quad P = 25, \quad Q = 50$$

$$\text{Финляндия: } Q_D = 80 - 2P = 80 - 50 = 30$$

$$Q_S = -10 + P = -10 + 25 = 15 \quad \text{дефицит} = 30 - 15 = 15$$

$$\text{Канада: } Q_D = 70 - 2P = 70 - 50 = 20$$



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

по ЭКОНОМИКЕ

2016-2017 учебный год  
Вариант VIII. (10-11 класс)

$$Q_S=10+25=35 \quad \text{избыток}=35-20=15$$

**Товар пойдет из Канады в Финляндию в количестве 15 единиц.**

3. На величину транспортных расходов в 2 евро цена в Финляндии будет выше, чем в Канаде, т.е. объединение рынков произойдет по следующей формуле

$$Q_D=80-2(P+2)+70-2P=146-4P$$

$$Q_S=-10+(P+2)+10+P=2+2P \quad 146-4P=2+2P, \quad P=144/6=24$$

Цена  $P=24$  в Канаде, а в стране А на 2 выше  $P=24+2=26$ . При этих ценах потоки товаров следующие

$$\text{В Финляндии: } Q_D=80-2P=80-52=28$$

$$Q_S=-10+P=-10+26=16 \quad \text{дефицит } 28-16=12$$

$$\text{В Канаде: } Q_D=70-2P=70-48=22$$

$$Q_S=10+P=10+24=34 \quad \text{избыток } 34-22=12$$

**Товарный поток из Канады в Финляндию сократился до 12**

4. Обозначим через  $x$  величину транспортных расходов.

Цену в стране-экспортере можно вывести из условия равновесия объединенного рынка  $Q_D=80-2(P+x)+70-2P=Q_S=-10+(P+x)+10+P$

$$150-4P-2x=2P+x$$

$$150-3x=6P, \quad P=25-0,5x \quad (\text{это цена в стране-экспортере})$$

Поток товаров составит 10 единиц, если в стране-экспортере  $Q_S-Q_D=10$

$$10=10+(25-0,5x)-(70-2(25-0,5x))=15-1,5x=10$$

$$1,5x=5; \quad x=3,33$$

5. Поток товаров прекратится, если при цене в общем виде  $P=25-0,5x$  в стране экспортере (страна В) не будет ни избытка ни дефицита, т.е.  $Q_D=Q_S$

$$\text{В стране В: } Q_D=70-2(25-0,5x)=Q_S=10+(25-0,5x)$$

$$70-50+x=35-0,5x$$

$$15=1,5x$$

$$x=10$$

### Задача 3.

Долларовый мультимиллионер Артемидов ищет управляющего для своего нового пятизвездочного отеля. Для привлечения внимания к данному бизнес-проекту отбор происходит в формате телевизионного реалити-шоу "Топ-менеджер", где кандидаты проходят различные испытания, по итогам которых кто-то выбывает из дальнейшего конкурса. В соответствии с правилами шоу, имя очередного выбывающего участника называет победитель последнего испытания. Когда же участников остаётся только двое, все выбывшие участники общим голосованием выбирают победителя.

На данный момент в шоу осталось четыре кандидата: Аркадий, Борис, Константин и Ирина. Предыдущее испытание выиграл Борис. Он должен принять решение о том, кого из соперников объявить выбывшим. При этом ему известно следующее (допустим, что эта информация достоверна и известна всем конкурсантам, а влияние случайных факторов на исход испытаний пренебрежимо мало):

I. Последнее предстоящее им испытание будет связано с маркетингом и рекламой. Насколько конкурсанты успели узнать друг друга, их способности в данной сфере по условной десятибалльной шкале можно оценить следующим образом:

Аркадий: 9

Борис: 7

Константин: 6

Ирина: 5

II. На текущий момент голоса выбывших участников проекта распределены следующим образом:

За Бориса: 2

За Ирину: 6

За Аркадия: 2



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

по ЭКОНОМИКЕ

2016-2017 учебный год  
Вариант VIII. (10-11 класс)

За Константина: 1

III. Исход последнего испытания не окажет влияния на предпочтения выбывших участников.

IV. В случае, если кто-либо выбывает из конкурса, он сам и его нынешние сторонники в финале голосуют против того, кто принимал решение о его выбытии (и, соответственно, за его оппонента). В случае, если принимавший решение о выбытии конкурсант также успел выбыть, их решение непредсказуемо.

V. Возможные варианты развития событий, известные одному участнику, известны и всем другим участникам.

VI. Если победителю последнего испытания безразлично, кого исключать, он выберет лицо противоположного пола.

**Вопросы:**

1. Какое решение должен принять на данном этапе Борис как рациональный субъект (то есть кто из его соперников не встретится с ним в последнем испытании)?

2. Есть ли у Аркадия возможность победить и занять должность управляющего, если Борис не исключит его на данном этапе? Если да, то каким образом?

**Ответы обоснуйте.**

**Решение:**

Самое главное в данной задаче - понять, что способности гарантируют участнику победу в испытании только при условии, что он сам этого хочет. Таким образом, конкурсанты могут либо проходить последнее испытание "на пределе возможностей", либо поддаваться слабейшим соперникам.

Рассмотрим возможные результаты выбора Бориса:

Очевидно, что исключение Борисом Ирины - заведомо неверный вариант. В этом случае последнее испытание выиграет Аркадий, исключит Константина и голоса распределятся между Аркадием и Борисом так:

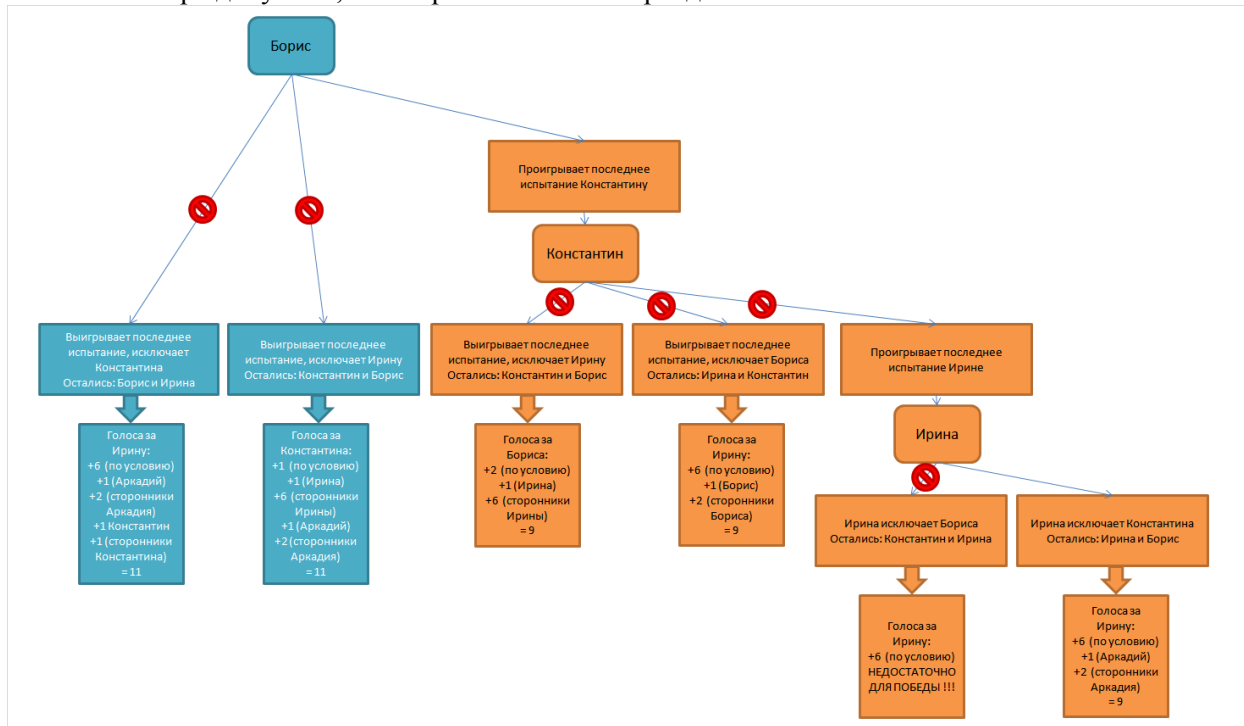
Аркадий:

2 голоса его сторонников + 1 голос Ирины + 6 голосов её сторонников = 9 голосов.

Борис:

2 голоса его сторонников + 1 голос Константина + 1 голос его сторонника = 4 голоса.

Теперь допустим, что Борис исключает Аркадия:





САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

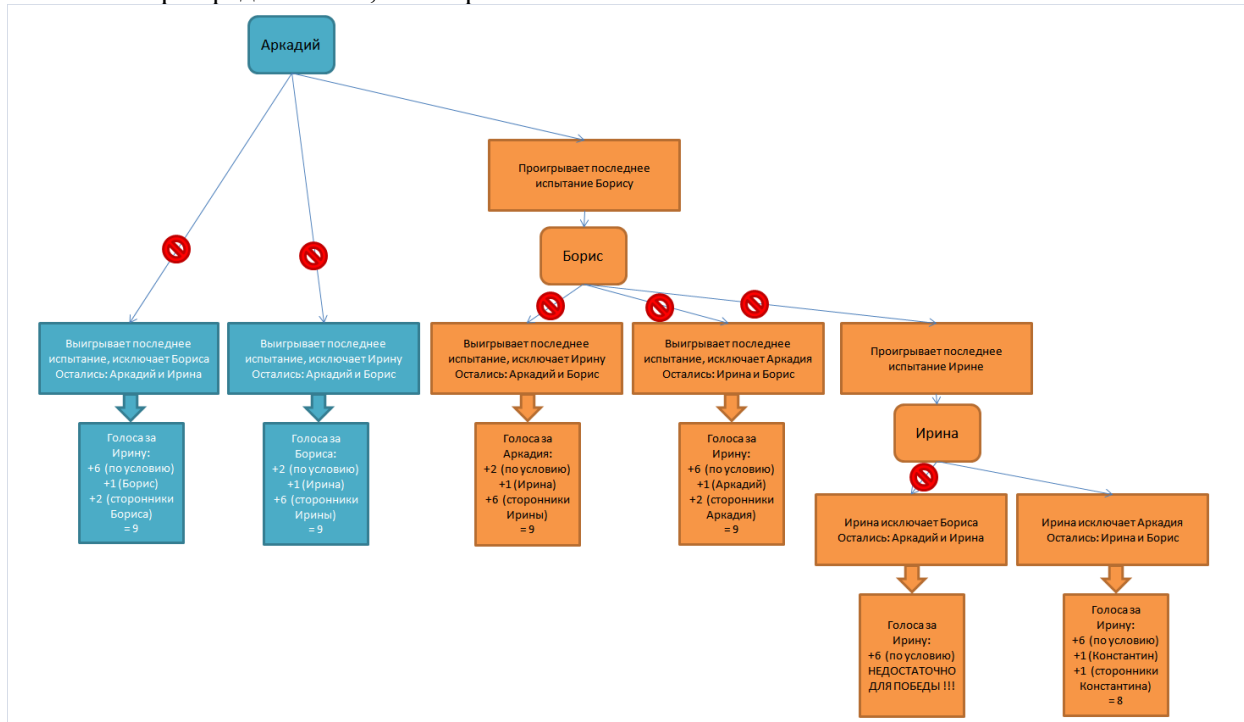
по ЭКОНОМИКЕ  
2016-2017 учебный год  
Вариант VIII. (10-11 класс)

В этом случае Борис может победить и в последнем испытании. Но что произойдёт тогда? Если он исключает Константина, Ирина набирает 11 голосов. Если же он исключает Ирину, 11 голосов набирает Константин. Таким образом, вне зависимости от своего решения, выиграв последнее испытание, он проигрывает игру в целом.

Однако остаётся ещё возможность поддаться и проиграть последнее испытание. Кому? Следующий кандидат на победу, судя по шкале способностей, - Константин. Теперь он сталкивается с той же самой проблемой: исключив Ирину, он отдаёт победу Борису, а исключив Бориса - Ирине. Более того, если проигрывает последнее испытание и он, то побеждает Ирина, исключает Константина и выигрывает игру, набрав 9 голосов (6 - от собственных сторонников и 3 - от голосующих против Бориса Аркадия и его сторонников).

Таким образом, в этом случае единственная возможность для Бориса получить шанс на победу - "поддаться" Константину и надеяться, что тот исключит именно Ирину. Во всех остальных случаях проигрыш Бориса предрешен. Обоснованы ли надежды Бориса? Да - в соответствии с предположением (VI): Константин, понимая, что он не сможет победить, должен исключить именно Ирину как лицо противоположного пола.

Теперь предположим, что Борис изначально исключает Константина:



Аркадий оказывается в той же самой ситуации, в которой в предыдущем случае оказался Борис. Выигрыш последнего испытания автоматически означает для него проигрыш игры в целом. Поддаться - значит, поставить Бориса в те условия, в которые он в предыдущем случае поставил Константина. Согласно предположению (VI), Борис тогда должен отдать победу Аркадию, а не Ирине.

Таким образом, для победы в игре Аркадий проиграет последнее испытание. Борис, зная это, должен исключить именно Аркадия, а последнее испытание проиграть Константину. Если же Аркадий не будет исключен, для победы ему будет достаточно поддаться в последнем испытании Борису.

#### Задача 4.

В государстве Заморские острова в результате денежной реформы остались в обращении денежные знаки только двух различных номиналов, которые являются натуральными числами, большими двух. Оказалось, что товар стоимостью в 417 франтов можно оплатить лишь беря сдачу, а любой товар стоимостью



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

по ЭКОНОМИКЕ

2016-2017 учебный год

Вариант VIII. (10-11 класс)

в целое число франтов, большее 417, можно оплатить без сдачи. Найдите номиналы оставшихся после реформы денежных знаков.

**Решение.**

Пусть  $a$  и  $b$  — искомые номиналы и  $a < b$ . Поскольку товары стоимостью в 417 и 418 франтов можно оплатить со сдачей, то  $ax_1 + by_1 = 417$  и  $ax_2 + by_2 = 418$  для некоторых целых  $x_1, y_1$  и  $x_2, y_2$ . Вычитая из второго равенства первое, получаем  $a(x_2 - x_1) + b(y_2 - y_1) = 1$ , откуда следует, что числа  $a$  и  $b$  взаимно просты и что любую целую сумму можно оплатить со сдачей. Таким образом, уравнение  $ax + by = n$  имеет решение в целых числах при любом натуральном  $n$ . Докажем, что уравнение  $ax + by = ab - a - b$  не имеет решений в неотрицательных целых числах. Рассуждаем от противного. Пусть  $x_0$  и  $y_0$  — неотрицательные целые числа, для которых  $ax_0 + by_0 = ab - a - b$ . Тогда  $a(x_0 + 1) + b(y_0 + 1) = ab$ , откуда, в силу того, что  $a$  и  $b$  взаимно просты, следует, что  $x_0 + 1$  делится на  $b$  и  $y_0 + 1$  делится на  $a$ . Следовательно,  $a(x_0 + 1) + b(y_0 + 1) \geq 2ab \neq ab$ . Противоречие. Теперь докажем, что для любого  $n \geq ab - a - b + 1 = (a - 1)(b - 1)$  уравнение  $ax + by = n$  имеет решение в неотрицательных целых числах. Заметим, что если пара целых чисел  $x, y$  удовлетворяет этому уравнению, то пара чисел  $x - bt, y + at$  при любом целом  $t$  также удовлетворяет этому уравнению. Оказывается, что для любого  $n$ , удовлетворяющего неравенству  $n \geq ab - a - b + 1$  можно подобрать целое  $t$  так, чтобы оба числа  $x - bt$  и  $y + at$  оказались неотрицательными. Действительно, выберем целое  $t$  так, чтобы выполнялось условие  $0 \leq y_0 + at < a - 1$ . Тогда

$$(x_0 - bt)a = n - (y_0 + at)b > n - (a - 1)b \geq ab - a - b - ab + b = -a.$$

Следовательно,  $(x_0 - bt)a > -a$ , откуда  $x_0 - bt > -1$ , т.е.  $x_0 - bt$  — неотрицательное целое.

В силу всего сказанного,  $(a - 1)(b - 1)$  является наименьшим натуральным числом, начиная с которого, любую целую сумму можно оплатить без сдачи. Откуда,  $(a - 1)(b - 1) = 418$ . Перебирая всевозможные представления числа 418 в виде произведения двух чисел, больших 1, с учётом взаимной простоты чисел  $a$  и  $b$  получаем  $a = 20$  и  $b = 23$ .

**Ответ: 20 и 23.**

**Задача 5.**

Арсений, студент выпускного курса экономического факультета одного из столичных вузов, решил подзаработать в свободное от занятий время на продаже газеты «Экономика для начинающих».

Недаром Арсений овладел профессией экономиста четыре года — для выстраивания своей конкурентной стратегии на рынке печатной продукции он провел маркетинговое исследование и выяснил, что спрос на данную газету выражается линейной функцией. Кроме этого, Арсений узнал от своего конкурента по рынку — студента из параллельной группы Севы Вострцова, что на ближайшем углу от института, если установить цену на газету 5 рублей и выше — ее совсем невозможно продать, а продать больше 20 газет в день, как бы ты не изменял цену, не удастся ни как.

В типографии, где печатается газета, работает соседка Арсения по общежитию Катя, которая сказала, что даст ему в день под реализацию столько газет, сколько он попросит, за коробку конфет. А Сева — конкурент Арсения, обещал ему три рубля, если он вообще не появится на том углу с газетами.

Выяснив все это Арсений задумался: стоит ли ему начинать продажу газет; если да, то сколько газет попросить у Кати и по какой цене их продавать?

Помогите Арсению найти ответы на эти вопросы.

**Решение:**



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

по ЭКОНОМИКЕ

2016-2017 учебный год  
Вариант VIII. (10-11 класс)

Вся идея заключается в том, чтобы найти максимум прибыли от продажи газеты:

$$\text{Прибыль} = \text{Доход} \text{ минус } \text{Издержки} \quad (\text{Пр} = \text{TR} - \text{ТС})$$

↓

Правило максимизации прибыли: Предельные издержки (MC) = Предельному доходу (MR)

↓

Так как Арсений не несет ни каких издержек по производству газет (коробка конфет – это накладные расходы, не связанные с производством конфет, поэтому я их стоимость игнорирую сейчас и учту потом), то предельные издержки (доп. издержки получения каждой дополнительной газеты) = 0 → Надо найти максимум дохода.

↓

$$\text{Доход} (\text{TR}) = \text{Цена} (\text{P}) \cdot \text{Объем продаж} (\text{Q})$$

↓

Объем продаж определяется функцией спроса

↓

Из условий задачи: Линейная функция спроса – прямая линия. Уравнение прямой для функции спроса можно записать так:  $Q_D = a - bP$

↓

Находим константы «a» и «b»:

- нахождение константы «a»: Из условий задачи известно, что больше 20 газет не продать ни при какой цене. Из этого делаем вывод, что даже при цене, равной нулю, больше 20 газет не продается. Следовательно, 20 газет – это максимальный спрос на газеты при  $P = 0 \rightarrow a = 20$ .

- нахождение константы «b»: Из условий задачи известно, что при цене  $P = 5$ , объем спроса будет равен  $Q_D = 0$ . Подставляем в формулу спроса известные значения:

$$0 = 20 - b5 \rightarrow b = 4.$$

↓

Таким образом мы можем записать функцию спроса:

$$Q_D = 20 - 4P$$

$$\text{Формула дохода: } \text{TR} = P \cdot Q \rightarrow \text{TR} = P \cdot (20 - 4P) = 20P - 4P^2$$

↓

Максимум дохода находим через приравнивание производной TR по P к нулю:

$$\text{TR}' = 20 - 8P = 0$$

$$P = 20/8 = 2,5 \text{ – это цена, при которой можно получить максимум дохода.}$$

↓

Ищем, сколько газет можно продать по цене 2,5 рубля. Подставляем 2,5 в функцию спроса:

$$Q_D = 20 - 4P \rightarrow Q_D = 20 - 4 \cdot 2,5 = 10 \text{ газет – это количество газет, максимизирующих доход}$$

↓

Ищем максимально возможную выручку при  $Q = 10$  и  $P = 2,5$ :  $\text{TR} = P \cdot Q = 2,5 \cdot 10 = 25$  рублей.

↓

**Решаем вопрос начинать или нет заниматься продажей газет:**

Можно начинать продажу газет в случае если выручка в 25 рублей превысит стоимость коробки конфет + 3 рубля, которые можно получить с конкурента Севы → Стоимость коробки конфет должна быть меньше, чем  $25 - 3 = 22$  рубля.

↓

Окончательный ответ:

***Ответ на первый вопрос: «Стоит ли начинать заниматься продажей газет?»:***

Продажу газет стоит начинать в том случае, если стоимость коробки конфет составит менее 22 рублей.

***Ответ на второй вопрос: «Сколько просить газет у Кати и по какой цене их продавать?»:***

- 10 газет – надо просить у Кати, т.к. это единственный объем который может дать максимум дохода

- Продавать газеты надо по цене 2,5 рубля.



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

по ЭКОНОМИКЕ

2016-2017 учебный год

Вариант VIII. (10-11 класс)

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТВЕТОВ ЗАДАНИЙ**

Олимпиады школьников СПбГУ по экономике

заключительный этап

2017-2016

(10-11 класс)

№ задания	Критерии оценивания	Баллы
<b>Задача 1</b>	Задача полностью решена правильно, ход решения верный, расчеты сделаны верно, на оба поставленных вопроса даны правильные ответы.	<b>10</b>
	Задача решена частично правильно: 1) ход решения верный, но в допущены арифметические ошибки в расчетах, поэтому даны неправильные ответы; 2) верно решена только первая часть задачи, ход решения в этой части верен, сделаны верные расчеты, получен правильный ответ.	5
	Полностью неправильно решена задача: 1) отсутствует решение задачи; 2) оба задания решены неверно (ход решения неверный).	0
<b>Задача 2</b>	Все 5 заданий решены полностью, даны верные ответы и задания имеют правильный ход решения	<b>25</b>
	Решены полностью правильно четыре из пяти заданий, которые имеют верный ход решения и правильные ответы	20
	Решены полностью правильно три из пяти заданий, которые имеют верный ход решения и правильные ответы.	15
	Решены полностью правильно два из пяти заданий, которые имеют верный ход решения и правильные ответы	10
	Решено полностью только одно задание, дан правильный ответ. Второе задание решено неверно.	5
	Полностью неправильно решена задача: 1) не решено ни одно из заданий; 2) отсутствует решение заданий.	0
<b>Задача 3</b>	Задача решена полностью, оба ответа правильны, ход решения адекватен и не содержит серьезных ошибок.	<b>25</b>
	Задача решена, но не все ответы правильны. Ход решения в целом верен и адекватен, но допущены ошибки в расчетах, исказившие ответы.	20
	Ответы даны в предположении гарантированного выигрыша при наличии соответствующих способностей конкурсанта. Других ошибок не обнаружено.	15
	Даны формально правильные ответы, но ход решения содержит серьезные ошибки.	10
	Даны формально правильные ответы при отсутствующем	5



**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО**  
**ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**  
**по ЭКОНОМИКЕ**  
**2016-2017 учебный год**  
**Вариант VIII. (10-11 класс)**

	или непонятном решении.	
	Задача решена полностью неправильно:	0
<b>Задача 4</b>	Задача полностью решена правильно: имеется верный обоснованный ход решения, даны правильные ответы.	<b>20</b>
	Задача решена правильно: имеется верный обоснованный ход решения, но присутствуют арифметические ошибки, не влияющие на сам ход решения.	15
	Задача решена частично правильно: имеется верный ход решения, могут присутствовать арифметические ошибки, не влияющие на сам ход решения.	10
	Задача решена частично правильно: нащупан верный ход решения.	5
	Полностью неправильно решена задача или отсутствует решение задачи.	0
<b>Задача 5</b>	Задача решена полностью: - даны верные ответы на все три вопроса; - логика хода решения задачи представлена правильно.	<b>20</b>
	Даны верные ответы на 2 вопроса из трех. Логика поиска ответов на вопросы представлена правильно.	15
	Дан верный ответ только на один из трех вопросов. Логика поиска ответов на вопросы представлена правильно.	10
	Верные ответы на поставленные вопросы отсутствуют, но нащупан верный ход решения задачи.	5
	Полностью неправильно решена задача (все ответы неверны и ход решения неправильный, либо отсутствуют ответы и ход решения задачи не представлен)	0