

**Южно-Уральская олимпиада школьников
по математике
11 класс
19 февраля 2012 г.**

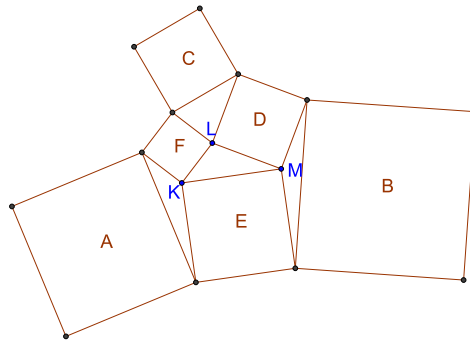
1. За 18 дней брусок мыла уменьшился на 50% по высоте, на 30% по длине и на 20% по ширине. На сколько ещё дней его хватит, если каждый день расходуется один и тот же объём мыла?

2. Два велосипедиста в полдень выехали навстречу друг другу из пунктов A и B и встретились через час. Прибыв в B и A соответственно, они сразу же повернули назад, после чего встретились вновь. Когда это произошло? (Каждый из велосипедистов двигался со своей постоянной скоростью).

3. Отличница Аня вычислила произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 30 \cdot 31$ и записала результат на доске. Хулиган Вася стёр две цифры. Получилась запись (в ней стёртые цифры заменены звёздочками): $822283865417*92281772556288*000000$. Восстановите эти цифры.

4. Имеется 10 гирь. Известно, что суммарный вес любых четырёх гирь больше суммарного веса любых трёх из оставшихся гирь. Верно ли, что суммарный вес любых трёх гирь больше суммарного веса любых двух из оставшихся гирь?

5. По произвольному треугольнику KLM построили шесть квадратов (A , B , C , D , E , F) так, как показано на рис.



Докажите, что сумма площадей квадратов A , B и C в три раза больше суммы площадей квадратов D , E и F .

6. Решите неравенство $(x - 4)^8 + (x - 2)^8 \leq 256$.

7. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 5 - 2x; \\ 2^{x+y} = x^2 - 5x + 4. \end{cases}$$

8. Четыре сферы радиусом a вписаны во все трёхгранные углы тетраэдра и касаются внешним образом одной и той же сферы радиусом b . Найдите радиус сферы, описанной вокруг тетраэдра, если радиус вписанной в него сферы равен r .