САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
по ЭКОНОМИКЕ
10-11 класс (заключительный тур)
2014-2015 учебный год

Вариант VII.

Задача 1.

На китайском оптовом рынке закупок джинсов для магазинов модной одежды присутствуют три группы покупателей: покупатели одежды класса люкс, покупатели одежды класса премиум и покупатели недорогой одежды массового производства. Спрос на каждую группу товаров задан следующими функциями: Q1=30-3P, Q2=40-2P, Q3=30-P и две группы продавцов: «Bai Ma» и «Tian Ma» с функциями предложения: Q1=-10+P, Q2=2P, где Q – количество товара в тысячах штуках, P – цена товара в тысячах юаней.

1. **На какое количество товара будет предъявлен спрос, если установится цена P=15 тысяч юаней?**
2. **Какое количество товара будет предложено продавцами рынка при установившейся цене P=5 тысяч юаней?**
3. **При какой цене и объеме продаж на данном рынке возможно равновесие?**
4. **Каковы величины коэффициентов эластичности спроса и предложения при равновесии рынка?**
5. **Каковы величины равновесной цены и объема продаж в случае введения дотации потребителям на покупки в размере 2 тысячи юаней на единицу продукции?**

Решение:

1.Суммарный спрос различен на разных интервалах цены:
при P от 20 до 30 Q=30-P,
при P от 10 до 20 Q=70-3P,
при P от 0 до 10 Q=100-6P
Если P=15, то Q=70-3×15=25 тыс. шт.

2.Суммарное предложение различно на разных интервалах цены:
при P от 0 до 10 Q=2P,
при P выше 10 Q=-10+3P
Если P=5, то Q=2×5=10 тыс.шт.

3.Равновесие

Спрос от Q=10 до Q=40 задан функцией Q=70-3P, предложение на этом участке задано функцией Q=-10+3P. Следовательно, равновесие определяется пересечением этих двух функций Q=70-3P=-10+3P

P=13,3 тыс. юаней Q=30 тыс. шт.

4.Коэффициент эластичности спроса определяется по формуле
E=-3× (P/Q)=-3× (13,3/30)=-1,3
Коэффициент эластичности предложения определяется по формуле
E=3× (P/Q)=3×(13,3/30)=1,3

5.Введение дотации потребителям изменит вид функции спроса (график функции сдвинется параллельно себе вправо-вверх на 2 тыс. юаней)

Q=76-3P. Функция предложения не изменится

Равновесие установится при пересечении двух функций, следовательно, Q=76-3P=-10+3P

P=14,3 тыс. юаней. Q=32 тыс. шт.

Задача 2.

Фирма «Элле» продала в прошлом году 50 тыс. шифоновых мешочков для подарков по цене 70 рублей за штуку. При этом переменные расходы фирмы на единицу продукции составили 30 рублей, а общие постоянные затраты – 1000 тыс. рублей.

В настоящем году ожидается инфляционный рост переменных и постоянных затрат на 11%, а так же рост продаж на 6%.

Определите:

1. **Прибыль, полученную фирмой в прошлом году;**

Вариант VII.

2. **Какой уровень цены продаж позволит фирме не только компенсировать инфляционную составляющую, но и увеличить прибыль на 10%?**

Решение:

1.Общие расходы на единицу продукции = средние переменные + средние постоянные = 30 + 1000/50 = 50 рублей

Так как цена 70 рублей, то прибыль на единицу продукции = 70 – 50 = 20 рублей, а на всю партию 20×50 тыс. шт. = 1 млн. рублей

2.Увеличение прибыли на 10% дает 1,1 млн. рублей.

Общие затраты были 1000+30×50 = 2,5 млн. рублей, в нынешнем году вырастут на 11% и составят 2,775 млн. рублей

Объем продаж был 50 тыс. шт. в нынешнем году рост на 6% дает 53 тыс. шт.

Следовательно, прибыль 1100 = (Р – 2775/53) × 53

Р=73,11 рубля

Задача 3.

В питомник лесного хозяйства строительного леса «Фортуна» назначили нового управляющего Сергея Алексеевича Новикова. При мониторинге (обследовании) питомника Сергей Алексеевич обнаружил, что данный объект ежегодно поставляет заказчикам свою продукцию (деловую древесину) на сумму 70 млн.руб. Управляющий понял, что при такой системе хозяйствования, которая не позволяет лесу восстанавливаться, питомник прекратит свое существование через 10 лет. Сергей Алексеевич знает, что снижая вырубку, существует возможность продлить срок жизни питомника, но это приведет к снижению ежегодного дохода. По итогам мониторинга был разработан новый оптимальный план вырубки леса, согласно которому чистый ежегодный доход уменьшится до X млн.руб., но при этом питомник теоретически может функционировать бесконечное число лет. Известно, что темп инфляции равен Z=0,1, т.е в результате инфляции Y рублей, получаемых через год, по покупательной способности эквивалентны Y/(1+Z) рублям на сегодняшний день. **Определите сумму, которой Сергею Алексеевичу придется ежегодно жертвовать ради сохранения питомника согласно новому плану, т.е на сколько уменьшится чистый ежегодный доход. При решении задачи необходимо учитывать следующее:**

1. первый доход питомник (согласно любой схеме эксплуатации) даст через год;
2. номинальная сумма дохода, которую дает питомник ежегодно, не меняется с течением времени вне зависимости от того, принимается новый план или нет;
3. в результате принятия плана реальная стоимость (с учетом инфляции и всех платежей) питомника не меняется.

Решение:

Чистый ежегодный доход уменьшится на сумму, равную (70 - X) млн.руб. Согласно старому плану, суммарный доход от эксплуатации питомника определялся как 70 млн.руб. через год, 70 млн.руб. через 2 года, ... 70 млн.руб. через 10 лет, что, с учётом инфляции, определяется как $\sum_{t=1}^{10} 70(1+Z)^{-t} = 70\sum_{t=1}^{10}(1+Z)^{-t}$. При новом режиме эксплуатации питомника величина суммарного дохода не меняется, при этом определяется он уже как X млн.руб.ерез год, X млн.руб. через 2 года, ... X млн.руб. через 10 лет, X млн.руб. через 11 лет и так до бесконечности, что, с учётом инфляции, определяется как $\sum_{t=1}^{\infty} X(1+Z)^{-t} = X\sum_{t=1}^{\infty}(1+Z)^{-t}$.

Поскольку величина суммарного дохода не изменилась, $70\sum_{t=1}^{10}(1+Z)^{-t} = X\sum_{t=1}^{\infty}(1+Z)^{-t}$

Вариант VII.

(если $70\sum_{t=1}^{10}(1+Z)^{-t} > X\sum_{t=1}^{\infty}(1+Z)^{-t}$ - не имело смысла менять режим эксплуатации, а

$70\sum_{t=1}^{10}(1+Z)^{-t} < X\sum_{t=1}^{\infty}(1+Z)^{-t}$ - невозможно). Тогда получаем, что

$X = 70\left(\sum_{t=1}^{10}(1+Z)^{-t}\right):\left(\sum_{t=1}^{\infty}(1+Z)^{-t}\right)$. Поскольку $(1+Z)^{-t} = (1{,}1)^{-t} < 1$ для любого натурального t, сумму бесконечного ряда можно найти как сумму бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем, меньшим 1. В данном случае формула принимает вид

$$X = 70\left(\sum_{t=1}^{10}(1+Z)^{-t}\right):\left(\frac{1/(1+Z)}{1-1/(1+Z)}\right) = 70Z\left(\sum_{t=1}^{10}(1+Z)^{-t}\right)$$

В свою очередь, сумму от $t=1$ до $t=10$ можно представить как разность двух бесконечных сумм - от $t=1$ и $t=11$ соответственно. Тогда $X = 70Z\left(\sum_{t=1}^{10}(1+Z)^{-t}\right) = 70Z\left(\frac{1}{Z} - \frac{1/(1+Z)^{11}}{1-1/(1+Z)}\right) = 70\left(1-\frac{1}{(1+Z)^{10}}\right)$.

Значит, $70 - X = 70 - 70\left(1-\frac{1}{(1+Z)^{10}}\right) = \frac{70}{(1+Z)^{10}} = \frac{70}{(1{,}1)^{10}} = 26{,}988$ млн. руб.

Задача 4.

В течение недели цена на нефть менялась каждый день на одно и то же число процентов a ($13 \le a \le 50$) по сравнению с предыдущей ценой, причём в понедельник и среду она уменьшалась, а во вторник, четверг и пятницу — увеличивалась. **Могла ли к субботе цена на нефть**

а) увеличиться на 11% по сравнению с первоначальной ценой?

б) уменьшиться на 11% по с равнению с первоначальной ценой?

Решение.

Пусть A — исходная цена на нефть (до колебаний). Введём обозначение $x = \frac{a}{100}$.

Тогда к субботе цена на нефть составит $A(1+x)^3(1-x)^2$ и отношение этой цены к первоначальной равно $(1+x)^3(1-x)^2$. По условию, $13 \le a \le 50$. Поэтому $\frac{13}{100} \le x \le \frac{1}{2}$. Найдём наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = (1+x)^3(1-x)^2$ на промежутке $\left[\frac{13}{100};\frac{1}{2}\right]$. Так как $f'(x) = (1+x)^2(1-x)(1-5x)$, то на промежутке $\left(\frac{13}{100};\frac{1}{5}\right)$ выполняется неравенство $f'(x) > 0$, а на промежутке $\left(\frac{1}{5};\frac{1}{2}\right)$ выполняется неравенство $f'(x) < 0$. Следовательно, на промежутке $\left(\frac{13}{100};\frac{1}{5}\right)$

функция $f(x)$ возрастает, а на промежутке $\left(\frac{1}{5};\frac{1}{2}\right)$ — убывает. Таким образом, наибольшее значение этой функции равно $f\left(\frac{1}{5}\right)=1{,}10592$. Откуда следует, что максимально цена может подняться на $10{,}592\%$. Следовательно, на 11% цена подняться не может. Наименьшее значение эта функция принимает на одном из концов промежутка. Значение на левом конце промежутка можно не вычислять, если заметить, что $f'(x)>0$ при всех $0<x<\frac{1}{5}$.

Значит, функция $f(x)$ возрастает на этом промежутке. Так как $f(0)=1$, то $f\left(\frac{13}{100}\right)>1$. Так как $f\left(\frac{1}{2}\right)=0{,}84375$, то наименьшее значение функции равно 0,84375. Поэтому уменьшиться цена на 11% может.

Задача 5.

Шестеро жителей небольшого северного поселка являются филателистами и увлекаются коллекционированием марок, посвященных теме космонавтики. Марки выпускаются хронологическими комплектами. В год выходит 20 комплектов марок одинаковой стоимости. Все коллекционеры стремятся купить полный годовой набор марок – в противном случае они готовы вообще прекратить собирать марки космической тематики.

В таблице представлен годовой располагаемый доход шести коллекционеров и доля от этого дохода, которую каждый готов потратить на покупку марок:

Имя коллекционера	Годовой располагаемый доход (руб.)	Доля дохода, которую коллекционер готов потратить на покупку марок заявленной тематики (%)
Анна	10 000	30
Борис	18 000	20
Вера	16 000	20
Галина	7 000	30
Денис	12 000	10
Елена	9 000	15

В самом поселке марки можно приобрести только у одного посредника, имеющего контакты с производителем марок. В ближайшем городе цена на один комплект марок установилась на уровне 50 руб. Стоимость авиабилета от поселка до города в оба конца составляет 1 900 руб. По мнению коллекционеров из поселка, вероятность покупки полного годового набора из 20 комплектов марок в городе составляет 80%. При этом Вера, Галина и Елена согласны рисковать, если вероятность успеха составляет не менее 90 %, а Анна, Денис и Борис готовы рискнуть с поездкой за марками при вероятности успеха в 80%. При этом они не берут в расчет никакие затраты, кроме прямых денежных затрат.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
по ЭКОНОМИКЕ
10-11 класс (заключительный тур)
2014-2015 учебный год

Вариант VII.

Необходимо построить и обосновать кривую спроса на марки в поселке (с указанием на осях соответствующих значений P и Q).

Решение:

1. Из условий задачи известны доходы и доля от доходов каждого филателиста. Тогда можно рассчитать, сколько каждый из них готов заплатить за марки:

Имя коллекционера	Сумма, которую каждый готов отдать на покупку годового комплекта марок (руб.)	Сумма, которую каждый готов заплатить за один комплект марок (руб.) Эта сумма – есть цена спроса каждого филателиста, больше этой суммы он не готов платить. Обозначим ее **P**
Анна	10 000·0,3 = 3 000	3 000 /20 = 150
Борис	18 000·0,2 = 3 600	3 600 /20 = 180
Вера	16 000·0,2 = 3 200	3 200 /20 = 160
Галина	7 000·0,3 = 2 100	2 100 /20 = 105
Денис	12 000·0,1 = 1 200	1 200 /20 = 60
Елена	9 000·0,15 = 1 350	1 350 /20 = 67,5

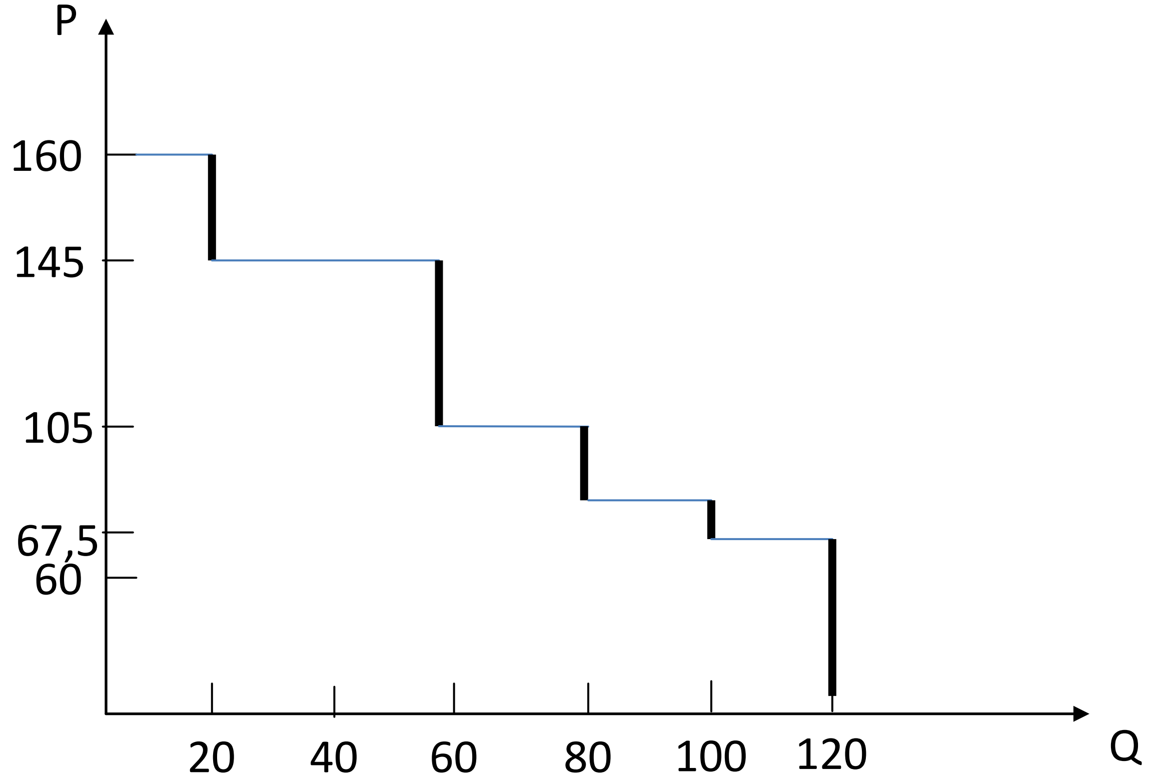
2. На основе полученных данных в таблице, начинаем искать параметры спроса на марки каждого филателиста:

2.1. При **P = 60 руб**. и ниже – все готовы купить марки. Объем спроса составит Q = 20 комплектов марок в год · 6 человек филателистов = 120 комплектов (P = 60; **Q = 120**).

2.2. При **P больше 60 и до 67,5 руб. включительно**: отпадает Денис (не готов платить больше 60 руб.). Значит **Q = 20 · 5 (кол-во оставшихся чел.) = 100 комплектов**.

2.3. При **P больше 67,5 руб. и до 105 руб**. – отпадает Елена. **Q = 20 · 4 = 80** комплектов.

2.4. **При P больше 105 руб**. отпадает Галина. **Q = 20 · 3 (кол-во оставшихся чел.) = 60 комплектов**. Но следует определить верхнюю границу ценового диапазона, при которой отпадут следующие филателисты.
2.5. Для этого рассчитываем цену, при которой вариант покупки марок в городе (с учетом перелета) равен варианту покупки марок в поселке у посредника:
- затраты на покупку марок с учетом перелета в город:
50 руб. (цена в городе) · 20 (кол-во комплектов марок) + 1 900 (перелет) = 2 900 руб.
2 900 руб. /20 = **145 руб. за комплект с учетом перелета**.
При такой цене вариант с покупкой марок у посредника в поселке станет по денежным затратам равным варианту с полетом за марками в город.
Исходя из этого, переходим к дальнейшему нахождению параметров спроса.
2.6. **При P в поселке, равной 145 руб. или больше** покупка марок в городе становится выгодной Анне и Борису (они готовы заплатить 150 и 180 руб. соответственно, и при это готовы рисковать с приобретением марок в городе, где вероятность успеха в покупке в городе 80% и на это согласны пойти эти филателисты).
Таким образом, при P = 145 и больше, **Q = 20 · 1 (остается одна Вера, а Анна и Борис летят в город)**.
2.7. **При P = 160 руб. отпадает Вера. Q = 0.**
3. По этим данным строим линию спроса:



Жирные линии – это прерывистая линия спроса.