САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Олимпиада школьников СПбГУ по математике.

Примеры заданий отборочного и заключительного этапов.

2013/2014 учебный год.

Председатель методической комиссии

Олимпиады школьников СПбГУ по математике,

член-корреспондент РАН,

декан Математико-механического факультета,

профессор, д.ф.-м.н. ______________________________________ Г.А. Леонов

Олимпиада школьников СПбГУ по математике.
Задания заключительного этапа.
2013/2014 учебный год.

Задания для 10–11 классов

Олимпиада школьников СПбГУ по математике.
Заключительный тур. 2013/2014 учебный год.

Вариант 1

1. *На доске написано четырехзначное восьмеричное число x, у которого пара старших цифр такая же, как пара младших цифр. Если записать x в десятичной системе, то оно будет читаться одинаково слева направо и справа налево. Что написано на доске?*

Ответ: 1111.

Решение. Пусть x_8 и x_{10} — соответственно восьмеричная и десятичная запись x. Заметим, что $x = \overline{abab}_8 = (1+64) \cdot \overline{ab}_8 = 5 \cdot 13 \cdot \overline{ab}_8$. Поэтому x делится на 5 и на 13. В частности, x_{10} начинается и заканчивается на 5. Поскольку $1000_8 > 100$ и $7777_8 < 10\,000$, число x_{10} может быть либо четырехзначным, либо трехзначным. Рассмотрим оба случая.

1) $x_{10} = \overline{5cc5}_{10}$. Заметим, что $\overline{5cc5}_{10} = 5005 + 110c = 5\,(1001 + 22c)$. Тогда $1001 + 22c$ делится на 13. Так как 1001 кратно 13, на 13 делится 22c и, значит, c, что возможно только при c=0. Но число $5005_{10} = 11615_8$ не удовлетворяет условию задачи.

2) $x_{10} = \overline{5c5}_{10}$. Заметим, что $\overline{5c5}_{10} = 505 + 10c = 5\,(101 + 2c)$. Тогда $101 + 2c$ делится на 13. Так как $101 = 13 \cdot 8 - 3$, остаток от деления $2c$ на 13 должен быть равен 3. Это возможно только при $c = 8$. Осталось заметить, что $585_{10} = 1111_8$. $\square$

2. *В квалификационном турнире n шахматистов играют в один круг. Для попадания в основной турнир необходимо занять место не ниже m-го. При равенстве очков преимущество имеет спортсмен с бо́льшим рейтингом (рейтинг у всех разный). Каково минимальное количество очков, с которым возможно пройти в основной турнир? (За победу в шахматах дают 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0).*

Ответ: $\frac{n-m}{2}$.

Решение. Пусть X — шахматист, занявший m-е место. Необходимо найти минимально возможное количество его очков. Сделаем два наблюдения.

1) *Можно считать, что спортсмены, занявшие места выше X, выиграли у тех, кто стоит ниже X.* В противном случае изменим соответствующие результаты, что не повлияет на место X.

2) *Можно считать, что X проиграл всем, кто стоит выше его.* Действительно, пусть X не проиграл кому-то из стоящих выше его. Заменим этот результат на проигрыш. Затем результаты X с нижестоящими соперниками улучшим так, чтобы количество очков X (по возможности) не изменилось. Если в итоге число очков X все-таки уменьшится, то результат X с нижестоящими соперниками окажется максимальным, и в силу 1) место X не изменится. Проводя такую операцию несколько раз, мы добьемся желаемого.

Вследствие 1) и 2) задача сводится к минимизации количества очков N, набранных победителем турнира с $n-m+1$ участником. В этих матчах разыгрывается $C^2_{n-m+1} = \frac{(n-m)(n-m+1)}{2}$ очков. Победитель набирает наибольшее количество очков, поэтому $N \geqslant \frac{n-m}{2}$. Равенство реализуется, если все участники, занявшие место не выше m-го, сыграли друг с другом вничью. $\square$

3. *Найдите наименьшее значение выражения*

$$\left(\sqrt[4]{x^4+4} + x - y\right)^2 + \left(\sqrt[4]{y^4+4} + y - x\right)^2.$$

Ответ: 4.

Решение 1. Положим $f(t) = \sqrt[4]{t^4+4} + t$, $A = \big(x, f(x)\big)$, $B = \big(f(y), y\big)$. Нам необходимо минимизировать AB^2. Поскольку $f(t) > t$ для любого t, точки A и B лежат по разные стороны от биссектрисы ℓ первого и третьего квадрантов. Тогда AB не меньше суммы расстояний от A и B до ℓ, а при $y = x$ реализуется равенство ввиду симметрии A и B относительно ℓ. Заметим, что расстояние от A до ℓ есть $\frac{f(x)-x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[4]{x^4+4}}{\sqrt{2}}$, а его минимальное значение равно 1, как и расстояния от B до ℓ. Поэтому минимум AB^2 равен 4. $\square$

Решение 2. Заметим, что при $x = y = 0$ интересующее нас выражение равно 4. Докажем, что при произвольных x и y оно не меньше 4. Легко видеть, что

$$\left(\sqrt[4]{x^4+4}+x-y\right)^2+\left(\sqrt[4]{y^4+4}+y-x\right)^2 = \\ = \sqrt{x^4+4}+\sqrt{y^4+4}+2(x-y)\left(x-y+\sqrt[4]{x^4+4}-\sqrt[4]{y^4+4}\right).$$

Каждое из первых двух слагаемых не меньше двух. Поэтому достаточно проверить, что последнее слагаемое неотрицательно. Оно обращается в ноль при $x = y$, а при $x \neq y$ равно

$$2(x-y)^2\left(1+\frac{\sqrt[4]{x^4+4}-\sqrt[4]{y^4+4}}{x-y}\right).$$

Нам нужно доказать неотрицательность этого выражения, то есть проверить неравенство

$$\frac{\sqrt[4]{x^4+4}-\sqrt[4]{y^4+4}}{x-y} \geqslant -1.$$

Преобразуем дробь в левой части, домножив числитель и знаменатель на сопряженные:

$$\frac{\sqrt[4]{x^4+4}-\sqrt[4]{y^4+4}}{x-y} = \frac{x^4-y^4}{x-y}\cdot\frac{1}{\left(\sqrt{x^4+4}+\sqrt{y^4+4}\right)\left(\sqrt[4]{x^4+4}+\sqrt[4]{y^4+4}\right)} = \\ = \frac{(x+y)(x^2+y^2)}{\left(\sqrt{x^4+4}+\sqrt{y^4+4}\right)\left(\sqrt[4]{x^4+4}+\sqrt[4]{y^4+4}\right)} \geqslant \\ \geqslant -\frac{(|x|+|y|)(x^2+y^2)}{\left(\sqrt{x^4+4}+\sqrt{y^4+4}\right)\left(\sqrt[4]{x^4+4}+\sqrt[4]{y^4+4}\right)} \geqslant -1.$$

В последнем неравенстве мы воспользовались тем, что $\sqrt[4]{x^4+4} \geqslant |x|$ и $\sqrt[4]{y^4+4} \geqslant |y|$, откуда первая скобка в знаменателе не меньше x^2+y^2, а вторая скобка не меньше $|x|+|y|$. $\square$

4. *У Васи есть доска* 50×50, *клетки которой раскрашены в шахматном порядке, и много бумажных полосок, состоящих из трех клеток того же размера, что и клетки доски. Каким наименьшим количеством полосок Вася сможет накрыть все черные клетки доски (полоски могут перекрываться и вылезать за край доски)?*

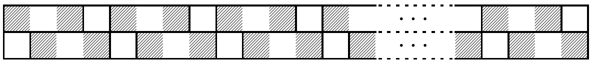
Ответ: 626.

Решение. Развернем доску так, что левая нижняя клетка будет черной. Отметим черные клетки, разности координат которых кратны 4. Такие клетки располагаются на параллельных диагоналях (одна из которых идет из левого нижнего угла), отстоящих друг от друга на 4 клетки. Общее число клеток на этих диагоналях равно

$$50+2\cdot 46+2\cdot 42+2\cdot 38+\ldots+2\cdot 2 = 50+4\cdot(1+3+5+\ldots+23) = 50+4\cdot 12^2 = 626.$$

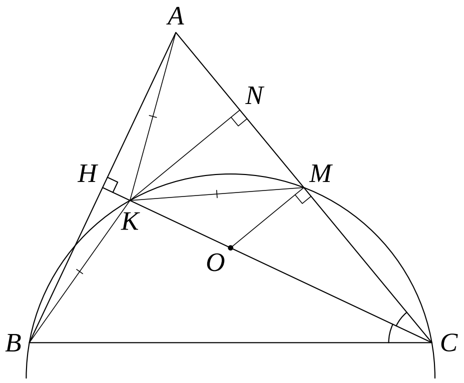
Поскольку каждая полоска покрывает не более одной отмеченной клетки, нам потребуется не менее 626 полосок.

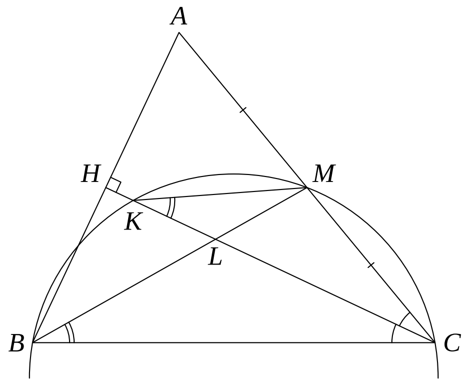
Покажем, что покрыть 626 полосками все черные клетки можно. Заметим, что для покрытия всех черных клеток полосы 48×2 достаточно 24 полосок (см. рисунок). Доска 50×50 без углового квадрата 2×2 разрезается на 26 полос 48×2. Для черных клеток из полос нам понадобится $26 \cdot 24 = 624$ полоски, и еще две для черных клеток углового квадрата 2×2. $\square$



5. *Дан равнобедренный треугольник* ABC *с основанием* AB. *Точка* M — *середина стороны* AC *треугольника* ABC, CH — *высота* ABC. *Описанная окружность треугольника* BCM *пересекает* CH *в точке* K. *Найдите радиус описанной окружности треугольника* ABC, *если известно, что* $CK = 1$.

Ответ: $\frac{2}{3}$.





Решение 1. Так как треугольник ABC равнобедренный, его высота CH является биссектрисой, то есть углы ACH и BCH одинаковы. Тогда равны хорды MK и BK, на которые эти углы опираются. Кроме того, точка K лежит на серединном перпендикуляре к AB, откуда $BK = AK$. Следовательно, треугольник AKM равнобедренный, поэтому его высота KN также является и медианой. Тогда

$$NM = \tfrac{1}{2}\,AM = \tfrac{1}{2}\,CM, \quad \text{то есть} \quad CM = \tfrac{2}{3}\,CN.$$

Заметим, что центр O описанной окружности треугольника ABC лежит на пересечении CH и серединного перпендикуляра к AC, откуда $MO \perp AC$. Поэтому треугольники COM и CKN подобны с коэффициентом $\frac{2}{3}$, и мы получаем $CO = \frac{2}{3}\,CK = \frac{2}{3}$. $\square$

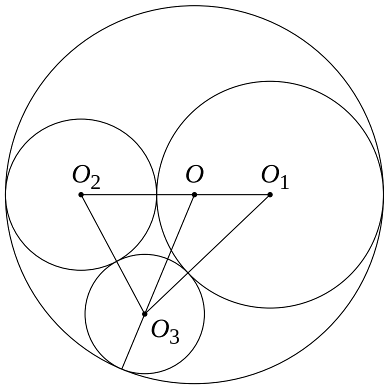
Решение 2. Поскольку треугольник ABC равнобедренный, его высота CH является биссектрисой и медианой, в частности, $\angle ACH = \angle BCH$. Пусть L — точка пересечения BM и CH. Тогда L является точкой пересечения медиан треугольника ABC и, значит, она делит каждую медиану в отношении $2:1$. Таким образом, $CL = \frac{2}{3}\,CH$. Из вписанности четырехугольника $BKMC$ следует, что $\angle CKM = \angle CBM$. Тогда треугольники KMC и BLC подобны по двум углам. Учитывая равенство $CK = 1$, мы получаем

$$BC = \frac{BC}{CK} = \frac{CL}{CM} = \frac{\frac{2}{3}\,CH}{\frac{1}{2}\,AC} = \frac{4}{3}\cdot\frac{CH}{AC} = \frac{4}{3}\cdot\sin\angle BAC.$$

По теореме синусов радиус описанной окружности треугольника ABC равен $\dfrac{BC}{2\sin\angle BAC} = \dfrac{2}{3}$. $\square$

6. *В сферическую оболочку радиуса 5 помещены три металлических шара, два из которых имеют радиусы 1 и 4. Найдите максимально возможный радиус третьего шара.*

Ответ: $\frac{20}{21}$.



Решение. Шары радиусов 1 и 4 касаются друг друга и сферы. Поэтому радиус третьего шара максимален, если этот шар касается двух других и сферы. Пусть O_1, O_2, O_3 — центры шаров, r_1, r_2, r_3 —

их радиусы, O — центр охватывающей сферы (на рисунке показано сечение, проходящее через центры шаров). Заметим, что

$$OO_1 = 2r_2 + r_1 - (r_1 + r_2) = r_2, \quad OO_2 = r_1, \quad OO_3 = r_1 + r_2 - r_3.$$

Тогда полупериметры треугольников OO_2O_3 и OO_1O_3 равны $r_1 + r_2$, и по формуле Герона

$$S_{OO_2O_3} = \sqrt{(r_1 + r_2)r_2(r_1 - r_3)r_3}, \quad S_{OO_1O_3} = \sqrt{(r_1 + r_2)r_1(r_2 - r_3)r_3}.$$

Поэтому

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{S_{OO_2O_3}}{S_{OO_1O_3}} = \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)r_2(r_1 - r_3)r_3}{(r_1 + r_2)r_1(r_2 - r_3)r_3}} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{r_1 - r_3}{r_2 - r_3}.$$

Подставляя в это равенство $r_1 = 4$ и $r_2 = 1$, мы получим $r_3 = \frac{20}{21}$. $\square$

Вариант 2

1. *Квадрат натурального числа x — шестизначное число, десятичная запись которого есть палиндром (то есть она одинаково читается слева направо и справа налево). Может ли x тоже оказаться палиндромом?*

Ответ: Нет.

Решение. Так как число x^2 имеет вид $\overline{abccba}$, суммы его цифр на четных и нечетных позициях одинаковы. Поэтому x^2 делится на 11, а значит, и x тоже. Допустим, что x является палиндромом. Так как число x трехзначное, его цифры имеют вид $a, 2a, a$. Заметим, что $a \leqslant 4$ (поскольку $2a \leqslant 9$) и $a \geqslant 3$ (иначе x будет пятизначным числом). Таким образом, x должен быть равен 363 или 484. Непосредственно проверяется, что квадраты этих чисел не будут палиндромами. $\square$

2. *В квалификационном турнире n шахматистов играют в один круг. Для попадания в основной турнир необходимо занять место не ниже m-го. При равенстве очков преимущество имеет спортсмен с бо́льшим рейтингом (рейтинг у всех разный). Каково минимальное количество очков, гарантирующее шахматисту попадание в основной турнир независимо от результатов других игр и рейтинга? (За победу в шахматах дают 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0).*

Ответ: $\frac{2n-m-1}{2}$.

Решение. Пусть X — шахматист, занявший $(m+1)$-е место. Необходимо найти максимально возможную сумму его очков и добавить ней $\frac{1}{2}$. Сделаем два наблюдения.

1) *Можно считать, что спортсмены, занявшие места выше X, выиграли у тех, кто стоит ниже X.* В противном случае изменим соответствующие результаты, что не повлияет на место X.

2) *Можно считать, что X выиграл у всех, кто стоит ниже его.* Действительно, пусть X не выиграл у кого-то из стоящих ниже его. Заменим этот результат на выигрыш. Затем результаты X с вышестоящими соперниками ухудшим так, чтобы количество очков X (по возможности) не изменилось. Если в итоге число очков X все-таки увеличится, это будет означать, что X проиграл всем вышестоящим соперникам, и в силу 1) место X не изменится. Проводя такую операцию несколько раз, мы добьемся желаемого.

Вследствие 1) и 2) задача сводится к максимизации количества очков N, набранных аутсайдером турнира с $m+1$ участником. В этих матчах разыгрывается $C_{m+1}^2 = \frac{m(m+1)}{2}$ очков. Аутсайдер набирает наименьшее количество очков, поэтому $N \leqslant \frac{m}{2}$. Равенство реализуется, если все участники, занявшие места не ниже $(m+1)$-го, сыграли друг с другом вничью. Ответом будет $n-m-1+N+\frac{1}{2} = \frac{2n-m-1}{2}$ очков. $\square$

3. *Найдите наименьшее значение выражения*

$$\left(\sqrt{x^2+3}-x+y\right)^2+\left(\sqrt{y^2+3}-y+x\right)^2.$$

Ответ: 6.

Решение 1. Положим $f(t)=\sqrt{t^2+3}+t$, $A=\big(-x, f(-x)\big)$, $B=\big(f(-y), -y\big)$. Нам необходимо минимизировать AB^2. Поскольку $f(t)>t$ для любого t, точки A и B лежат по разные стороны от биссектрисы ℓ первого и третьего квадрантов. Тогда AB не меньше суммы расстояний от A и B до ℓ, а при $y=x$ реализуется равенство ввиду симметрии A и B относительно ℓ. Заметим, что расстояние от A до ℓ есть $\frac{f(-x)+x}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{x^2+3}{2}}$, а его минимальное значение равно $\sqrt{\frac{3}{2}}$, как и расстояния от B до ℓ. Поэтому минимум AB^2 равен $\left(2\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2=6$. $\square$

Решение 2. Заметим, что при $x=y=0$ интересующее нас выражение равно 6. Докажем, что при произвольных x и y оно не меньше 6. Легко видеть, что

$$\left(\sqrt{x^2+3}-x+y\right)^2+\left(\sqrt{y^2+3}+y-x\right)^2=(x^2+y^2+6)+2(x-y)\big(x-y+\sqrt{y^2+3}-\sqrt{x^2+3}\,\big).$$

Первая скобка, очевидно, не меньше шести. Поэтому достаточно проверить, что последнее слагаемое неотрицательно. Оно обращается в ноль при $x=y$, а при $x\neq y$ равно

$$2(x-y)^2\left(1-\frac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{y^2+3}}{x-y}\right).$$

Нам нужно доказать неотрицательность этого выражения, то есть проверить неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{y^2+3}}{x-y} \leqslant 1.$$

Преобразуем дробь в левой части, домножив числитель и знаменатель на сопряженное:

$$\frac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{y^2+3}}{x-y} = \frac{x^2-y^2}{x-y} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{x^2+3}+\sqrt{y^2+3}\right)} = \frac{x+y}{\sqrt{x^2+3}+\sqrt{y^2+3}} \leqslant \frac{|x|+|y|}{\sqrt{x^2+3}+\sqrt{y^2+3}} \leqslant 1,$$

поскольку $\sqrt{x^2+3} \geqslant |x|$ и $\sqrt{y^2+3} \geqslant |y|$, откуда знаменатель не меньше $|x|+|y|$. $\square$

4. *У Пети есть доска* 40×40*, клетки которой раскрашены в шахматном порядке, и много бумажных полосок, состоящих из пяти клеток того же размера, что и клетки доски. Каким наименьшим количеством полосок Петя сможет накрыть все черные клетки доски (полоски могут перекрываться и вылезать за край доски)?*

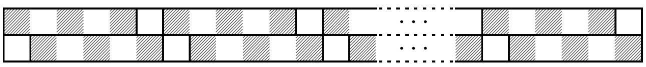
Ответ: 268.

Решение. Развернем доску так, что левая нижняя клетка будет черной. Отметим черные клетки, разности координат которых кратны 6. Такие клетки располагаются на параллельных диагоналях (одна из которых идет из левого нижнего угла), отстоящих друг от друга на 6 клеток. Общее число клеток на этих диагоналях равно

$$40+2\cdot 34+2\cdot 28+2\cdot 22+2\cdot 16+2\cdot 10+2\cdot 4 = 40+4\cdot(2+5+8+11+14+17) = 268.$$

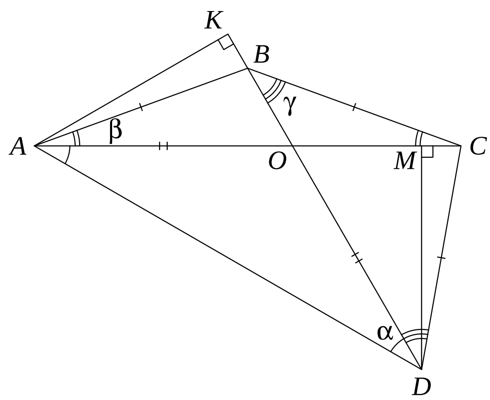
Поскольку каждая полоска покрывает не более одной отмеченной клетки, нам потребуется не менее 268 полосок.

Покажем, что покрыть 268 полосками все черные клетки можно. Заметим, что для покрытия всех черных клеток полосы 36×2 достаточно 12 полосок (см. рисунок). Доска 40×40 без углового квадрата 4×4 разрезается на 22 полосы 36×2. Для черных клеток из полос нам понадобится $22 \cdot 12 = 264$ полоски, и еще четыре для черных клеток углового квадрата 4×4. $\square$



5. *Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Известно, что $AB = BC = CD$, $AO = DO$ и $AC \neq BD$. Чему равно выражение $\angle BAD + \angle ADC$?*

Ответ: 120°.



Решение 1. Положим $\alpha = \angle ODA$, $\beta = \angle OAB$ и $\gamma = \angle OBC$. Проведем в треугольниках AOB и DOC высоты AK и DM (см. рисунок). Треугольники AOK и DOM равны, откуда $AK = DM$. Тогда треугольники KAB и MDC также равны, и $\angle KAB = \angle MDC$. Возможны две ситуации.

1) $\angle KAO = \beta \pm \angle KAB = \gamma \pm \angle KAB$. Тогда $\beta = \gamma$, $OC = OB$ и $AC = BD$, что противоречит условию.

2) $\angle KAO = \beta \pm \angle KAB = \gamma \mp \angle KAB$. В этом случае

$$\beta + \gamma = 2\angle KAO = 2(90^\circ - \angle AOK) = 2(90^\circ - 2\alpha), \quad \text{откуда} \quad 4\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Кроме того, из треугольников BOC и AOD

$$\beta + \gamma = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - \angle AOD = 2\alpha.$$

Исключая из этих равенств $\beta + \gamma$, мы получим $6\alpha = 180^\circ$, то есть $\alpha = 30^\circ$. Наконец,

$$\angle BAD + \angle ADC = 2\alpha + \beta + \gamma = 4\alpha = 120^\circ. \quad \square$$

Решение 2. Положим $\alpha = \angle ODA$, $\beta = \angle OAB$ и $\gamma = \angle OBC$. Тогда $\angle OAD = \alpha$, $\angle BCA = \beta$ и $\angle CBD = \gamma$. Из теоремы синусов для треугольников ABD и ACD следуют равенства

$$\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{AD}{\sin\angle ABD} \quad \text{и} \quad \frac{CD}{\sin\alpha} = \frac{AD}{\sin\angle ACD}.$$

Их левые части совпадают, поскольку $AB = CD$. Тогда $\sin\angle ABD = \sin\angle ACD$, что эквивалентно $\angle ABD = \angle ACD$ или $\angle ABD = 180^\circ - \angle ACD$. В первом случае треугольники ABD и ACD оказываются равными по двум углам и стороне, откуда $AD = BC$, а это противоречит условию. Стало быть, $\angle ABD + \angle ACD = 180^\circ$. Таким образом,

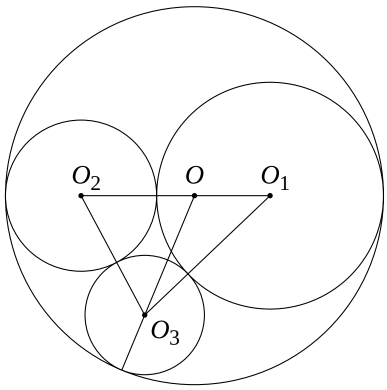
$$180^\circ - \alpha - (\alpha + \beta) + 180^\circ - \alpha - (\alpha + \gamma) = 180^\circ$$

и, значит, $4\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$. Кроме того, $\beta + \gamma = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - \angle AOD = 2\alpha$. Исключая из этих равенств $\beta + \gamma$, мы получим $6\alpha = 180^\circ$, то есть $\alpha = 30^\circ$. Следовательно,

$$\angle BAD + \angle ADC = (\alpha + \beta) + (\alpha + \gamma) = 2\alpha + (\beta + \gamma) = 4\alpha = 120^\circ. \quad \square$$

6. *Три металлических шара, помещенные внутрь сферической оболочки, касаются оболочки и друг друга. Известно, что средний шар вдвое меньше бо́льшего. Найдите отношение радиусов бо́льшего и меньшего шаров.*

Ответ: $7 : 3$.



Решение. Пусть O_1, O_2, O_3 — центры шаров, r_1, r_2, r_3 — их радиусы ($r_1 \geqslant r_2 \geqslant r_3$), O — центр охватывающей сферы (на рисунке показано сечение, проходящее через центры шаров). Заметим, что

$$OO_1 = 2r_2 + r_1 - (r_1 + r_2) = r_2, \quad OO_2 = r_1 \quad \text{и} \quad OO_3 = r_1 + r_2 - r_3.$$

Тогда полупериметры треугольников OO_2O_3 и OO_1O_3 равны $r_1 + r_2$, и по формуле Герона

$$S_{OO_2O_3} = \sqrt{(r_1 + r_2)r_2(r_1 - r_3)r_3} \quad \text{и} \quad S_{OO_1O_3} = \sqrt{(r_1 + r_2)r_1(r_2 - r_3)r_3}.$$

Поэтому

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{S_{OO_2O_3}}{S_{OO_1O_3}} = \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)r_2(r_1 - r_3)r_3}{(r_1 + r_2)r_1(r_2 - r_3)r_3}} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{r_1 - r_3}{r_2 - r_3} \quad \Longleftrightarrow \quad \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \frac{1 - \frac{r_3}{r_1}}{\frac{r_2}{r_1} - \frac{r_3}{r_1}}.$$

Подставляя в это равенство $\frac{r_1}{r_2} = 2$, мы получим $\frac{r_3}{r_1} = \frac{3}{7}$. $\square$

Вариант 3

1. *Пусть верно равенство $\overline{\text{ЧИСЛО}} = 3 \cdot \overline{\text{СОЧИ}}$, где $\overline{a_n \ldots a_1}$ означает десятичную запись n-значного числа с цифрами $a_n, \ldots, a_1$, а разным буквам соответствуют разные цифры. Найдите $\overline{\text{ЧИСЛО}}$ и $\overline{\text{СОЧИ}}$.*

   Ответ: $23\,769 = 3 \cdot 7923$.

   Решение. Ясно, что цифра Ч равна 1 или 2. Значит, переноса из второго разряда в третий не будет, откуда цифры И, О, С имеют одинаковую четность. Поэтому перенос d из третьего разряда в четвертый четен. Рассмотрим два случая.

   1) $d = 0$. Тогда цифра О может принимать значения $1, 2, 3$ (ноль отпадает, иначе С $= 0$). Соответствующие им значения цифры И равны $7, 4, 1$, а цифры С — $9, 8, 7$. Но число $3 \cdot$ О должно оканчиваться на С, чего не получается ни в одном из случаев.

   2) $d = 2$. В этом случае возможные значения для О — $7, 8, 9$, для И — $9, 6, 3$, для С — $1, 4, 7$ соответственно. Число 3С $+ 2$ оканчивается на И, откуда С $= 7$, И $= 3$, О $= 9$. Так как 3С $+ 2 = 23$, мы получаем Ч $= 2$ и Л $= 6$. $\square$

2. *В однокруговом шахматном турнире участвовало n мальчиков и 10 девочек. По окончании турнира выяснилось, что каждый участник (и участница) турнира набрал ровно половину своих очков в партиях с девочками. Сколько мальчиков участвовало в турнире? (За победу в шахматах дают 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0).*

   Ответ: 6 или 15.

   Решение. Пусть мальчиков было n человек. Посчитаем двумя способами, сколько всего было набрано очков в турнире. С одной стороны, в нем было сыграно $\frac{1}{2}(n+10)(n+9)$ партий и, значит, разыграно $\frac{1}{2}(n+10)(n+9)$ очков.

   Теперь найдем эту сумму другим способом. Девочки между собой сыграли $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ партий. В них было разыграно 45 очков. Поскольку каждая девочка в играх с девочками набрала ровно половину своих очков, все девочки вместе набрали ровно половину своих очков в играх с девочками. Следовательно, в общей сложности они набрали 90 очков. Поскольку каждый мальчик в играх с девочками набрал ровно половину своих очков, вторую половину он набрал в играх с мальчиками. Поэтому и все мальчики вместе набрали ровно половину своих очков в играх с мальчиками. Мальчики между собой сыграли $\frac{1}{2}n(n-1)$ партий и в партиях друг с другом набрали в сумме $\frac{1}{2}n(n-1)$ очков. Следовательно, в общей сложности они набрали $n(n-1)$ очков. Значит, всего было разыграно $n(n-1) + 90$ очков.

   Таким образом, мы получаем равенство

$$\frac{(n+10)(n+9)}{2} = n(n-1) + 90,$$

   которое после преобразований сводится к квадратному уравнению $n^2 - 21n + 90 = 0$. Это уравнение имеет решения $n = 6$ и $n = 15$. Покажем, что оба решения подходят.

   Действительно, пусть $n = 6$. Занумеруем мальчиков числами от 1 до 6, а девочек — числами от 1 до 10. Пусть все мальчики сыграли между собой вничью и все девочки сыграли между собой вничью. Кроме того, пусть вничью завершатся все партии между мальчиками и девочками с номерами одной четности, а во всех остальных партиях выиграют девочки. Несложно проверить, что такой пример удовлетворяет условию.

   Пусть теперь $n = 15$. Занумеруем мальчиков числами от 1 до 15, а девочек — числами от 1 до 10. Пусть все мальчики сыграли между собой вничью и все девочки сыграли между собой вничью. Кроме того, пусть i-я девочка выиграет у j-го мальчика, если $i - j$ делится на 5 или дает остаток 1 при делении на 5, а все остальные партии завершатся вничью. Несложно проверить, что такой пример также удовлетворяет условию. $\square$

3. *Найдите наименьшее значение выражения*

$$\left(\sqrt{4+x^8} - 2y^2 + 1\right)^2 + \left(\sqrt{4+y^8} - 2x^2 + 1\right)^2.$$

   Ответ: 2.

Решение. Положим $f(t)=\sqrt{4+t^8}$, $g(t)=2t^2-1$, $A=\bigl(f(x),g(x)\bigr)$, $B=\bigl(g(y),f(y)\bigr)$. Нам необходимо минимизировать AB^2. В силу неравенства Коши о средних

$$f(t)-g(t)=\sqrt{4+t^8}-2t^2+1\geqslant\sqrt{2\sqrt{4t^8}}-2t^2+1=1,$$

причем в случае $t^4=2$ реализуется равенство. Отсюда вытекает два следствия.

1) Точки A и B лежат по разные стороны от биссектрисы ℓ первого и третьего квадрантов. Тогда AB не меньше суммы расстояний от A и B до ℓ, а при $y=x$ реализуется равенство ввиду симметрии A и B относительно ℓ.

2) Поскольку расстояние от A до ℓ есть $\frac{f(x)-g(x)}{\sqrt{2}}$, его минимальное значение равно $\frac{1}{\sqrt{2}}$, как и расстояния от B до ℓ. Поэтому минимум AB^2 равен $\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2=2$. $\square$

4. *В таблице 50×50 расставлены целые числа так, что в каждой строке и в каждом столбце числа идут в строго возрастающем порядке. Известно, что в любой горизонтальной или вертикальной полоске 1×3 сумма чисел четна. Какова наименьшая разность чисел, стоящих в правом нижнем углу и левом верхнем углу?*

Ответ: 130.

Решение. Заметим, что в таблице числа k, $k+1$, $k+2$, $k+3$ не могут идти подряд. Действительно, сумма первых трех из них равна $3k+3$, а последних трех — $3k+6$. Эти суммы разной четности, поэтому одна из них нечетна, чего по условию быть не может. Следовательно, если числа a, b, c, d идут в строке или столбце подряд, то $d-a\geqslant4$.

Пусть в левом верхнем углу стоит 1. Тогда второе число первой строки не меньше 2, а 50-е отличается от него по крайней мере на $4\cdot16=64$ и, значит, оно не меньше 66 (и совпадает с первым числом последнего столбца). Поэтому второе число последнего столбца не меньше 67, а 50-е — по крайней мере $67+64=131$. Таким образом, интересующая нас разность не меньше 130.

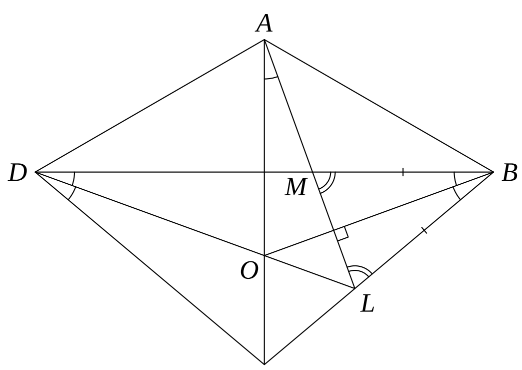
Покажем, что разность 130 возможна. Расставим в шаблоне числа следующим образом:

1	2	3	5	6	7	9	10	11	⋯

В первой строке таблицы разместим первые 50 чисел шаблона, во второй — числа со второго по 51-е, в третьей — с третьего по 52-е, и так далее. Заметим, что каждая следующая строка таблицы — сдвиг предыдущей влево на одну позицию. Поэтому указанная таблица удовлетворяет условию задачи, а ответом является разность между 99-м и первым числами шаблона, которая равна $2+\frac{4}{3}\cdot(99-3)=130$. $\square$

5. *Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $AB=AD$ и $CB=CD$. Биссектриса угла BDC пересекает сторону BC в точке L, а отрезок AL пересекает диагональ BD в точке M. Оказалось, что $BL=BM$. Чему равно выражение $2\angle BAD+3\angle BCD$?*

Ответ: $540°$.



Решение. Пусть $\alpha=\angle BAD$, $\beta=\angle BCD$, O — точка пересечения AC и DL. Треугольники ABC и ADC равны, откуда $\angle BCA=\angle DCA$. Тогда CA — биссектриса треугольника BCD и, значит, O — точка пересечения биссектрис треугольника BCD. Поэтому BO — биссектриса угла DBC, и из равнобедренности треугольника BCD вытекает равенство $\angle DBO = \angle OBC = \angle CDO = \angle BDO$. Так как треугольник LBM равнобедренный, мы получаем $BO \perp AL$, откуда

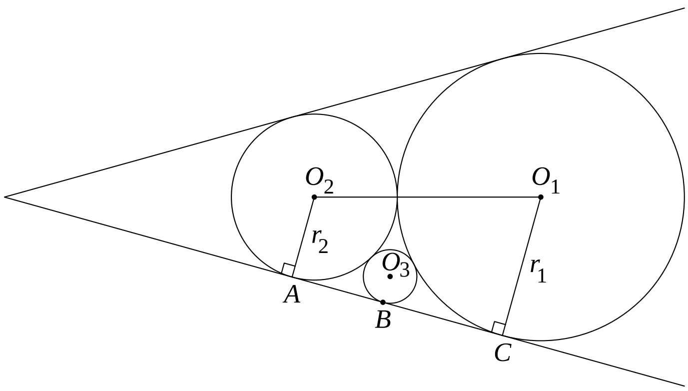
$$\angle CAL = 90^\circ - \angle AOB = \angle OBD = \angle CDL.$$

Поэтому четырехугольник $ALCD$ — вписанный. Заметим, что $\angle ADB = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ и $\angle BDL = \frac{1}{2}\left(90^\circ - \frac{\beta}{2}\right)$. Тогда

$$\angle ACL = \angle ADL = \angle ADB + \angle BDL \iff \tfrac{\beta}{2} = 135^\circ - \tfrac{\alpha}{2} - \tfrac{\beta}{4} \iff \tfrac{\alpha}{2} + \tfrac{3\beta}{4} = 135^\circ \iff 2\alpha + 3\beta = 540^\circ. \quad \square$$

6. *Головка швейцарского сыра сферической формы имеет дырки в виде не налегающих друг на друга шаров радиусов* $1; 2{,}7; \ldots; 2{,}7^n$ *мм. Найдите минимально возможный радиус головки.*

   Ответ: $3{,}7 \cdot 2{,}7^{n-1}$ мм.



Решение. Пусть шары с центрами O_1, O_2, O_3 и радиусами r_1, r_2, r_3 касаются друг друга и конуса (на рисунке показано сечение, проходящее через центры шаров). Заметим, что

$$AC^2 + (r_1 - r_2)^2 = (r_1 + r_2)^2 \iff AC = 2\sqrt{r_1 r_2}.$$

Аналогично $AB = 2\sqrt{r_2 r_3}$ и $BC = 2\sqrt{r_1 r_3}$. Так как точки A, B, C лежат на одной прямой, мы получаем

$$AC = AB + BC \iff 2\sqrt{r_1 r_2} = 2\sqrt{r_2 r_3} + 2\sqrt{r_1 r_3} \iff \frac{1}{\sqrt{r_3}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}}.$$

В случае $r_1 = 2{,}7^{k+2}$ и $r_2 = 2{,}7^{k+1}$

$$\frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}} = \frac{1}{\left(\sqrt{2{,}7}\right)^{k+2}}\left(\sqrt{2{,}7} + 1\right) < \frac{2{,}7}{\left(\sqrt{2{,}7}\right)^{k+2}} = \frac{1}{\left(\sqrt{2{,}7}\right)^{k}}.$$

Пусть шары радиусов r_1 и r_2 содержатся в головке. Тогда шар радиуса $2{,}7^k$ можно поместить между этими шарами внутри конуса и, тем более, внутри головки ввиду ее выпуклости. По индукции получается, что если два самых больших шара лежат внутри головки, то туда можно поместить и все остальные. Поэтому минимальный радиус головки надо выбрать равным $2{,}7^n + 2{,}7^{n-1}$. $\square$

Вариант 4

1. *Пусть верно равенство* $\overline{\text{ЧИСЛО}} = 55 \cdot \overline{\text{СОЧИ}}$, *где* $\overline{a_n \ldots a_1}$ *означает десятичную запись* n*-значного числа с цифрами* $a_n, \ldots, a_1$, *а разным буквам соответствуют разные цифры. Найдите* $\overline{\text{ЧИСЛО}}$ *и* $\overline{\text{СОЧИ}}$.

   Ответ: $58\,190 = 55 \cdot 1058$.

Решение. Ясно, что С $= 1$, иначе число $55 \cdot \overline{\text{СОЧИ}}$ окажется шестизначным. Кроме того, остатки от деления на 9 чисел С + О + Ч + И и Ч + И + С + Л + О одинаковы, откуда Л кратно 9. Рассмотрим два случая.

1) Л $= 0$. Так как перенос из младшего разряда меньше 5, он будет равен нулю. Но в этом случае цифра И равна 0 или 1, то есть она совпадает с Л или С, что невозможно.

2) Л $= 9$. Тогда цифра Ч нечетна, а перенос из младшего разряда равен 4, откуда цифра И равна 8, а цифра О равна 0. Так как цифра Ч не меньше 5, допустимые варианты для нее — 5 и 7. Непосредственно проверяется, что подходит только Ч $= 5$. □

2. *В двухкруговом турнире по бадминтону участвовало 25 школьников. По окончании турнира выяснилось, что каждый мальчик набрал ровно половину своих очков в партиях с девочками, а девочки в сумме набрали 360 очков. Сколько девочек участвовало в турнире? (За победу в бадминтоне дается два очка, за поражение — ноль, а ничьих не бывает).*

   Ответ: 10.

Решение. Пусть мальчиков было k. Посчитаем двумя способами, сколько всего было набрано очков в турнире. С одной стороны, в нем было сыграно $25 \cdot 24 = 600$ партий и, значит, разыграно $1\,200$ очков.

Поскольку каждый мальчик в играх с девочками набрал ровно половину своих очков, то вторую половину он набрал в играх с мальчиками. Поэтому и все мальчики вместе набрали ровно половину своих очков в играх с мальчиками. Между собой они сыграли $k(k-1)$ партий и в партиях друг с другом набрали в сумме $2k(k-1)$ очков. Следовательно, в общей сложности они набрали $4k(k-1)$ очков. Значит все участники вместе набрали $4n(n-1)+360$ очков. Таким образом, мы получаем равенство

$$1\,200 = 4n(n-1) + 360,$$

которое после преобразований сводится к квадратному уравнению $n^2 - n - 210 = 0$. Это уравнение имеет решения $n = 15$ и $n = -14$. Второе решение, очевидно, не подходит. Следовательно, мальчиков было 15, а девочек — 10. □

3. *Найдите наименьшее значение выражения*

$$\left(\sqrt{1+4x^8} - 2y^2 + 3\right)^2 + \left(\sqrt{1+4y^8} - 2x^2 + 3\right)^2.$$

   Ответ: 18.

Решение. Положим $f(t) = \sqrt{1+4t^8}$, $g(t) = 2t^2 - 3$, $A = \big(f(x), g(x)\big)$, $B = \big(g(y), f(y)\big)$. Нам необходимо минимизировать AB^2. В силу неравенства Коши о средних

$$f(t) - g(t) = \sqrt{1+4t^8} - 2t^2 + 3 \geqslant \sqrt{2\sqrt{4t^8}} - 2t^2 + 3 = 3,$$

причем в случае $t^4 = \frac{1}{2}$ реализуется равенство. Отсюда вытекает два следствия.

1) Точки A и B лежат по разные стороны от биссектрисы ℓ первого и третьего квадрантов. Тогда AB не меньше суммы расстояний от A и B до ℓ, а при $y = x$ реализуется равенство ввиду симметрии A и B относительно ℓ.

2) Поскольку расстояние от A до ℓ есть $\frac{f(x)-g(x)}{\sqrt{2}}$, его минимальное значение равно $\frac{3}{\sqrt{2}}$, как и расстояния от B до ℓ. Поэтому минимум AB^2 равен $\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2 = 18$. □

4. *В таблице* 60×60 *расставлены целые числа так, что в каждой строке и в каждом столбце числа идут в строго возрастающем порядке. Известно, что в любой горизонтальной или вертикальной*

полоске 1×3 сумма чисел нечетна. Какова наименьшая разность чисел, стоящих в правом нижнем углу и левом верхнем углу?

Ответ: 157.

Решение. Заметим, что в таблице числа k, $k+1$, $k+2$, $k+3$ не могут идти подряд. Действительно, сумма первых трех из них равна $3k+3$, а последних трех — $3k+6$. Эти суммы разной четности, поэтому одна из них четна, чего по условию быть не может. Следовательно, если числа a, b, c, d идут в строке или столбце подряд, то $d - a \geqslant 4$.

Пусть в левом верхнем углу стоит 0. Заметим, что третье число во второй строке не меньше 4. Действительно, оно не меньше 3, поскольку первое число второй строки как минимум 1. Если бы оно равнялось 3, вторая строка начиналась бы цифрами $1, 2, 3$, что невозможно ввиду четности их суммы. Тогда последнее число второй строки (и оно же — второе число последнего столбца) не меньше, чем $4 + \frac{4}{3} \cdot 57 = 80$. Отсюда третье число последнего столбца не меньше 81, а последнее — по крайней мере $81 + 4 \cdot 19 = 157$. Стало быть, интересующая нас разность не меньше 157.

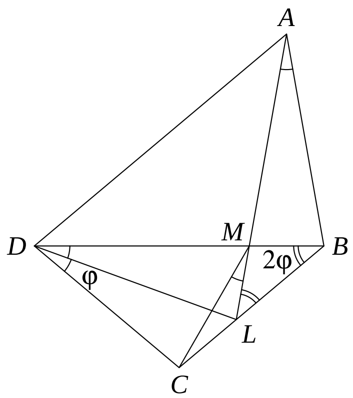
Покажем, что разность 157 возможна. Расставим в шаблоне числа следующем образом:

0	1	2	4	5	6	8	9	10	$\cdots$

В первой строке таблицы разместим первые 60 чисел шаблона, во второй — числа со второго по 61-е, в третьей — с третьего по 62-е, и так далее. Заметим, что каждая следующая строка таблицы — сдвиг предыдущей влево на одну позицию. Поэтому указанная таблица удовлетворяет условию задачи, а ответом является разность между 119-м и первым числами шаблона, которая равна $1 + \frac{4}{3} \cdot (119 - 2) = 157$. $\square$

5. *В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ стороны CB и CD равны. Биссектриса угла BDC пересекает сторону BC в точке L, а отрезок AL пересекает диагональ BD в точке M. Оказалось, что $BM = ML$ и $\angle CML = \angle BAL$. Чему равно выражение $4\angle BAD + 3\angle BCD$?*

Ответ: $540°$.



Решение. Положим $\alpha = \angle BAD$, $\beta = \angle BCD$ и $\varphi = \angle LDC$. Тогда $\angle MLB = \angle CBD = \angle CDB = 2\varphi$ и $\beta = \angle BCD = 180° - 4\varphi$. Заметим, что

$$\angle DCL + \angle DML = (180° - 4\varphi) + 4\varphi = 180°,$$

то есть четырехугольник $CLMD$ вписанный. Отсюда, с учетом условия задачи,

$$\angle BDL = \angle LDC = \angle CML = \angle BAL,$$

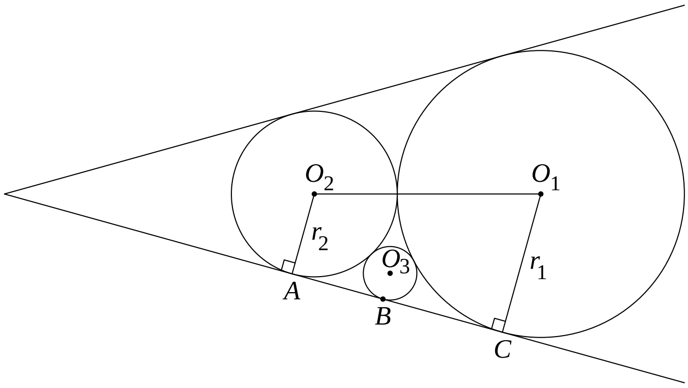
поэтому четырехугольник $ABLD$ тоже вписанный. Тогда

$$\angle DBL = \angle DAL \iff 2\varphi = \alpha - \angle BAL = \alpha - \varphi \iff \alpha = 3\varphi,$$

и мы получаем $4\alpha + 3\beta = 12\varphi + 3\,(180° - 4\varphi) = 540°$. $\square$

6. *Головка швейцарского сыра сферической формы имеет дырки в виде не налегающих друг на друга шаров радиусов $2; 0{,}6; \ldots; 2 \cdot 0{,}3^n$ см. Найдите минимально возможный объем головки.*

Ответ: $\frac{70{,}304\pi}{3}$ см^3.



Решение. Пусть шары с центрами O_1, O_2, O_3 и радиусами r_1, r_2, r_3 касаются друг друга и конуса (на рисунке показано сечение, проходящее через центры шаров). Заметим, что

$$AC^2 + (r_1 - r_2)^2 = (r_1 + r_2)^2 \iff AC = 2\sqrt{r_1 r_2}.$$

Аналогично $AB = 2\sqrt{r_2 r_3}$ и $BC = 2\sqrt{r_1 r_3}$. Так как точки A, B, C лежат на одной прямой, мы получаем

$$AC = AB + BC \iff 2\sqrt{r_1 r_2} = 2\sqrt{r_2 r_3} + 2\sqrt{r_1 r_3} \iff \frac{1}{\sqrt{r_3}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}}.$$

В случае $r_1 = 2 \cdot 0{,}3^k$ и $r_2 = 2 \cdot 0{,}3^{k+1}$

$$\frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \left(\sqrt{0{,}3}\right)^{k+2}}\left(0{,}3 + \sqrt{0{,}3}\,\right) < \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 0{,}3^{k+2}}}.$$

Пусть шары радиусов r_1 и r_2 содержатся в головке. Тогда шар радиуса $2 \cdot 0{,}3^{k+2}$ можно поместить между этими шарами внутри конуса и, тем более, внутри головки ввиду ее выпуклости. По индукции получается, что если два самых больших шара лежат внутри головки, то туда можно поместить и все остальные. Поэтому минимально возможный радиус головки равен $2 + 0{,}6 = 2{,}6$ см, а ее объем будет $\frac{4\pi}{3} \cdot 2{,}6^3 = \frac{70{,}304\pi}{3}$ см^3. $\square$

Вариант 5

1. *Найдите все семизначные квадраты натуральных чисел, содержащие в десятичной записи только цифры 0 и 1.*

Ответ: 1 000 000.

Решение 1. Пусть искомое число равно n^2. Так как

$$1000^2 = 1\,000\,000 \leqslant n^2 \leqslant 1\,111\,111 < 1\,210\,000 = 1100^2,$$

число n лежит между 1000 и 1099. Поэтому десятичная запись n имеет вид $\overline{10a0}$, $\overline{10a1}$ или $\overline{10a9}$, где $a \in \{0, 1, \ldots, 9\}$. Рассмотрим эти случаи.

1) Пусть $\overline{10a0}$. Тогда a может принимать значения 0, 1 или 9. Первый случай подходит, а два других — нет, поскольку $1010^2 = 1\,020\,100$ и $1090^2 = 1\,188\,100$.

2) Если $\overline{10a1}$, то $n^2 = (1001 + 10a)^2 = 1\,002\,001 + 20\,020a + 100a^2$. Вторая справа цифра (количество десятков) есть остаток от деления $2a$ на 10, который четен. Поэтому эта цифра равна 0, откуда $a = 0$ или $a = 5$. Оба случая не подходят, поскольку $1001^2 = 1\,002\,001$, а $1051^2 = 1\,104\,601$.

3) Если $\overline{10a9}$, то $n^2 = (1009 + 10a)^2 = 1\,018\,081 + 20\,180a + 100a^2$. Вторая справа цифра (количество десятков) есть остаток от деления $8a + 8$ на 10, который четен. Поэтому эта цифра равна 0, откуда $a + 1$ кратно 5, то есть a равно 4 или 9. Эти случаи также не подходят, поскольку $1049^2 = 1\,100\,401$, а $1099^2 = 1\,207\,801$. $\square$

Решение 2. Искомое число имеет вид $10^{2l} \cdot n^2$, где l — неотрицательное целое число, а n^2 начинается и заканчивается на 1. Ясно, что подходят $l = 3$ и $n = 1$. Покажем, что случай $n > 1$ невозможен. Так как $n^2 - 1$ кратно 10, числа $n \pm 1$ четны и ровно одно из них делится на 5. Поэтому

$$n = 10 \cdot 5^m\, k \pm 1 \quad \text{и} \quad n^2 = 100 \cdot 5^{2m}\, k^2 \pm 20 \cdot 5^m\, k + 1,$$

где m — неотрицательное целое число, k — натуральное число, не кратное 5. Рассмотрим несколько случаев.

1) $m = 0$. Тогда вторая цифра n^2 равна остатку от деления $2k$ на 10, который четен. Поэтому $2k$ кратно 10, то есть k делится на 5, что невозможно.

2) $m = 1$. Тогда $n^2 = 100\,(25k^2 \pm k) + 1$, и третья цифра n^2 равна остатку от деления $25k^2 \pm k$ на 10, который четен при любом k. Поэтому $25k^2 \pm k$ кратно 10, откуда k делится на 5, что невозможно.

3) $m \geqslant 2$. Тогда $n^2 = 500k\,(125k \pm 1) + 1$, где k — натуральное число. Заметим, что число $10^{2l} \cdot n^2$ лежит в интервале от 1 000 000 до 1 200 000, поскольку оно семизначное и содержит только цифры 0 и 1. Отсюда

$$1\,200\,000 > 10^{2l} \cdot n^2 \geqslant 10^{2l}\,(500 \cdot 124 + 1) = 10^{2l} \cdot 62\,001 > 10^{2l} \cdot 12\,000,$$

то есть $10^{2l} < 100$ и $l = 0$. Поэтому число n^2 должно лежать между 1 000 000 и 1 200 000. Это возможно лишь в случае, когда $k = 4$, а в выражении для n^2 — плюс. Мы получим $n^2 = 1\,002\,001$, что не удовлетворяет условию. $\square$

Решение 3. Искомое число имеет вид $10^{2m}\, n^2$, где n — нечетное натуральное число, а все цифры n^2 равны 0 или 1. Заметим следующее.

1) n^2 *оканчивается на* 001. Действительно, если $n = 2k - 1$, то $n^2 = 4k(k-1) + 1 \equiv 1 \pmod 8$. С другой стороны, пусть n^2 оканчивается на $\overline{ab1}$. Тогда $n^2 \equiv \overline{ab1} \equiv 4a + 2b + 1 \pmod 8$. Так как a и b принимают значения 0 или 1, это возможно лишь в случае $a = b = 0$.

2) *Число единиц в десятичной записи* n^2 *равно* 1 *или* 4. Действительно, пусть r — остаток от деления n^2 на 9. Количество единиц числа n^2 равно сумме его цифр и, поскольку она не больше 7, остатку от деления n^2 на 9, а значит, и остатку от деления r^2 на 9. Остатки при делении на 9 квадратов чисел от 0 до 8 могут равняться только $0, 1, 4, 7$. Но хотя бы одна единица в записи n^2 присутствует, а в силу 1) их количество не превосходит 5.

3) *Число* m *равно* 0 *или* 3. Действительно, если $m = 3$, то $n = 1$, что удовлетворяет условию задачи. В противном случае число n^2 содержит по крайней мере две единицы, и силу 2) их количество равно 4. Но из 1) вытекает, что n^2 содержит также хотя бы два нуля. Значит, в десятичной записи n^2 не менее 6 цифр, что возможно лишь при $m = 0$.

Из доказанного следует, что искомое число либо равно 1 000 000, либо нечетно и содержит 4 единицы. Во втором случае в силу 1) для n^2 есть только три возможности: 1 101 001, 1 011 001 и 1 110 001. Первое число не является точным квадратом, поскольку оно делится на 11, но не делится на 121. Два других числа дают при делении на 11 остаток 2. Они также не подходят, поскольку остатки квадратов натуральных чисел от деления на 11 лежат в множестве $\{0, 1, 3, 4, 5, 9\}$. $\square$

2. *В однокруговом шахматном турнире участвовало 16 игроков. Назовем шахматиста успешно выступившим, если он набрал более 80% от максимально возможного количества очков. Какое наибольшее число успешно выступивших участников могло быть в турнире? (За победу в шахматах дают 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0).*

Ответ: 6.

Решение. Пусть в турнире было k успешно выступивших участников. Тогда каждый из них набрал более $\frac{4}{5} \cdot 15 = 12$ очков, то есть не менее $\frac{25}{2}$ очков, а все они вместе набрали как минимум $\frac{25}{2}k$ очков. Оставшиеся $16 - k$ шахматистов сыграли между собой $\frac{1}{2}(16-k)(15-k)$ партий и, значит, вместе набрали не менее $\frac{1}{2}(16-k)(15-k)$ очков. Таким образом, вместе все 16 участников турнира набрали по крайней мере $\frac{25k}{2} + \frac{1}{2}(16-k)(15-k)$ очков. Но это выражение не может быть больше, чем общее количество очков, разыгрываемых в турнире. Следовательно,

$$\frac{25k}{2} + \frac{(16-k)(15-k)}{2} \leqslant \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 15 = 120.$$

После преобразований получаем квадратное неравенство $k^2 - 6k \leqslant 0$, откуда $k \leqslant 6$, то есть было не более шести успешно выступивших участников.

Покажем, что шесть успешно выступивших шахматистов могло быть. Если 6 участников сыграли между собой все партии вничью, а у всех остальных выиграли, то у каждого из них окажется по $12\frac{1}{2}$ очков. Тогда все они и будут успешно выступившими. $\square$

3. *Найдите наименьшее значение при положительных a, b, c выражения*

$$f(a,b,c) = \sqrt{6a + \tfrac{3}{b}} + \sqrt{12b + \tfrac{2}{c}} + \sqrt{18c + \tfrac{6}{a}}.$$

Ответ: $6\sqrt{3}$ при $a = 1$, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{3}$.

Решение. Положим $x = a$, $y = 2b$, $z = 3c$. Используя неравенства Коши, мы получим

$$f(a,b,c) = \sqrt{6}\left(\sqrt{x + \tfrac{1}{y}} + \sqrt{y + \tfrac{1}{z}} + \sqrt{z + \tfrac{1}{x}}\right) \geqslant$$
$$\geqslant \sqrt{12}\left(\sqrt[4]{\tfrac{x}{y}} + \sqrt[4]{\tfrac{y}{z}} + \sqrt[4]{\tfrac{z}{x}}\right) \geqslant 3\sqrt{12}\ \sqrt[12]{\tfrac{x}{y} \cdot \tfrac{y}{z} \cdot \tfrac{z}{x}} = 6\sqrt{3}.$$

Все неравенства обращаются в равенства при $x = y = z = 1$. $\square$

4. *В левом нижнем углу доски 80×80 стоит конь, который ходит по шахматным правилам. За какое наименьшее количество ходов он сможет переместиться в правый верхний угол доски?*

Ответ: 54.

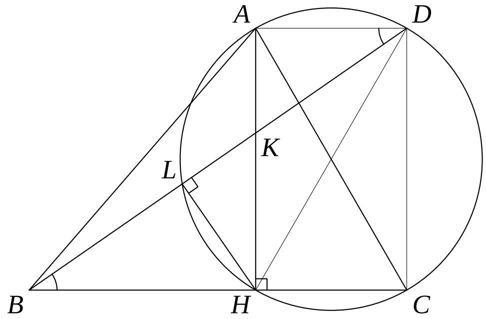
				4
		3		
	1			
			2	
0				

Решение. Раскрасим клетки доски в шахматном порядке. Заметим, что за каждый ход сумма координат клеток увеличивается не более чем на 3. Чтобы из левого нижнего угла доски переместиться в правый верхний угол, нужно увеличить эту сумму на $2 \cdot 79 = 158$. Следовательно, для этого потребуется не менее $\frac{158}{3} = 52\frac{2}{3}$ ходов. Заметим, что после каждого хода цвет клетки, на которой стоит конь, меняется на противоположный. Так как правый верхний угол доски имеет тот же цвет, что и левый нижний, нам потребуется четное число ходов. Минимальное четное число, не меньшее $52\frac{2}{3}$, равно 54. Стало быть, нужно сделать не меньше 54 ходов.

Покажем, что за 54 хода проделать искомый путь можно. На рисунке показано, как за 4 хода попасть из левого нижнего в правый верхний угол доски 5×5. Далее нужно сделать 25 “горизонтальных” (то есть два шага вправо и один вверх) ходов и 25 “вертикальных” (два шага вверх и один вправо) ходов.

5. *Точка H — основание высоты, опущенной из вершины A остроугольного треугольника ABC. На отрезке AH взята такая точка K, что $\frac{AK}{CH} = \frac{KH}{HB}$. Точка L является основанием перпендикуляра, опущенного из точки H на BK. Найдите угол ALC.*

Ответ: $90°$.



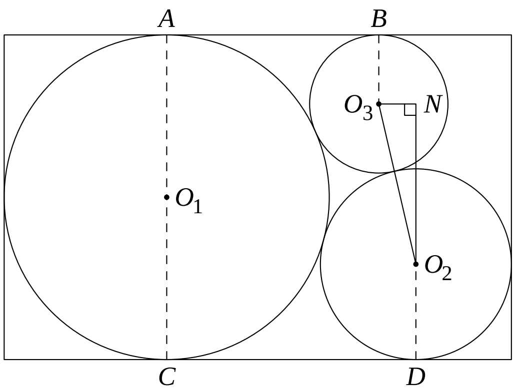
Решение. Достроим треугольник AHC до прямоугольника $AHCD$ (см. рисунок). В силу условия

$$\operatorname{tg} \angle ADK = \frac{AK}{AD} = \frac{AK}{CH} = \frac{KH}{HB} = \operatorname{tg} \angle KBH.$$

Тогда $\angle ADK = \angle KBH$, и точка K лежит на отрезке BD. Опишем вокруг прямоугольника $ABCD$ окружность. Угол DLH прямой и опирается на диаметр DH, поэтому точка L лежит на окружности. Угол ALC опирается на диаметр AC этой окружности, поэтому он также равен $90°$. □

6. *Дана цилиндрическая коробка с плоской крышкой. Площадь боковой поверхности коробки равна 98π. Возможно ли разместить в такой коробке металлические шары радиусов 4, $\frac{9}{4}$ и 1?*

Ответ: Да.



Решение. Пусть шары с центрами O_1, O_2, O_3 и радиусами r_1, r_2, r_3 помещены в цилиндр так, чтобы его осевое сечение выглядело как на рисунке. Достроим отрезок O_2O_3 до прямоугольного треугольника O_2O_3N со сторонами, параллельными сторонам прямоугольника в сечении. По теореме Пифагора

$$CD^2 = O_1O_2^2 - (r_1 - r_2)^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2 = 4r_1r_2,$$

то есть $CD = 2\sqrt{r_1r_2}$. Аналогично получаем $AB = 2\sqrt{r_1r_3}$. Тогда

$$O_2O_3 = r_2 + r_3, \quad O_2N = 2r_1 - (r_2 + r_3), \quad O_3N = CD - AB = 2\sqrt{r_1r_2} - 2\sqrt{r_1r_3} = 2\sqrt{r_1}\big(\sqrt{r_2} - \sqrt{r_3}\,\big).$$

По теореме Пифагора ${O_2O_3}^2 = O_2N^2 + O_3N^2$, откуда

$$(r_2 + r_3)^2 = 4r_1^2 + (r_2 + r_3)^2 - 4r_1(r_2 + r_3) + 4r_1\left(r_2 + r_3 - 2\sqrt{r_2r_3}\,\right) \iff$$
$$\iff 0 = 4r_1\left(r_1 - 2\sqrt{r_2r_3}\,\right) \iff r_1 = 2\sqrt{r_2r_3} \iff r_3 = \frac{r_1^2}{4r_2}.$$

Если $r_1 = 4$ и $r_2 = \frac{9}{4}$, то $r_3 = \frac{16}{9} > 1$, поэтому шары из условия в такой цилиндр поместятся. Заметим, что этот цилиндр имеет высоту 8 и радиус $\frac{1}{2}\left(r_1 + r_2 + 2\sqrt{r_1r_2}\,\right) = \frac{49}{8}$. Значит, площадь боковой поверхности цилиндра равна $2\pi \cdot \frac{49}{8} \cdot 8 = 98\pi$. $\square$

Вариант 6

1. *Найдите все семизначные квадраты натуральных чисел, содержащие в десятичной записи только цифры 0 и 4.*

   Ответ: 4 000 000.

Решение 1. Искомое число имеет вид $4n^2$, где n — натуральное число, причем все цифры n^2 равны 0 или 1. Заметим, что $4\,000\,000 \leqslant 4n^2 \leqslant 4\,444\,444$, откуда

$$1000^2 = 1\,000\,000 \leqslant n^2 \leqslant 1\,111\,111 < 1\,210\,000 = 1100^2.$$

Значит, число n лежит между 1000 и 1099. Поэтому десятичная запись n имеет вид $\overline{10a0}$, $\overline{10a1}$ или $\overline{10a9}$, где $a \in \{0, 1, \ldots, 9\}$. Рассмотрим эти случаи.

1) Пусть $\overline{10a0}$. Тогда a может принимать значения 0, 1 или 9. Первый случай подходит, а два других — нет, поскольку $4 \cdot 1010^2 = 4\,080\,400$ и $4 \cdot 1090^2 = 4\,752\,400$.

2) Если $\overline{10a1}$, то $n^2 = (1001 + 10a)^2 = 1\,002\,001 + 20\,020a + 100a^2$. Вторая справа цифра (количество десятков) есть остаток от деления $2a$ на 10, который четен. Поэтому эта цифра равна 0, откуда $a = 0$ или $a = 5$. Оба случая не подходят, поскольку $4 \cdot 1001^2 = 4\,008\,004$, а $4 \cdot 1051^2 = 4\,418\,404$.

3) Если $\overline{10a9}$, то $n^2 = (1009 + 10a)^2 = 1\,018\,081 + 20\,180a + 100a^2$. Вторая справа цифра (количество десятков) есть остаток от деления $8a + 8$ на 10, который четен. Поэтому эта цифра равна 0, откуда $a + 1$ кратно 5, то есть a равно 4 или 9. Эти случаи также не подходят, поскольку $4 \cdot 1049^2 = 4\,401\,604$, а $4 \cdot 1099^2 = 4\,831\,204$. $\square$

Решение 2. Искомое число имеет вид $4 \cdot 10^{2l} \cdot n^2$, где l — неотрицательное целое число, а n^2 содержит только цифры 0 и 1, причем начинается и заканчивается на 1. Ясно, что подходят $l = 3$ и $n = 1$. Покажем, что случай $n > 1$ невозможен. Так как $n^2 - 1$ кратно 10, числа $n \pm 1$ четны и ровно одно из них делится на 5. Поэтому

$$n = 10 \cdot 5^m\, k \pm 1 \quad \text{и} \quad n^2 = 100 \cdot 5^{2m}\, k^2 \pm 20 \cdot 5^m\, k + 1,$$

где m — неотрицательное целое число, k — натуральное число, не кратное 5. Рассмотрим несколько случаев.

1) $m = 0$. Тогда вторая цифра n^2 равна остатку от деления $2k$ на 10, который четен. Поэтому $2k$ кратно 10, то есть k делится на 5, что невозможно.

2) $m = 1$. Тогда $n^2 = 100\,(25k^2 \pm k) + 1$, и третья цифра n^2 равна остатку от деления $25k^2 \pm k$ на 10, который четен при любом k. Поэтому $25k^2 \pm k$ кратно 10, откуда k делится на 5, что невозможно.

3) $m \geqslant 2$. Тогда $n^2 = 500k\,(125k \pm 1) + 1$, где k — натуральное число. Заметим, что число $4 \cdot 10^{2l} \cdot n^2$ лежит в интервале от 4 000 000 до 4 500 000, поскольку оно семизначное и содержит только цифры 0 и 4. Отсюда

$$4\,500\,000 > 4 \cdot 10^{2l} \cdot n^2 \geqslant 4 \cdot 10^{2l}\,(500 \cdot 124 + 1) = 4 \cdot 10^{2l} \cdot 62\,001 > 10^{2l} \cdot 45\,000,$$

то есть $10^{2l} < 100$ и $l = 0$. Поэтому число n^2 должно лежать между 1 000 000 и 1 125 000. Это возможно лишь в случае, когда $k = 4$, а в выражении для n^2 — плюс. Мы получим $4n^2 = 4\,008\,004$, что не удовлетворяет условию. $\square$

2. *В однокруговом шахматном турнире участвовало 14 игроков. По окончании турнира оказалось, что шахматисты, занявшие три первых места, набрали в сумме столько же очков, сколько и шахматисты, занявшие 9 последних мест. Какое наибольшее количество партий могло завершиться вничью? В случае равенства очков места определялись жребием. (За победу в шахматах дают 1 очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0).*

   Ответ: 40.

Решение. Шахматисты, занявшие первые три места, в играх между собой набрали ровно 3 очка, а в остальных играх не более чем $3 \cdot 11$. Значит, в сумме у них не более 36 очков. Шахматисты, занявшие последние 9 мест, сыграли между собой $\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 8 = 36$ партий и, значит, вместе набрали не менее 36 очков. Стало быть, они набрали в точности 36 очков и проиграли всем шахматистам, занявшим места с первого по пятое, а первые три шахматиста выиграли у всех шахматистов, начиная с четвертого. Следовательно, результативных партий было не менее $5 \cdot 9 + 3 \cdot 2 = 51$. Всего же была сыграна $\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 13 = 91$ партия.

Количество ничьих не превосходит числа оставшихся партий, то есть 40. Предположим, что все эти партии закончились вничью. Тогда первые три шахматиста набрали по $2 \cdot \frac{1}{2} + 11 = 12$ очков, следующие два шахматиста набрали по $\frac{1}{2} + 9 = 9\frac{1}{2}$ очков, а последние 9 шахматистов набрали по $8 \cdot \frac{1}{2} = 4$ очка, что удовлетворяет условию задачи. $\square$

3. *Найдите наименьшее значение при положительных a, b, c выражения*

$$f(a,b,c) = \sqrt[3]{9a + \frac{27}{b}} + \sqrt[3]{3b + \frac{81}{c}} + \sqrt[3]{c + \frac{9}{a}}.$$

Ответ: $3\sqrt[3]{18}$ при $a = 1$, $b = 3$, $c = 9$.

Решение. Положим $a = x$, $b = 3y$, $c = 9z$. Используя неравенства Коши, мы получим

$$f(a,b,c) = \sqrt[3]{9}\left(\sqrt[3]{x + \frac{1}{y}} + \sqrt[3]{y + \frac{1}{z}} + \sqrt[3]{z + \frac{1}{x}}\right) \geqslant$$
$$\geqslant \sqrt[3]{18}\left(\sqrt[6]{\frac{x}{y}} + \sqrt[6]{\frac{y}{z}} + \sqrt[6]{\frac{z}{x}}\right) \geqslant 3\sqrt[3]{18}\ \sqrt[18]{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{z} \cdot \frac{z}{x}} = 3\sqrt[3]{18}.$$

Все неравенства обращаются в равенства при $x = y = z = 1$. $\square$

4. *В левом верхнем углу доски 75×75 стоит фишка. За один ход разрешается передвинуть фишку на три клетки по горизонтали и на одну клетку по вертикали или на одну клетку по горизонтали и на три клетки по вертикали. За какое наименьшее количество ходов фишку можно переместить в правый нижний угол доски?*

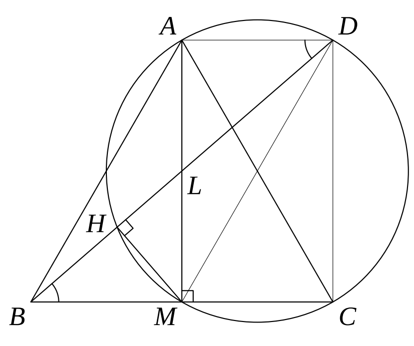
Ответ: 38.

Решение. Повернем доску на 90° и будем попадать из левого нижнего угла в правый верхний. За каждый ход сумма координат клеток увеличивается не более чем на 4. Чтобы из левого нижнего угла доски переместиться в правый верхний угол, нужно увеличить эту сумму на $2 \cdot 74 = 148$. Для этого потребуется не менее $\frac{148}{4} = 37$ ходов. Заметим, что фишка перемещается только по клеткам, сумма координат которых четна, причем клетки, у которых обе координаты нечетные, чередуются с клетками, у которых обе координаты четные. Поскольку обе координаты левого нижнего угла и обе координаты правого верхнего угла нечетны, нам потребуется четное число ходов. Значит, нужно сделать не менее 38 ходов. Покажем, что за 38 ходов проделать искомый путь можно. На рисунке показано, как за 4 хода попасть из левого нижнего в правый верхний угол доски 7×7. Далее нужно сделать 17 "горизонтальных" (то есть три шага вправо и один вверх) ходов и 17 "вертикальных" (три шага вверх и один вправо) ходов.

						4
		2				
					3	
			1			
0						

5. *Точка M — середина основания BC равнобедренного треугольника ABC, а точка L — середина отрезка AM. В треугольнике BLM опущена высота MH. Найдите угол AHC.*

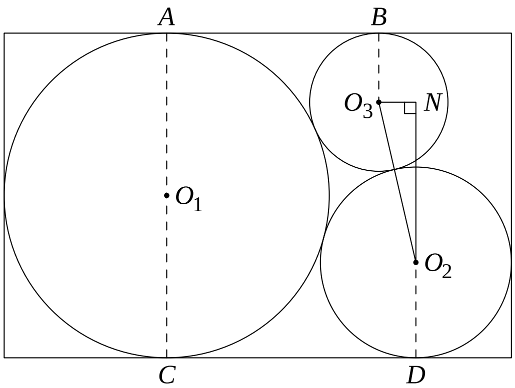
Ответ: 90°.



Решение. Пусть точка D лежит на прямой BL, причем $AD \parallel BC$. Так как $\angle ADL = \angle LBM$ и $AL = LM$, треугольники ALD и BLM равны. Поэтому $AD = BM = MC$, то есть четырехугольник $ABCD$ является прямоугольником. Опишем вокруг него окружность. Угол MHD прямой и опирается на диаметр DM, поэтому точка H лежит на окружности. Угол AHC опирается на диаметр AC этой окружности, поэтому он также равен $90°$. $\square$

6. *Дана цилиндрическая коробка с плоской крышкой. Объем коробки равен* 38π. *Возможно ли разместить в такой коробке металлические шары радиусов* 2, $\frac{9}{8}$ *и* $\frac{8}{9}$*?*

Ответ: Да.



Решение. Пусть шары с центрами O_1, O_2, O_3 и радиусами r_1, r_2, r_3 помещены в цилиндр так, чтобы его осевое сечение выглядело как на рисунке. Достроим отрезок O_2O_3 до прямоугольного треугольника O_2O_3N со сторонами, параллельными сторонам прямоугольника в сечении. По теореме Пифагора

$$CD^2 = O_1O_2^2 - (r_1 - r_2)^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2 = 4r_1r_2,$$

то есть $CD = 2\sqrt{r_1r_2}$. Аналогично получаем $AB = 2\sqrt{r_1r_3}$. Тогда

$$O_2O_3 = r_2 + r_3, \quad O_2N = 2r_1 - (r_2 + r_3), \quad O_3N = CD - AB = 2\sqrt{r_1r_2} - 2\sqrt{r_1r_3} = 2\sqrt{r_1}\big(\sqrt{r_2} - \sqrt{r_3}\,\big).$$

По теореме Пифагора ${O_2O_3}^2 = O_2N^2 + O_3N^2$, откуда

$$(r_2+r_3)^2 = 4r_1^2 + (r_2+r_3)^2 - 4r_1(r_2+r_3) + 4r_1\big(r_2+r_3-2\sqrt{r_2r_3}\,\big) \iff 0 = 4r_1\big(r_1 - 2\sqrt{r_2r_3}\,\big) \iff r_1 = 2\sqrt{r_2r_3}.$$

Так как радиусы $r_1 = 4$, $r_2 = \frac{9}{8}$ и $r_3 = \frac{8}{9}$ удовлетворяют этому соотношению, шары из условия в такой цилиндр поместятся. Заметим, что цилиндр имеет высоту 4 и радиус $\frac{1}{2}\big(r_1 + r_2 + 2\sqrt{r_1r_2}\,\big) = \frac{49}{16}$. Поэтому объем цилиндра равен $\pi \cdot \big(\frac{49}{16}\big)^2 \cdot 4 < 38\pi$. $\square$

Вариант 7

1. *Натуральные числа x и y равны 2014 соответственно в десятичной и восьмеричной системе. Будет ли число $x^{2000} - y^{1000}$ точным квадратом?*

   Ответ: Нет.

   Решение 1. Заметим, что $x = 2 \cdot 19 \cdot 53$ и $y = 1036 = 4 \cdot 7 \cdot 37$. Тогда

$$x^{2000} - y^{1000} = 2^{2000}\big(19^{2n} \cdot 53^{2n} - 7^n \cdot 37^n\big), \quad \text{где } n = 1000.$$

Положим $m = 19^{2n} \cdot 53^{2n} - 7^n \cdot 37^n$. Числа 19^2, 53^2 и 37 дают при делении на 3 и 9 остаток 1, и это же верно для их степеней. Кроме того, остаток от деления 7^n на 3 равен 1, а остатки от деления 7^k на 9 равны 7, 4, 1 и далее циклически повторяются. Так как 1000 не кратно 3, число m делится на 3, но не на 9, поэтому $x^{2000} - y^{1000}$ не может быть точным квадратом. □

Решение 2. Заметим, что $x = 2014 = 3k + 1$ и $y = 1036 = 9m + 1$. Тогда любая степень y дает остаток 1 при делении на 9. В частности, y^{1000} дает остаток 1 при делении на 9. С другой стороны, $x^3 = 27k^3 + 27k^2 + 9k + 1$ дает остаток 1 при делении на 9 и, значит, любая кратная трем степень x дает остаток 1 при делении на 9. Тогда $x^{2000} = x^{1998}x^2$ дает тот же остаток при делении на 9, что и x^2. Но $x^2 = 2014^2 = (9n - 2)^2 = 81n^2 - 36n + 4$ дает остаток 4 при делении на 9. Таким образом, $x^{2000} - y^{1000}$ дает остаток 3 при делении на 9. Стало быть, $x^{2000} - y^{1000}$ делится на 3, но не делится на 9 и, значит, не может быть точным квадратом. □

Решение 3. Заметим, что $x = 2014 = 13k + 1$ и $y = 1036 = 13m + 9$. Тогда любая степень x дает остаток 1 при делении на 13. В частности, x^{2000} дает остаток 1 при делении на 13. С другой стороны y^3 дает тот же остаток при делении на 13, что и $9^3 = 729 = 13 \cdot 56 + 1$, то есть 1. Значит, любая кратная трем степень y дает остаток 1 при делении на 13. Следовательно, $y^{1000} = y^{999} \cdot y$ дает остаток 9 при делении на 13. Таким образом, $x^{2000} - y^{1000}$ дает остаток 5 при делении на 13. Перебрав остатки, которые дают квадраты при делении на 13, мы убедимся, что остатка 5 среди них нет. Стало быть, $x^{2000} - y^{1000}$ не может быть точным квадратом. □

Замечание. Вообще-то знающий квадратичные вычеты школьник должен решать задачу так. Рассмотрим выражение $a = x^{2000} - y^{1000}$ по модулю 19. Поскольку $x = 2014$ делится на 19, $a \equiv -y^{1000} \pmod{19}$. Число $y = 1036$ не делится на 19 и y^{1000} является полным квадратом, поэтому a есть квадратичный вычет, умноженный на -1. Но 19 дает остаток 3 при делении на 4, поэтому -1 не является квадратичным вычетом и, значит, квадратичный вычет, умноженный на -1, также не является квадратичным вычетом. Таким образом, a не может быть точным квадратом.

2. *144 теннисиста играют в турнире из 143 туров по следующей формуле: в каждом туре встречаются (по жребию) два спортсмена, количество побед которых на данный момент отличается не более чем на единицу, и проигравший выбывает из турнира. Какое наибольшее количество побед может одержать победитель турнира?*

   Ответ: 10.

   Решение. Найдем, какое наименьшее количество теннисистов могло играть в турнире, в котором победитель выиграл n матчей. Обозначим это количество через k_n. Ясно, что $k_{n-1} < k_n$, а также что $k_1 = 2$ и $k_2 = 3$. Рассмотрим теперь турнир с наименьшим количеством участников, в котором победитель выиграл n матчей. В последнем туре встретились два теннисиста: будущий победитель A и проигравший ему B. К этому моменту A одержал $n - 1$ победу, а B одержал $n - 2$, $n - 1$ или n побед. Последний случай невозможен, поскольку в той части турнира, в которой играл B, те, у кого он выиграл, те, у кого выиграли проигравшие ему и так далее будет меньше участников, а у победителя в точности n побед. Если B одержал $n - 2$ победы, то в турнире будет $k_{n-1} + k_{n-2}$ участника, а, если $n - 1$ победу, то $2k_{n-1}$ участников. Поскольку $k_{n-1} + k_{n-2} < 2k_{n-1}$, мы получаем, что $k_n = k_{n-2} + k_{n-1}$. Результаты вычисления по этой рекуррентной формуле приведены в таблице. □

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_n	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

3. *Найдите наименьшее значение при положительных x, y, z выражения*

$$f(x,y,z) = \sqrt{\frac{x^2}{8}+\frac{4}{yz}} + \sqrt{\frac{y^2}{2}+\frac{8}{xz}} + \sqrt{2z^2+\frac{1}{6}xy}.$$

Ответ: 6 при $x = 4$, $y = 2$, $z = 1$.

Решение. Положим $x = 4a$, $y = 2b$, $z = c$. Используя неравенства Коши, мы получим

$$f(x,y,z) = 2\sqrt{\frac{1}{2}\left(a^2+\frac{1}{bc}\right)} + 2\sqrt{\frac{1}{2}\left(b^2+\frac{1}{ac}\right)} + 2\sqrt{\frac{1}{2}\left(c^2+\frac{1}{ab}\right)} \geqslant$$

$$\geqslant 2\left(\sqrt[4]{\frac{a^2}{bc}} + \sqrt[4]{\frac{b^2}{ac}} + \sqrt[4]{\frac{c^2}{ab}}\right) \geqslant 6\sqrt[12]{\frac{a^2}{bc}\cdot\frac{b^2}{ac}\cdot\frac{c^2}{ab}} = 6.$$

Все неравенства обращаются в равенства при $a = b = c = 1$. □

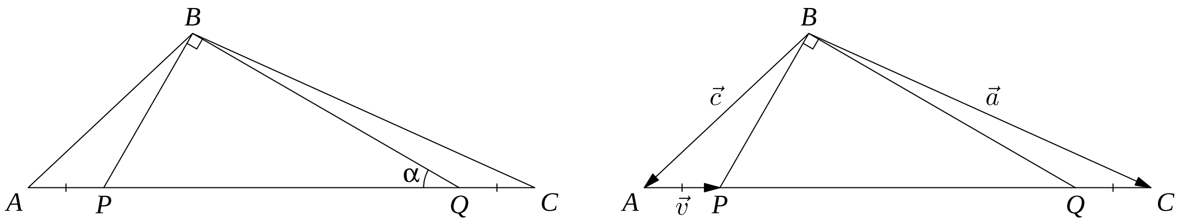
4. *Доска $n \times n$ клеток разрезана по клеточкам на квадраты 2×2 и 3×3 клетки. При каких n такое возможно?*

Ответ: n кратно 2 или 3.

Решение. Если n кратно 2 или 3, то разрезать, очевидно, можно. Докажем, что в остальных случаях разрезать доску нельзя. Пусть n нечетно. Предположим, что можно разрезать доску в соответствии с условием задачи. Покрасим столбцы с нечетными номерами в черный цвет, а столбцы с четными номерами — в белый цвет. Тогда на доске черных клеток на n больше, чем белых. Заметим, что в любом квадрате 2×2 черных и белых клеток поровну, а в квадрате 3×3 разность количества черных и белых клеток равна ± 3. Значит, в любом квадрате разность количества черных и белых клеток делится на 3. Так как квадраты не пересекаются, она делится на 3 и для всей доски. Но последнее означает, что n делится на 3. □

5. *На стороне AC треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AP = QC < \frac{AC}{2}$. Оказалось, что $AB^2 + BC^2 = AQ^2 + QC^2$. Найдите угол PBQ.*

Ответ: 90°.



Решение 1. Положим $\alpha = \angle PQB$ и применим теорему косинусов к треугольникам AQB и BQC:

$$\begin{cases} AB^2 = AQ^2 + BQ^2 - 2\,AQ\cdot BQ\cdot\cos\alpha, \\ BC^2 = QC^2 + BQ^2 + 2\,QC\cdot BQ\cdot\cos\alpha. \end{cases}$$

Складывая эти уравнения и пользуясь соотношением из условия, мы получим

$$2BQ^2 - 2BQ\cdot(AQ - QC)\cdot\cos\alpha = 0 \Longleftrightarrow BQ = (AQ - QC)\cdot\cos\alpha.$$

Заметим, что

$$AQ - QC = AQ - AP = PQ, \quad \text{откуда} \quad BQ = PQ\cdot\cos\alpha.$$

Правая часть последнего равенства есть расстояние между Q и проекцией точки P на прямую BQ. Таким образом, P проектируется в точку B, откуда $PB \perp BQ$ и $\angle PBQ = 90^\circ$. □

Решение 2. Положим для краткости $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{c} = \overrightarrow{BA}$ и $\vec{v} = \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QC}$. Тогда $\overrightarrow{AC} = \vec{a} - \vec{c}$ и $\overrightarrow{AQ} = \vec{a} - \vec{c} - \vec{v}$. По условию

$$|\vec{c}|^2 + |\vec{a}|^2 = |\vec{a} - \vec{c} - \vec{v}|^2 + |\vec{v}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2|\vec{v}|^2 - 2(\vec{a}, \vec{c}) - 2(\vec{a}, \vec{v}) + 2(\vec{c}, \vec{v}).$$

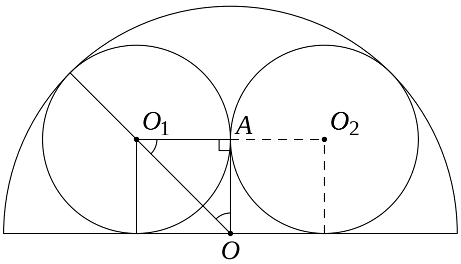
Следовательно,

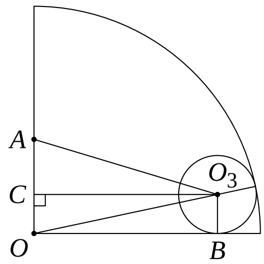
$$(\vec{c} + \vec{v}, \vec{v}) = |\vec{v}|^2 + (\vec{c}, \vec{v}) = (\vec{a}, \vec{c}) + (\vec{a}, \vec{v}) = (\vec{a}, \vec{c} + \vec{v})$$

и, значит, $(\vec{c} + \vec{v}, \vec{a} - \vec{v}) = 0$. Таким образом, вектора $\overrightarrow{BP} = \vec{c} + \vec{v}$ и $\overrightarrow{BQ} = \vec{a} - \vec{v}$ ортогональны. Стало быть, $\angle PBQ = 90°$. $\square$

6. *На плоскости стоит шатер в форме полусферы. Внутрь шатра помещены три шара. Первые два имеют радиус 1, касаются друг друга, а также крыши и диаметра основания шатра. Третий шар радиуса r касается двух других, крыши и основания шатра. Найдите r.*

Ответ: $\frac{\sqrt{2}+4}{7}$.





Решение. Пусть O — центр основания шатра, R — его радиус, O_1, O_2, O_3 — центры шаров радиусов $1, 1, r$, A — точка касания единичных шаров. На левом рисунке показано сечение шатра плоскостью OO_1O_2, на правом — половина сечения шатра плоскостью AOO_3. Треугольник O_1AO прямоугольный и равнобедренный, откуда $OO_1 = \sqrt{2}$ и $R = \sqrt{2} + 1$. В равнобедренном треугольнике $O_1O_2O_3$ отрезок AO_3 является медианой и, значит, высотой. Тогда по теореме Пифагора

$$AO_3^2 = O_1O_3^2 - O_1A^2 = (1 + r)^2 - 1 = r^2 + 2r.$$

Заметим также, что

$$CO_3^2 = OB^2 = OO_3^2 - BO_3^2 = (R - r)^2 - r^2 = R^2 - 2rR \quad \text{и} \quad AC = |1 - r|.$$

По теореме Пифагора $AO_3^2 = CO_3^2 + AC^2$, то есть

$$r^2 + 2r = R^2 - 2rR + r^2 - 2r + 1 \iff 2r(R + 2) = R^2 + 1 \iff r = \frac{R^2 + 1}{2(R + 2)} = \frac{2 + \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 4}{7}. \quad \square$$

Вариант 8

1. *Натуральные числа x и y равны 2014 соответственно в десятичной и восьмеричной системе. Будет ли число $x^{2600} - y^{1300}$ точным кубом?*

   Ответ: Нет.

   Решение. Заметим, что $x = 2 \cdot 19 \cdot 53$ и $y = 1036 = 4 \cdot 7 \cdot 37$. Тогда

$$x^{2600} - y^{1300} = 2^{2600}\big(19^{2n} \cdot 53^{2n} - 7^n \cdot 37^n\big), \quad \text{где } n = 1300.$$

Положим $m = 19^{2n} \cdot 53^{2n} - 7^n \cdot 37^n$. Числа 19^2, 53^2 и 37 дают при делении на 3 и 9 остаток 1, и это же верно для их степеней. Кроме того, остаток от деления 7^n на 3 равен 1, а остатки от деления 7^k на 9 равны 7, 4, 1 и далее циклически повторяются. Так как 1300 не кратно 3, число m делится на 3, но не на 9, поэтому $x^{2600} - y^{1300}$ не может быть точным кубом. □

2. *Несколько учеников участвуют в чемпионате школы по игре «в Чапаева». Чемпионат проводится по следующей схеме. В каждом туре выбирают по жребию двух игроков. Проигравший выбывает, а победитель получает два очка, если у соперника было больше очков, одно, если столько же, и ноль, если меньше. По окончании турнира оказалось, что победитель набрал 12 очков. Какое наименьшее количество школьников могло участвовать в турнире?*

   Ответ: 377.

   Решение. Заметим, что за один тур количество очков лидера не может увеличиться более чем на 1. Действительно, оно возрастет, если либо два лидера сыграют друг с другом, либо лидер проиграет сопернику, имеющему на очко меньше его. Кроме того, если аннулировать результаты одного из действующих игроков, это никак не скажется на результатах других действующих игроков.

Пусть $n \geqslant 2$. Рассмотрим турнир с минимальным числом участников, в котором победитель набрал $n+1$ очко. Докажем вначале два утверждения.

1) *Перед последним туром (назовем его финалом) все участники имели не более n очков.* Действительно, пусть кто-то набрал $n+1$ очко до финала. Тогда можно аннулировать результаты всех последующих матчей и удалить из турнира их участников, что противоречит минимальности числа игроков.

2) *Участники финала имеют n и $n-1$ очков.* Так как за тур число очков лидера увеличивается не более чем на 1, один из финалистов (скажем, A) должен иметь n очков. Тогда другой финалист (например, B) должен иметь n или $n-1$ очков. Покажем, что n очков B иметь не может. Действительно, в этом случае свое n-е очко B набрал во встрече с неким игроком C, имевшем не менее $n-1$ очка. Тогда мы могли бы отправить C сразу в финал, а игрока B удалить из турнира, аннулировав результаты B. Но это противоречит минимальности количества участников.

Обозначим через a_n минимальное число участников турнира, в котором победитель набрал n очков. Очевидно, $a_1 = 2$, $a_2 = 3$ (один участник победил другого и проиграл третьему). Пусть $n \geqslant 2$. Выведем формулу для a_{n+1}. Чтобы победитель турнира набрал $n+1$ очко при минимальном числе участников, финалисты в силу 2) должны иметь n и $n-1$ очков. Каждый из них является победителем своего мини-турнира с наименьшим числом участников. Множества участников этих мини-турниров не пересекаются. Действительно, если игрок участвует в двух мини-турнирах, то он не финалист и обязательно кому-то в обоих мини-турнирах проиграет (там, где он не проиграл, его результаты можно аннулировать, нарушая условие минимальности числа участников). Но проиграть можно только в одном мини-турнире. Таким образом, $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$. Результаты вычисления по этой рекуррентной формуле приведены в таблице. □

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_n	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377

3. *Найдите наименьшее значение при положительных x, y, z выражения*

$$f(x,y,z) = \sqrt[3]{32xy + \frac{4}{z^2}} + \sqrt[3]{16xz + \frac{1}{y^2}} + \sqrt[3]{8yz + \frac{1}{4x^2}}.$$

Ответ: 6 при $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = 1$.

Решение. Положим $a = 4x$, $b = 2y$, $c = z$. Используя неравенства Коши, мы получим

$$f(x,y,z) = 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(ab+\frac{1}{c^2}\right)} + 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(ac+\frac{1}{b^2}\right)} + 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(bc+\frac{1}{a^2}\right)} \geqslant$$

$$\geqslant 2\left(\sqrt[6]{\frac{ab}{c^2}} + \sqrt[6]{\frac{ac}{b^2}} + \sqrt[6]{\frac{bc}{a^2}}\right) \geqslant 6\sqrt[18]{\frac{ab}{c^2}\cdot\frac{ac}{b^2}\cdot\frac{bc}{a^2}} = 6.$$

Все неравенства обращаются в равенства при $a = b = c = 1$. $\square$

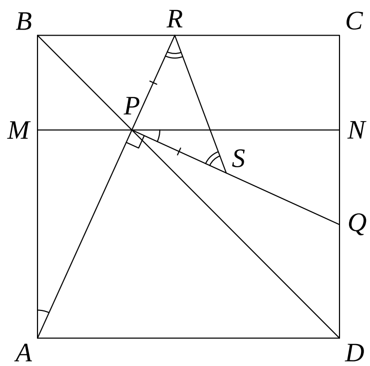
4. *Доска $n \times n$ клеток разрезана по клеточкам на квадраты 2×2 и 5×5 клетки. При каких n такое возможно?*

Ответ: n кратно 2 или 5.

Решение. Если n кратно 2 или 5, то разрезать, очевидно, можно. Докажем, что в остальных случаях разрезать доску нельзя. Пусть n нечетно. Предположим, что можно разрезать доску в соответствии с условием задачи. Покрасим столбцы с нечетными номерами в черный цвет, а столбцы с четными номерами — в белый цвет. Тогда на доске черных клеток на n больше, чем белых. Заметим, что в любом квадрате 2×2 черных и белых клеток поровну, а в квадрате 5×5 разность количества черных и белых клеток равна ± 5. Значит, в любом квадрате разность количества черных и белых клеток делится на 5. Так как квадраты не пересекаются, она делится на 5 и для всей доски. Но последнее означает, что n делится на 5. $\square$

5. *На диагонали BD квадрата $ABCD$ выбрана точка P, а на стороне CD выбрана точка Q так, что угол $\angle APQ$ — прямой. Прямая AP пересекает сторону BC в точке R. На отрезке PQ выбрана точка S так, что $AS = QR$. Найдите угол QSR.*

Ответ: $135°$.



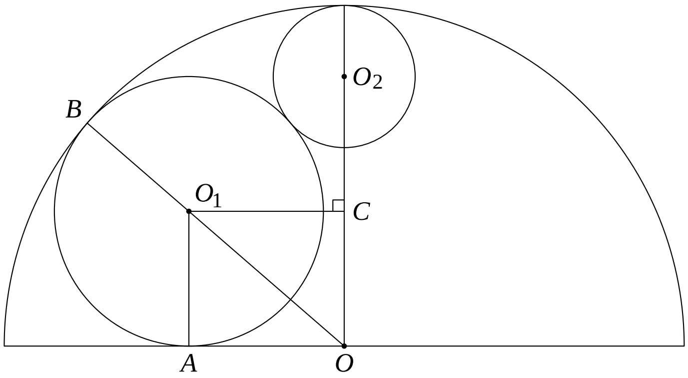
Решение 1. Проведем через точку P параллельно AD отрезок MN (см. рисунок). Тогда $BM = PM$, откуда $AM = PN$. Кроме того, $\angle MAP = 90° - \angle APM = \angle NPQ$. Поэтому треугольники MAP и NPQ одинаковы, что дает $AP = PQ$. Так как по условию $AS = QR$, мы получаем равенство треугольников APS и QPR, откуда $RP = PS$. Значит, треугольник RPS равнобедренный и прямоугольный. Тогда $\angle PSR = 45°$ и $\angle QSR = 135°$. $\square$

Решение 2. В четырехугольнике $APQD$ два противоположных угла прямые, следовательно, он вписанный. Тогда $\angle AQP = \angle ADP = 45°$. Таким образом, в прямоугольном треугольнике APQ один из углов равен $45°$. Поэтому треугольник APQ равнобедренный и $AP = PQ$. Вместе с условием $AS = QR$ мы получаем равенство треугольников APS и QPR, откуда $RP = PS$. Значит, треугольник RPS равнобедренный и прямоугольный. Тогда $\angle PSR = 45°$ и $\angle QSR = 135°$. $\square$

6. *На плоскости стоит шатер в форме полусферы. Внутрь шатра помещены три одинаковых шара, которые касаются друг друга, основания шатра и его крыши. Кроме того, внутрь шатра помещен*

четвертый шар, который касается крыши шатра и каждого из трех других шаров. Шатер рассекается горизонтальной плоскостью, касающейся сверху трех одинаковых шаров. В каком отношении она поделит объем четвертого шара?

Ответ: Пополам.



Решение. Пусть r — радиус одинаковых шаров, O_1 — центр одного из них, R — радиус четвертого шара, O_2 — его центр, O — центр основания шатра. На рисунке показано сечение шатра плоскостью OO_1O_2. Примем радиус шатра за 1 и воспользуемся дважды теоремой Пифагора. Так как $OB = 1$, из треугольника OO_1A

$$OA^2 = OO_1^2 - AO_1^2 = (1-r)^2 - r^2 = 1 - 2r,$$

а из треугольника O_1O_2C

$$OA^2 = O_1C^2 = O_1O_2^2 - CO_2^2 = (r+R)^2 - (1-r-R)^2 = 2(r+R) - 1.$$

Исключая из этих равенств OA^2, мы получим $R = 1 - 2r$, откуда $OO_2 = 1 - R = 2r$. Поэтому горизонтальная плоскость, касающаяся сверху трех одинаковых шаров, пройдет через O_2 и разделит четвертый шар пополам. $\square$

УТВЕРЖДАЮ
Председатель Организационного комитета
Олимпиады школьников СПбГУ

_____________ И.А. Горлинский

« 3 » февраля 2014 года

Критерии проверки заданий отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ в 2013-2014 учебном году по общеобразовательным предметам (комплексам предметов):

Общеобразовательный предмет «Физика»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике с учетом сложности состоит из 7 до 12 тестов и задач. Вариант задания предполагает на усмотрение методической комиссии совмещение задач и тестов различных вариантов, содержащих задачи и (или) задания, в том числе требующие от участника дать развернутый ответ. Каждая задача оценивается определенным количеством баллов (в зависимости от уровня сложности).

При подведении итогов учитывается (в порядке значимости) количество задач, решенных участником Олимпиады, сложность решенных задач, полнота решения, оригинальность решения.

Максимально возможная оценка работы – 100 баллов.

Комплекс предметов «Иностранные языки»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по иностранным языкам состоит из 50 равновесных тестовых заданий. Полностью правильный ответ на тестовое задание оценивается в 2 балла.

Максимально возможная оценка работы – 100 баллов.

Комплекс предметов «Филология»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по филологии (русский язык, литература, иностранные языки) состоит из набора тестовых заданий по русскому языку, литературе и иностранным языкам, каждое из которых, в зависимости от сложности оценивается от 2 до 4 баллов за данный полностью правильный ответ.

Максимально возможная оценка работы – 100 баллов.

Общеобразовательный предмет «География»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по географии состоит из семи разделов. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы задания при условии отсутствия в них ошибок, неправильных ответов и неточностей, равна 100. Подсчёт итоговой оценки осуществляется путём суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.

Раздел I.

Вопросы 1-17. Закрытый тест. Из четырёх вариантов ответов необходимо выбрать один правильный.

Раздел II.
Вопросы 1-4. Закрытый тест с несколькими правильными ответами. Из десяти вариантов ответов надо выбрать несколько правильных (их число не ниже четырёх). Тестовое задание считается выполненным и оценивается только при наличии всех правильных ответов и при отсутствии неправильных ответов.
Раздел III.
Вопросы 1-2. Тест на установление соответствия между географическими объектами и/или между географическими объектами и процессами. Всего надо установить четыре соответствия, выбрав их из шести предложенных вариантов. Тестовое задание считается выполненным и оценивается только при наличии всех правильных соответствий.
Раздел IV.
Вопросы 1-2. Тест на ранжирование географических объектов и/или процессов по заданному параметру. Всего надо провести ранжирование пяти географических объектов и/или процессов. Тестовое задание считается выполненным и оценивается только при полностью правильном ранжировании.
Раздел V.
Вопросы 1-2. Открытый тест. Необходимо дать правильный ответ на поставленный вопрос.
Раздел VI.
Вопросы 1-2. Открытое тестовое задание с двумя тематически связанными ответами. При оценивании теста засчитывается каждый из правильных ответов.
Раздел VII.
Вопрос 1. Расчётная задача на определение заданного географического показателя или параметра.
Количество баллов, которые могут быть начислены за правильные ответы по каждому вопросу Разделов I-VII, представлены в таблице.

Раздел	Вопросы	Количество баллов за вопрос	Всего баллов за раздел
I	1-17	2	34
II	1-4	4-5 (по числу правильных вариантов ответа)	18
III	1-2	4	8
IV	1-2	5	10
V	1-2	4	8
VI	1-2	8	16
VII	1	6	6
ИТОГО	**1-30**	–	**100**

Комплекс предметов «Проба пера»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Проба пера» (литература) представляет собой список тем, которые участнику Олимпиады предлагается раскрыть в любом журналистском жанре. Каждый участник может представить на конкурс от 1 до 3 работ. Объем представляемых работ не регламентируется. Работы могут быть объединены общей темой или быть тематически самостоятельны – на усмотрение участника. Каждая работа оценивается тремя членами жюри независимо друг от друга, по следующим критериям:

1. Актуальность информации
2. Глубина раскрытия темы
3. Индивидуальность творческой манеры автора
4. Язык и стиль
5. Информационное наполнение текста

По каждому из названных критериев члены жюри могут присвоить представленной работе оценку от 1 до 10 баллов. Итоговая оценка работы, поставленная каждым членом жюри,

формируется как сумма оценок по всем критериям и может составить от 5 до 50 баллов. Общая оценка работы представляет собой среднеарифметическое значение трех оценок, поставленных разными членами жюри.
Максимально возможная оценка работы – 100 баллов.

Общеобразовательный предмет «Биология»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по биологии представляет собой тест, включающий текстовые и графические задания для 9-11 классов, и только графические задания для 6-8 классов. Ответы на вопросы могут включать в себя n из 4 позиций для 9-11 классов, и n из 5 – для 6-8 классов, но в вопросе не может не быть ни одного правильного ответа. Каждый вариант теста автоматически генерируется системой выполнения заданий путем случайного выбора нескольких вопросов из каждого банка, тематика которых соответствует различным областям биологических знаний. Каждый вариант для 9-11 классов содержит 25 вопросов, вариант 6-8 класса – 20 вопросов.
Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы задания при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна **100**. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов. При подсчете итоговой оценки каждый балл начисляется за правильно отмеченный и правильно не отмеченный вариант ответа. Снятие баллов за неправильные ответы не предусмотрено.

Комплекс предметов «Современный менеджер»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Современный менеджер» состоит из заданий по математике, английскому языку и обществознанию.
Задание по математике состоит из десяти задач. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы заданий при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна 34 баллам. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.
Вопросы 1-10. В каждом вопросе из четырех вариантов ответов необходимо выбрать один правильный.
Количество баллов, которые могут быть начислены за правильные ответы по каждому вопросу, представлены ниже:
Вопросы с 1 по 6 – 3 балла;
Вопросы с 7 по 10 – 4 балла.
Задание по английскому языку состоит из шести разделов. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы задания при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна 33. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.
Вопрос 11. Тестовое задание “Multiple answer” с несколькими правильными ответами. Из восьми вариантов ответов необходимо выбрать те, которые соответствуют информации в тексте к данному заданию.
Вопрос 12. Тестовое задание “Jumbled sentence” на установление хронологической последовательности. Необходимо вставить пропущенные в тексте предложения в правильном порядке, исходя из смысла и логики текста.
Вопросы 13 - 17. Тестовое задание “Multiple choice” по тексту. В каждом вопросе необходимо выбрать один правильный ответ, исходя из информации в тексте.
Вопросы 18 - 37. Тестовое задание “Multiple choice”, направленное на проверку знания лексики и грамматики. В каждом вопросе необходимо выбрать один правильный ответ.
Вопросы 38 - 47. Тестовое задание “Multiple choice”, направленное на проверку знания грамматики и синтаксиса. В каждом вопросе необходимо выбрать один правильный ответ.

Вопросы 48 – 57. Тестовое задание "Fill in the blank", направленное на проверку знания фразеологизмов, пословиц и поговорок. В каждом вопросе необходимо ввести одно слово (в случае с глаголом это может быть глагол с предлогом). В случае орфографических ошибок за вопрос начисляется **0** баллов. Употребление прописных и строчных букв не влияет на корректность ответа.

Количество баллов, которые могут быть начислены за правильные ответы по каждому вопросу, представлены ниже:

Вопрос с 11 по 12 – 4 балла;

Вопрос с 13 по 17 – 1 балл;

Вопрос с 18 по 57 – 0,5 балла;

Тестовое задание по обществознанию включает ознакомление с текстом и подготовку ответов на 3 открытых вопроса к нему.

Задание оценивается в максимальное значение 33 балла со следующим распределением баллов:

– 14 баллов максимум за ответ на первый вопрос

– 14 баллов максимум за ответ на второй вопрос

– 5 баллов максимум за ответ на третий вопрос

Каждый ответ на вопрос оценивается с учетом аргументированности, полноты и использования ключевых слов и словосочетаний.

Первый и второй вопросы включают по три подвопроса:

– ответ на первый подвопрос оценивается в 4 балла максимум

– ответы на второй и третий подвопросы оцениваются в 5 баллов максимум

(итого 14 баллов суммарно)

Ответ на третий вопрос оценивается по стандартной 5-балльной шкале, от 0 (ответ на вопрос отсутствует) до 5 (ответ полный, аргументированный, использованы необходимые ключевые слова и словосочетания).

Распределение баллов и критерии оценки на первый и второй вопросы представлены в таблице ниже:

Количество баллов	*Характеристика баллов*
От 13 до 14	Даны полные, аргументированные ответы на все подвопросы. Использованы необходимые ключевые слова
От 10 до 12	- Даны полные аргументированные ответы на два из трёх подвопросов. - Даны полные аргументированные ответы на все подвопросы, но не всегда использованы ключевые слова и словосочетания
От 7 до 9	- Отсутствует ответ на один из трёх подвопросов, на другие подвопросы даны полные аргументированные ответы - Даны ответы на все подвопросы, но они не всегда аргументированы или полны - Даны ответы на все подвопросы, но не использованы (часто не использованы) ключевые слова и словосочетания
От 4 до 6	- Отсутствует ответ на один из подвопросов, ответы на два других подвопроса не являются полными и аргументированными - Отсутствуют ответы на два подвопроса, дан аргументированный и полный ответ на один подвопрос
От 0 до 3	- Отсутствуют ответы на два или три подвопроса - Даны ответы на один или два подвопроса, но они не являются полными, аргументированными. Ключевые слова и словосочетания не использованы или использованы очень редко.

Общеобразовательный предмет «Информатика»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по информатике состоит из пяти задач. Оценивание задач происходит по первичным баллам. Подсчет первичной оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за ответы на каждый из вопросов. Максимальная сумма первичных баллов по всем правильно решенным задачам равна 20. Перевод первичных баллов в итоговые осуществляется умножением первичных баллов на 5. Максимальная сумма итоговых баллов по всем правильно выполненным задачам равна 100.

Задача 1. При выполнении задачи необходимо найти ответ либо ответить, что решения не существует. Полученный результат необходимо обосновать.

Задача 2. Определить результат выполнения предложенного алгоритма или программы. Алгоритм или программа представляют из себя последовательность шагов без применения циклов, рекурсий, функций или процедур. Ответом является число.

Задача 3. Определить результат выполнения предложенного алгоритма или программы. Алгоритм или программа представляют из себя последовательность шагов с применением циклов, рекурсий, функций или процедур. Ответом является число.

Задача 4. Задание на поиск ошибки в предложенной программе при условии, что цель этой программы известна (определена условием задачи).

Задача 5. Задание на построение алгоритма с использованием заранее заданных команд или функций.

Количество баллов, которые могут быть начислены за правильные ответы по каждой задаче, представлены ниже:

Задачи с 1 по 2 – 2 балла;

Задачи с 3 по 4 – 4 балла;

Задача 5 – 8 баллов;

При проверке работы учитывается следующее:

Задача 1. При наличии правильного ответа, но при отсутствии объяснения его нахождения – 1 балл.

Задача 2. При не верном ответе и при наличии пошагового разбора возможно выставление 1 балла если правильно выполнено не менее 60-70% алгоритма.

Задача 3. При не верном ответе и при наличии пошагового разбора возможно выставление: 1 балла если есть объяснение действий программы; 2 баллов если помимо объяснений действия программы сделана попытка (не менее 50% от предложенного алгоритма) пошагового разбора задачи; 3 балла если помимо объяснений действия программы сделан пошагового разбор задачи, но при определении ответа сделана ошибка.

Задача 4. Задача содержит программный код, в котором имеются ошибки, но известна конечная цель выполнения программы. При проверке задачи выставляется: 1 балл в случае если найдены 1-2 ошибки в задании цикла или в процедуре проверки условий; 2 балла выставляется в случае если найдены 3-4 ошибки в задании цикла и в процедуре проверки условий; 3 балла выставляется в случае если найдены 1-2 ошибки в задании цикла или в процедуре проверки условий а так же ошибки в задании переменной. 4 балла выставляется в случае если найдены 3-4 ошибки в задании цикла или в процедуре проверки условий, ошибки в задании переменной.

Задача 5. По условию задачи необходимо составить алгоритм фиксированной длинны. Алгоритм должен содержать заданные условием задачи функции с определенными свойствами. При проверке задачи выставляется: 1-2 балла в случае если сделана попытка написания алгоритма или имеется объяснение последовательности действий, однако данная попытка не является завершенной и не полной; 3-4 балла в случае если написанный алгоритм правильно выполняет только часть условий задачи (до 50% от условия задачи), либо в случае если участником не учтено ограничение на длину алгоритма; 5-6 баллов выставляется в случае если для правильной работы алгоритма достаточно поменять местами две рядом стоящие команды.

Комплекс предметов «Социология»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Социология» (обществознание, история) состоит из тестовых заданий закрытого и открытого типа. Закрытые вопросы тестового задания оцениваются либо-0, либо -8 баллов. Открытые вопросы оцениваются следующим образом:

0 баллов - за неверный ответ;
8 балл - дан верный ответ, нет обоснования;
10 баллов - дан верный ответ, но есть ошибки в обосновании;
14 баллов - дан верный ответ, приведено обоснование.

Максимально возможная оценка работы – 100 баллов.

Общеобразовательный предмет «Химия»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по химии состоит из четырех вопросов. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы задания при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна **100**. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.

Формулировка вопроса зависит от класса, в котором обучается участник Олимпиады. За полный и правильный ответ выставляется 25 баллов, на неправильный/неполный ответ выставляется 0 баллов.

Общеобразовательный предмет «Математика»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по математике состоит из четырех задач. Данные задачи могут быть на разные темы в рамках программ основного общего и среднего общего образования. В том числе, отдельная задача может охватывать сразу несколько таких тем.

Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены решения и ответы всех задач при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна **100**. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за решения и ответы каждой из задач.

Учитывая, что одной из основных целей олимпиады является выявление у обучающихся творческих способностей, в случае представления участником интересного оригинального решения задачи, ему может быть выставлен балл за эту задачу, превышающий максимальный за задачи данного типа на величину в пределах 20% при условии, что суммарный балл участника не превысит 100.

Задача 1. Представляет собой тестовое задание. Из нескольких вариантов ответов необходимо выбрать один, который участник считает правильным. В качестве варианта ответа возможен «другой ответ» - в том случае, если ни один из предложенных вариантов ответа не является верным. При этом участник может привести свой вариант ответа.

Максимальное количество баллов за тестовое задание – 10.

Задачи 2-4. Представляют собой задачи, сложность которых возрастает с номером. В соответствии со сложностью задач максимальные количества баллов, выставляемые за задачи, следующие:

Задача 2 – 21 балл;
Задача 3 – 29 баллов;
Задача 4 – 40 баллов.

Максимальное количество баллов за задачи – 90.

Общеобразовательный предмет «Право»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по праву состоит из десяти заданий, каждое из которых оценивается по следующей градации баллов:

10 баллов – вопрос раскрыт полностью и без ошибок;

5 баллов – вопрос раскрыт более чем наполовину;

0 баллов – вопрос не раскрыт (включая отсутствие ответа).

Для выставления итоговой оценки членом Жюри суммируются баллы за каждое из десяти заданий. Минимальное количество баллов за вариант: 0, максимальное: 100.

Комплекс предметов «Медицина»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по медицине (биология) состоит из шести разделов. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы задания при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна **100**. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждое задание.

Задание 1. Тестовое задание состоит из 10 вопросов. Необходимо выбрать один правильный ответ из четырёх вариантов. За каждый правильный ответ – 2 балла, максимум 20 баллов.

Задание 2. Тестовое задание состоит из пяти вопросов, в каждом четыре варианта ответов. Возможно несколько правильных ответов (от одного до четырёх). Оценивается совпадение ответов участника олимпиады с эталоном. Если участник олимпиады отметил правильный ответ, как верный, то он получает один балл. Если участник олимпиады отметил правильный ответ неверно, то он получает ноль баллов. Если участник олимпиады отметил неправильный ответ, как верный, то он получает ноль баллов. Если участник олимпиады отметил неправильный ответ как неверный, то он получает один балл. За данное задание можно получить максимум 20 баллов.

Задание 3. Тест состоит из пяти заданий, в каждом имеется четыре понятия. Необходимо исключить одно лишнее понятие. За каждый правильный ответ на задание участник получает 3 балла. Баллы начисляются пропорционально количеству правильных ответов (за два правильных ответа – 6 баллов, за три – 9, за четыре – 12 и за 5 правильных ответов – 15 баллов).

Задание 4. В предложенном тексте нужно назвать, что означает данное развернутое определение. За каждый правильный ответ – 5 баллов. За правильные ответы на четыре определения можно получить максимум 20 баллов.

Задание 5. Необходимо дать короткий ответ на каждый вопрос (за правильный ответ – 5 баллов). За три правильных ответа - 15 баллов.

Задание 6. Тестовое задание состоит из 10 вопросов. Необходимо определить, согласен ли участник олимпиады с представленными утверждениями. Для ответа используются вариант «да» или «нет». За каждое правильное «да/нет» – 1 балл, максимум 10 баллов.

Максимально возможная оценка работы – 100 баллов.

Комплекс предметов «Экономика»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по экономике (обществознание, математика) состоит из 10 теоретических вопросов и 4 задач. Максимальная итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены правильные ответы на все вопросы и задания, составляет 100. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.

Вопросы 1-9. Открытые вопросы из «Экономической теории». Из четырех вариантов ответов необходимо выбрать один правильный.
За каждый правильный ответ выставляется 5 баллов.
Вопрос 10. Открытый вопрос из «Экономической теории», требующий более глубокого понимания вопроса или более широких знаний. Из четырех вариантов ответов необходимо выбрать один правильный.
Правильный ответ оценивается в 7 баллов.
Задания 11 и 12. Стандартные задачи по макро и микро экономике.
Правильно решенная задача с правильным ответом оценивается в 11 баллов.
Задание 13. Задача на применение простых процентов в экономике.
Правильно решенная задача с правильным ответом оценивается в 11 баллов.
Задание 14. Задача на применение сложных процентов или применение простых процентов в сочетании с применением задач на целые числа, требующая владением математического аппарата.
Правильно решенная задача с правильным ответом оценивается в 15 баллов.
Количество баллов, которые могут быть начислены за правильные ответы по каждому заданию, приведены ниже:
Задание с 1 по 9 – 5 баллов;
Задание 10 – 7 баллов;
Задание с 11 по 13 – 11 баллов;
Задание 14 – 15 баллов;

Общеобразовательный предмет «История»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по истории формируется с учетом применения многофакторного подхода в изучении истории (географический; природно-климатический; геополитический; этно-национальный; религиозный; личностный; социальной организации и др. факторы).
Общая (итоговая) сумма за ответы на все вопросы – 100 баллов. Подсчет общего числа баллов осуществляется посредством суммирования баллов, выставленных за каждое задание. Высший балл (100 баллов) выставляется, если даны исчерпывающие, полные, правильные ответы на все вопросы без ошибок и неточностей.

Общеобразовательный предмет «Обществознание»

Задание отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по обществознанию состоит из одного раздела. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы задания при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна 100. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.
Вопрос 1-25. Тестовое задание. Из четырех вариантов ответов необходимо выбрать один правильный. При наличии правильного ответа выставляется 4 балла, при неправильном ответе – 0 баллов.
Максимально возможная оценка работы – 100 баллов.

УТВЕРЖДАЮ
Председатель Организационного комитета
Олимпиады школьников СПбГУ
_________ И.А. Горлинский
«_1_» апреля 2014 года

Критерии проверки заданий заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ в 2013-2014 учебном году по общеобразовательным предметам (комплексам предметов):

Комплекс предметов «Иностранные языки»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по иностранным языкам составляет 100 баллов.

Олимпиадная работа представляет собой творческое задание по иностранному языку, предоставляющее возможность для участников олимпиады продемонстрировать языковую компетентность в области анализа текста на иностранном языке, перевода текстов с русского на иностранный язык и с иностранного языка на русский; восприятия иноязычной речи, умения вести письменный диалог, умения излагать собственные мысли на иностранном языке. Задание оценивается из 100 баллов. Задание выполняется в письменной форме и состоит из элементов, каждый из которых оценивается отдельно; для каждой составляющей установлено максимальное кол-во баллов, зависящее от сложности задания. Общий итог работы оценивается по сумме набранных за отдельные элементы задания баллы. Все работы проверяются, по результатам проверки создается сводный список участников (по убыванию баллов).

Комплекс предметов «Медицина»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по медицине составляет 100 баллов.

Задания Олимпиады состоят из шести (для 11-х классов) или семи (для 9-х и 10-х классов) творческих задач. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждое задание.

Задания Олимпиады для 9 класса.

Задание 1. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 20 баллов. В задании 5 вопросов. За каждый вопрос начисляются баллы: за 1-й вопрос – 2 балла, за 2-й вопрос – 6 баллов, за 3-й, 4-й и 5-й вопросы по 4 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

10 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

15 баллов – ответ полный, но неточный.

20 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 2. Необходимо решить задачу.

0 баллов – неверное решение.

5 баллов – ход рассуждений верный, но не получен правильный ответ.

10 баллов - за правильное решение.

Задание 3. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 12 баллов. В задании 4 вопроса. За правильный ответ на каждый вопрос начисляется 3 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

8 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

10 баллов – ответ полный, но неточный.

12 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 4. В задании один вопрос. За подробный, полный и развёрнутый ответ - 3 балла.

Задание 5. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 5 баллов. В задании 2 вопроса. За правильный ответ на каждый вопрос начисляется по 2,5 балла.

Задание 6. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 25 баллов. В задании 5 вопросов. За каждый вопрос начисляется по 5 баллов.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - ответ неполный, при этом содержит фактические ошибки.

10 баллов – ответ неполный и неточный, либо ответ полный, но содержит фактические ошибки.

15 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

20 баллов - ответ полный, но неточный.

25 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 7. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 25 баллов. В задании 5 вопросов. За каждый вопрос начисляется баллы: за 1-й вопрос – 2 балла, за 2-й и 3-й вопросы по 8 баллов, за 4-й – 5 баллов.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - ответ неполный, при этом содержит фактические ошибки.

10 баллов – ответ неполный и неточный, либо ответ полный, но содержит фактические ошибки.

15 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

20 баллов - ответ полный, но неточный.

25 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задания Олимпиады для 10 класса.

Задание 1. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 20 баллов. В задании 5 вопросов. За каждый вопрос начисляется по 4 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

10 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

15 баллов – ответ полный, но неточный.

20 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 2. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 16 баллов. В задании 4 вопроса. За правильный ответ на каждый вопрос начисляется 4 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

4 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

8 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

12 баллов – ответ полный, но неточный.

16 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 3. За подробный, полный и развёрнутый ответ на задание абитуриент может получить 10 баллов.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

2 балла – ответ неполный, при этом содержит фактические ошибки.

4 балла – ответ неполный и неточный, либо ответ полный, но содержит фактические ошибки.

6 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

8 баллов – ответ полный, но неточный.

10 баллов – ответ полный и точный.

Задание 4. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 20 баллов. В задании 5 вопросов. За каждый вопрос начисляется баллы: за 1-й вопрос – 8 баллов (необходимо решить задачу), за 2-й и 5-й вопросы по 4 балла, за 3-й и 4-й по 2 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует, неверное решение задачи.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

10 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

15 баллов – ответ полный, но неточный, в решении задачи ход рассуждений верный, но не получен правильный ответ.

20 баллов – ответ развернутый, полный и точный, задача решена верно.

Задание 5. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 12 баллов. В задании 4 вопроса. За правильный ответ на каждый вопрос начисляется 3 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

8 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

10 баллов – ответ полный, но неточный.

12 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 6. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 12 баллов. В задании 4 вопроса. За правильный ответ на каждый вопрос начисляется 3 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

8 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

10 баллов – ответ полный, но неточный.

12 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 7. За подробный, полный и развёрнутый ответ на задачу по генетике абитуриент может получить 10 баллов.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

8 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

10 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задания Олимпиады для 11класса.

Задание 1. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 20 баллов. В задании 5 вопросов. За каждый вопрос начисляется по 4 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

10 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

15 баллов – ответ полный, но неточный.

20 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 2. За подробный, полный и развёрнутый ответ на задание абитуриент может получить 10 баллов.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

2 балла – ответ неполный, при этом содержит фактические ошибки.

4 балла – ответ неполный и неточный, либо ответ полный, но содержит фактические ошибки.

6 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

8 баллов – ответ полный, но неточный.

10 баллов – ответ полный и точный.

Задание 3.

За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 16 баллов. В задании 4 вопроса. За правильный ответ на каждый вопрос начисляется 4 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

4 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

8 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

12 баллов – ответ полный, но неточный.

16 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 4. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 14 баллов. В задании 4 вопроса. За каждый вопрос начисляется баллы: за 1-й вопрос – 2 балла, за 2-й – 5 баллов, за 3-й вопрос - 4 балла, за 4-й - 3 балла.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

9 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

12 баллов – ответ полный, но неточный.

14 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 5. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 20 баллов. В задании 5 вопросов. За каждый вопрос начисляется баллы: за 1-й, 4-й и 5-й вопросы по 2 балла, за 2-й – 8 баллов, за 3-й вопрос - 6 баллов.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

10 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

15 баллов – ответ полный, но неточный.

20 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Задание 6. За подробный, полный и развёрнутый ответ на все вопросы задания абитуриент может получить 20 баллов. В задании 5 вопросов. За каждый вопрос начисляется баллы: за 1-й и 4-й вопросы по 2 балла, за 2-й – 4 балла, за 3-й вопрос - 8 баллов.

0 баллов – ответ принципиально неверный; или ответ отсутствует.

5 баллов - при наличии фактических ошибок или неточностей в ответе.

10 баллов – ответ неполный и неточный, без фактических ошибок.

15 баллов – ответ полный, но неточный.

20 баллов – ответ развернутый, полный и точный.

Комплекс предметов «Проба пера»

Задания Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов Проба пера представляют собой комплекс, состоящий из теста с открытыми вопросами по теме «Общество и СМИ», теста с закрытыми вопросами по теме «Стилистика публицистического текста», двух творческих работ: написание рецензии на журналистский документальный фильм, написание материала по итогам пресс-конференции. Каждое из 4 заданий оценивается по стобалльной шкале, итоговый результат представляет собой сумму баллов за четыре задания.

Техническая проверка тестовых заданий осуществляется членами жюри по ключам, представленным Методической комиссией. В оценке творческих работ члены жюри руководствуются следующими критериями:

1. Актуальность
2. Фактологическая насыщенность текста
3. Глубина раскрытия темы
4. Гармоничность композиционной структуры текста
5. Культура аргументации
6. Индивидуальность творческой манеры автора
7. Языковая грамотность

В случае, если между членами жюри возникли разногласия в оценке творческой работы участника, работу перепроверяет Председатель жюри и принимает решение о постановке конечной оценки.

Комплекс предметов «Современный менеджер»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов Современный менеджер (математика, английский язык, обществознание) составляет 100 баллов.

Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждое задание.

Критерии и методики оценки заданий по математике.

Олимпиадное задание состоит из **десяти** задач. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы заданий при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна 40 баллам. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.

Блок 1. **Вопросы 1-4.** Для ответа на каждый из вопросов необходимо выбрать и отметить один из предлагаемых ответов.

Блок 2. **Вопросы 5-8.** Для ответа на каждый из вопросов необходимо решить задачу, сформулировать и записать ответ.

Блок 3. **Вопросы 9-10.** Для ответа на каждый из вопросов необходимо решить задачу, записать полное решение, сформулировать и записать ответ.

Количество баллов, которые могут быть начислены за правильные ответы по каждому вопросу, указаны в бланках заданий рядом с номером вопроса.

Критерии и методики оценки заданий по английскому языку.

Олимпиадное задание по английскому языку состоит из пяти блоков. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы задания при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна **33**. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.

Блок 1: вопросы 1 – 6. Тестовое задание “Multiple choice” по тексту. В каждом вопросе необходимо выбрать <u>один</u> правильный ответ, исходя из информации в тексте.

Блок 2: вопросы 7 – 21. Тестовое задание, направленное на проверку умения видеть логику текста и выделять элементы его структуры. Задание состоит из двух текстов и предполагает выполнение двух задач: правильное распределение предложений (исходя из названий текстов и первых двух предложений, данных в качестве примера) и установление хронологической последовательности данных предложений в рамках каждого из текстов.

За правильное распределение предложений начисляется **3** балла. За правильное установление хронологической последовательности также начисляется **3** балла. За все задание, выполненное корректно, начисляется **6** баллов. При наличии ошибок в одной из секций (распределение или установление последовательности) за данную секцию начисляется **0** баллов.

Блок 3: вопросы 22 – 36. Тестовое задание “Multiple choice”, направленное на проверку знания лексики и лексической сочетаемости. В каждом вопросе необходимо выбрать <u>один</u> правильный ответ.

Блок 4: вопросы 37 – 51. Тестовое задание “Multiple choice”, направленное на проверку знания лексики и грамматики. В каждом вопросе необходимо выбрать <u>один</u> правильный ответ. При наличии орфографических ошибок за вопрос начисляется **0** баллов.

Блок 5: вопрос 52. Тестовое задание «Кроссворд», направленное на проверку лексики и грамматики. В каждом вопросе необходимо вписать <u>одно</u> слово. При наличии орфографических ошибок за вопрос начисляется **0** баллов.

Количество баллов, которые могут быть начислены за правильные ответы по каждому вопросу, представлены в Таблице 2:

Таблица 2. Распределение баллов, английский язык

Вопрос	***Количество баллов***
1 - 6	6 баллов (по 1 баллу за каждый вопрос)
7 - 21	6 баллов (по 3 балла за каждую из секций)
22 - 36	5 баллов (по 0,3 балла за каждый вопрос)
37 - 51	5 баллов (по 0,3 балла за каждый вопрос)
52	11 баллов (по 0,3 балла за каждый вопрос в рамках задания «Кроссворд»)
Итого	**33 балла**

Критерии и методики оценки заданий по обществознанию.

1. Тестовое задание по дисциплине «Обществознание» включает ознакомление с текстом и подготовку ответов на 3 открытых вопроса к нему
2. Задание оценивается в 27 баллов максимум со следующим распределением баллов:

- 9 баллов максимум за ответ на первый вопрос
- 9 баллов максимум за ответ на второй вопрос
- 9 баллов максимум за ответ на третий вопрос

3. Ответ на каждый из вопросов оценивается с учетом его:

- аргументированности;
- полноты;
- использования ключевых слов и словосочетаний

Распределение баллов и критерии оценки на вопросы представлены в таблице ниже:

Вербальная оценка	***Балльная оценка***	***Характеристика баллов***
Отлично	9	Дан полный, аргументированный ответ на все вопрос. Использованы необходимые ключевые слова и словосочетания
Хорошо	От 7 до 8	Ответ полный, аргументированный, но ключевые слова использованы в недостаточной степени Ответ аргументированный, ключевые слова использованы. Но он не является достаточно полным
Удовлетворительно	От 5 до 6	Ответ на вопрос недостаточно полный и недостаточно аргументированный. При ответе использованы ключевые слова и словосочетания
Неудовлетворитель но	От 3 до 4	Ответ на вопрос неполный и неаргументированный. Ключевые слова не использованы либо использованы очень редко
Плохо	От 0 до 2	Ответ на вопрос отсутствует Дан ответ, не связанный с существом вопроса

Комплекс предметов «Социология»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по социологии составляет 100 баллов.

Олимпиадное задание состоит из двух блоков. Первый блок состоит из 6 открытых вопросов, на которые требуется дать развернутые ответы. Второй блок представлен эссе. Наибольшая итоговая сумма баллов, которой могут быть оценены ответы на все вопросы олимпиады при условиях их полноты, отсутствия ошибок и неточностей равна 100 баллам. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за ответы на каждый из вопросов соответствующего раздела.

Задания ***1-го блока (6 заданий)*** оцениваются по шкале от 0 до 10 баллов: полное правильное выполнение задания - 10 баллов; выполнение задания с одним неверно указанным символом или неточностью - 8 баллов; выполнение задания с одной ошибкой или двумя неверно указанными символами или неточностями - 6 баллов; выполнение задания при допущении двух ошибок или более двух неверно указанных символов и неточностей - 4 балла; выполнение задания при допущении трех ошибок или более трех неверно указанных символов и неточностей - 2 балла; выполнение задания при допущении более двух грубых ошибок - 0 баллов. Максимальное число баллов за ***блок 1*** равно 60 баллам.

Задание ***2-го блока (эссе)*** оценивается от 0 до 40 баллов.

Примечание.

*Под неточностью подразумевается ограничительная или расширительная трактовка термина, факта или события.

*Несущественными ошибками признаются: а) некорректные определения явлений, процессов, событий, в которых правильно сформулировано и отражено более половины признаков, элементов, оснований, стадий и последствий развития, необходимых для обоснования сущности названных явлений, процессов и событий; б) отклонения от орфографических норм, принятых при написании специальных терминов, названий или имен собственных, не искажающие смысла перечисленных понятий; в) отсутствие анализа позиции автора высказывания.

**Существенными ошибками признаются: а) неверные определения явлений, процессов, событий, искажающие их сущность; б) некорректные определения явлений, процессов, событий, в которых правильно сформулировано и отражено менее половины признаков, элементов, оснований, стадий и последствий развития, необходимых для обоснования сущности названных явлений, процессов и событий; в) отклонения от орфографических норм, принятых при написании специальных терминов, названий или имен собственных, искажающие смысл перечисленных понятий; г) отсутствие четкого внутреннего смыслового единства текста, логичности в изложении темы; д) нарушение причинно- следственных связей в раскрытии темы эссе; е) представление только одного аспекта проблемы; ж) отсутствие достаточной аргументации в раскрытии хотя бы одного аспекта проблемы, указанной в эссе.

***Грубыми ошибками признаются: а) неверные определения явлений, процессов, событий, а равно и искажения в употреблении специальных терминов, названий и имен собственных, свидетельствующие о непонимании или незнании определенного раздела разделов государственного образовательного стандарта среднего (общего) образования по обществознанию; б) отсутствие в ответах на вопросы заданий итоговых выводов, а равно и несоответствия между выводами и фактическим материалом, свидетельствующие о незнании или непонимании участником олимпиады логики социальноисторических процессов; в) неверные определения явлений, процессов и событий, указывающие на незнание или непонимание участником олимпиады периодизации социально-исторических процессов и связей конкретных событий и явлений с этой периодизацией; г) непонимание участником олимпиады содержания проблемы, сформулированной в тексте эссе.

Комплекс предметов «Филология»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по филологии составляет 100 баллов.

Олимпиадная работа представляет собой интегративное творческое задание, по русскому языку, литературе, иностранному языку. Участникам Олимпиады предлагается текст для самостоятельного анализа; наряду со знанием предмета, школьники должны продемонстрировать исследовательскую компетентность и способность к творческому осмыслению и преобразованию представленного материала. Задание выполняется в письменной форме и состоит из элементов, каждый из которых оценивается отдельно; для каждой составляющей установлено максимальное кол-во баллов, зависящее от сложности задания. Общий итог работы оценивается по сумме набранных за отдельные элементы задания баллы.

Комплекс предметов «Экономика»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по экономике составляет 100 баллов.

Критерии оценки заданий Олимпиады (варианты для 9 класса) приведены в таблице:

№ задания	Критерии оценивания	Баллы
Задача 1	Все четыре задания решены полностью, даны верные ответы и задания имеют правильный ход решения	**20**
	Решены полностью правильно три из четырех заданий, которые имеют верный ход решения.	15
	Решены полностью правильно два из четырех заданий, которые имеют верный ход решения.	10
	Решено полностью правильно одно из четырех заданий, которые имеют верный ход решения.	5
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0
Задача 2	Оба задания решены полностью, даны верные ответы и имеется правильный ход решения	**10**
	Решено полностью одно из двух заданий, которое имеет верный ход решения.	5
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0
Задача 3	Все три задания решены полностью, даны верные ответы, задания имеют правильный ход решения и даны правильные пояснения	**35**
	Решены полностью правильно два из трех заданий, которые имеют верный ход решения и правильные пояснения.	20
	Решено полностью правильно одно из трех заданий, которое имеет верный ход решения и правильные пояснения.	10
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0
Задача 4	Все три задания выполнены полностью	**30**
	Решены полностью правильно два из трех заданий, которые имеют верный ход решения и правильные пояснения.	20
	Решено полностью правильно одно из трех заданий, которое имеет верный ход решения и правильные пояснения.	10
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0
Задача 5	Задача решена полностью, даны верные ответы и задания имеют правильный ход решения	**5**
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0

Критерии оценки заданий Олимпиады (варианты для 10-11 классов) приведены в таблице:

№ задания	Критерии оценивания	Баллы
Задача 1	Все 5 заданий решены полностью, даны верные ответы и задания имеют правильный ход решения	**25**
	Решены полностью правильно четыре из пяти заданий, которые имеют верный ход решения.	20
	Решены полностью правильно три из пяти заданий, которые имеют верный ход решения.	15
	Решены полностью правильно два из пяти заданий, которые имеют	10

	верный ход решения.	
	Решено полностью правильно одно из пяти заданий, которые имеют верный ход решения.	5
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0
Задача 2	Оба задания решены полностью, даны верные ответы и имеется правильный ход решения	**10**
	Решено полностью одно из двух заданий, которое имеет верный ход решения.	5
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0
Задача 3	Все три задания решены полностью, даны верные ответы, задания имеют правильный ход решения и даны правильные пояснения	**15**
	Решены полностью правильно два из трех заданий, которые имеют верный ход решения и правильные пояснения.	10
	Решено полностью правильно одно из трех заданий, которое имеет верный ход решения и правильные пояснения.	5
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0
Задача 4	Задача полностью решена правильно, но оба задания даны правильные ответы.	**20**
	Решено полностью правильно одно из двух заданий, которые имеют верный ход решения и правильные пояснения.	10
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0
Задача 5	Все три задания решены полностью, даны верные ответы, задания имеют правильный ход решения и даны правильные пояснения	**30**
	Решены полностью правильно два из трех заданий, которые имеют верный ход решения и правильные пояснения.	20
	Решено полностью правильно одно из трех заданий, которое имеет верный ход решения и правильные пояснения.	10
	Отсутствует ход решения, или имеется неверный ход решения, и/или дан неправильный ответ.	0

Общеобразовательный предмет «Биология»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по биологии составляет 100 баллов.

Критерии оценки заданий Олимпиады (варианты для 10-11 классов) приведены в таблице:

Тип задания	Кол-во заданий в варианте	Максимальное количество баллов за задание	Критерий оценивания	Максимальное количество баллов за задание
Задание №1 Тестовые задания. Выбрать все правильные ответы из 5 предложенных	6	5	За каждый правильно выделенный и правильно не выделенный ответ начисляется 1 балл	30
Задание №2 Блок-схема. Соединить блоки на рисунке стрелками в правильном порядке	1	5	За каждую правильную стрелку начисляется, а за каждую неправильную стрелку снимается 1 балл. Минимальная оценка за задание – 0 баллов.	5
Задание №3 Подписи к рисунку. 5 подписей	1	5	За каждую подпись может быть начислено 0-0,5-1 балл в зависимости от её точности.	5

Задание №4 Дорисовать или нарисовать рисунок.	1	10	За каждый нарисованный и подписанный элемент может быть начислено 0-1-2 балла в зависимости от точности и качества рисунка и подписи.	10
Задание №5 Расчётная задача	1	5	Оценивание производится по накопительной системе. За каждое правильное действие начисляется 1 балл (действия в решении и ответ)	5
Задание №6 Работа с текстом (характеристика верности высказывания)	1	5	За каждую верно найденную ошибку начисляется 0,5 балла, за каждую верно исправленную ошибку начисляется 0,5 балла.	5
Задание №7 Работа с информацией	1	10	За каждый правильно выбранный или правильно не выбранный вариант ответа в тестовых вопросах к этому заданию начисляется 0,5 балла	10
Задание №8 Решить генетическую задачу	1	10	Оценивание производится по накопительной системе. За каждое правильное действие начисляется 1 балл.	10
Задание №9 Дать развёрнутый ответ на вопрос	1	10	Оценивание производится по накопительной системе. За каждое правильное действие начисляется 1 балл.	10
Задание №10 Предложить схему эксперимента	1	10	Оценивается: Выдвижение гипотезы 0-1-2 балла Описание опыта и, если нужно, необходимых для него приборов и материалов 0-1-2 балла Указание, что является опытом, а что контролем 0-1 балл Соответствие опыта и гипотезы 0-1-2 балла Выводы по эксперименту 0-1-2 балла Указание наличия повторностей 0-1 балл.	10

Критерии оценки заданий Олимпиады (варианты для 9 классов) приведены в таблице

Тип задания	Кол-во заданий в варианте	Максимальное количество баллов за задание	Критерий оценивания	Максимальное количество баллов за задание
Задание №1 Тестовые задания. Выбрать все правильные ответы из 5 предложенных	6	5	За каждый правильно выделенный и правильно не выделенный ответ начисляется 1 балл	30
Задание №2 Блок-схема. Вписать в пустые поля слова из предложенного списка.	1	5	За каждое слово, вписанное в правильное поле, начисляется 1 балл, за каждое слово, вписанное в ошибочное поле, снимается 1 балл. Минимальная оценка за задание – 0 баллов.	5
Задание №3 Подписи к рисунку. 5 подписей	1	5	За каждую подпись может быть начислено 0-0,5-1 балл в зависимости от её точности.	5
Задание №4 Дорисовать или нарисовать рисунок.	1	10	За каждый нарисованный и подписанный элемент может быть начислено 0-1-2 балла в зависимости от точности и качества рисунка и подписи.	10
Задание №5 Расчётная задача	1	5	Оценивание производится по накопительной системе. За каждое	5

			правильное действие начисляется 1 балл (действия в решении и ответ)	
Задание №6 Работа с текстом (характеристика верности высказывания)	1	5	За каждую верно найденную ошибку начисляется 0,5 балла, за каждую верно исправленную ошибку начисляется 0,5 балла.	5
Задание №7 Работа с информацией	1	10	За каждый правильно выбранный или правильно не выбранный вариант ответа в тестовых вопросах к этому заданию начисляется 0,5 балла	10
Задание №8 Решить генетическую задачу	1	10	Оценивание производится по накопительной системе. За каждое правильное действие начисляется 1 балл.	10
Задание №9 Дать развёрнутый ответ на вопрос	1	10	Оценивание производится по накопительной системе. За каждое правильное действие начисляется 1 балл.	10
Задание №10 Работа с изображением	1	10	Оценивается: За каждый верный ответ на вопросы в задании начисляется от 0,5 до 2 баллов, в зависимости от точности ответа и строгости формулировки.	10

Критерии оценки заданий Олимпиады (варианты для 7-8 классов) приведены в таблице:

Тип задания	Кол-во заданий в варианте	Максимальное количество баллов за задание	Критерий оценивания	Максимальное количество баллов за задание
Задание №1 Тестовые задания. Выбрать все правильные ответы из 5 предложенных	6	5	За каждый правильно выделенный и правильно не выделенный ответ начисляется 1 балл.	30
Задание №2 Дорисовать или нарисовать рисунок.	1	10	За каждый нарисованный и подписанный элемент может быть начислено 0-1-2 балла в зависимости от точности и качества рисунка и подписи.	10
Задание №3 Работа с текстом (восстановить повреждённый текст)	1	10	За каждое верно вписанное слово и объяснение начисляется 0-1-2 балла.	10
Задание №4 Подписи к рисунку. 10 подписей	1	10	За каждую подпись начисляется 0-0,5-1 балл в зависимости от её точности.	10
Задание №5 Выбрать лишнее	1	5	За каждый правильно выбранный и правильно не выбранный вариант ответа начисляется 1 балл.	5
Задание №6 Работа с информацией	1	5	За каждый правильно выбранный вариант ответа в альтернативных вопросах к этому заданию начисляется 1 балл	5
Задание №7 Расчётная задача	1	10	Оценивание производится по накопительной системе. За каждое правильное действие начисляется 1 балл (действия в решении и ответ)	10
Задание №8 Решить кроссворд.	1	10	За каждый правильно вписанный ответ начисляется 1 балл.	10
Задание №9 Дать развёрнутый ответ на вопрос	1	10	Оценивание производится по накопительной системе. За каждое правильное действие начисляется 1 балл.	10

Критерии оценки заданий Олимпиады (варианты для 5-6 классов) приведены в таблице:

Тип задания	Кол-во заданий в варианте	Максимальное количество баллов за задание	Критерий оценивания	Максимальное количество баллов за задание
Задание №1 «Что?Где?Когда?». Ответ на поставленный вопрос.	5	2	За каждый ответ начисляется 0-1-2 балла в зависимости от точности формулировки	10
Задание №2 Работа с рисунком. Выбрать для каждого рисунка подходящее описание.	1	10	Начисляется 2 балла за каждое правильно выбранное описание. Плюс 2 балла за все правильно выбранные описания.	10
Задание №3 Работа с картой. Ответить на вопросы по карте.	1	15	За каждый верный ответ начисляется 1-3 балла в зависимости от точности.	15
Задание №4 Нарисовать рисунок по описанию.	1	20	За каждый нарисованный элемент начисляется 0-1-2 балла в зависимости от точности и качества изображения.	20
Задание №5 Работа с информацией.	1	15	За каждый правильно выбранный вариант ответа в альтернативных вопросах к этому заданию начисляется 1 балл, за правильно вписанный ответ 0-1-2 балла, за верный и обоснованный ответ на последний вопрос – 3 балла.	15
Задание №6 Работа с изображением. Сформулировать подпись к изображению.	1	10	Баллы начисляются по накопительной системе в зависимости от точности описания.	10
Задание №7 Рисунок проекта.	1	20	Оценивание производится по накопительной системе. За каждый правильно изображенный элемент и описание начисляется до 4 баллов.	20

Общеобразовательный предмет «География»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по географии составляет 100 баллов.

Задача	Количество начисляемых баллов	Требования к формулировке правильных ответов на вопросы экзаменационного задания
I.	**5 баллов**	1. За определение мили как дуги меридиана равной 1'.
	5 баллов	2. За вычисление длины дуги меридиана равной 1' либо через величину полярного радиуса Земли, либо через значение длины меридиана.
	5 баллов	3. За определение узла как самостоятельной единицы скорости равной 1 миля/час.
	5 баллов	4. За определение параметра узла в угловых единицах.
II.	**2,5 балла (4х0,5+2х0,25)**	1. Определение предложенных по номерам на картосхеме № 1 существующих на 1.1.1954 г. и современных названий субъектов РСФСР/РФ (за каждый правильно заполненный столбец №№ 1, 21, 23а, 24 – 0,5 балла; за каждый правильно заполненный столбец №№ 8а и 25 по 0,25 балла).
	0,5 балла (0,25+0,25)	2. Указание времени (1954 год – 0,25 балла) и причины выхода из состава РСФСР в состав УССР (в честь 300-летия воссоединения России и Украины– 0,25 балла) региона № 21 на картосхеме № 1 (Крымской области).
	7 баллов (7х0,5+7х0,5)	3. За название каждого не существующего на 1.1.1954 г. субъекта – по 0,5 балла. За правильно нанесённый контур каждого из этих субъектов на картосхеме № 2 – по 0,5 балла.
	6 баллов (6х0,5+6х0,5)	4. За каждый правильно заполненный столбец с названиями переименованных областей №№ I-VI – по 0,5 балла. За правильно нанесённый контур каждой из этих областей на картосхеме № 2 – по 0,5 балла.
	2 балла (2х0,5+2х0,5)	5. За каждую правильно заполненную строку в таблице п. 5 (области РФ с

		переименованными административными центрами) – по 0,5 балла. За правильно нанесённый контур каждой из этих областей на картосхеме № 2 – по 0,5 балла. 7 субъектов
	1 балла (0,5+2х0,25)	6. За указание названия ликвидированной в 1957 году, но существующей на 1.1.1954 г. области – Великолукская область (0,5 балла). За правильную отметку на картосхеме № 2 регионов, в состав которых вошла её территория (Псковская и Тверская области) – по 0,25 балла.
	1 балл (2х0,25+0,5)	7. За правильное указание современных государств в Европейской части, с которыми за этот период (на 1.1.12014 г.) изменилась государственная граница РФ из-за преобразований АТЕ: 1) Финляндия и 2) Украина – по 0,25 балла; 3) Грузия – 0,5 балла.
III.	**4 балла (2х2,0)**	1. Верное определение города – по 2 балла (всего 2 города).
	4 балла (2х1,0+2х1,0)	2. Верное определение государства и столицы страны, где расположен город – по 1 баллу (всего 2 государства и 2 столицы).
	4 балла (2х2,0)	3. Верное название гор (Альпы) и острова (Ирландия) – по 2 балла.
	2 балла	4. Правильное название области, столицей которого является Милан (Ломбардия) – 2 балла.
	2 балла (2х1,0)	5. Верное определение государства – 1 балл и его столицы – 1 балл, расположенного на острове Ирландия.
	2 балла	6. Фамилия русского полководца, в торжественной обстановке посетившего Милан в апреле 1799 года (А.В. Суворов) – 2 балла.
	2 балла (2х1,0)	7. Правильное название конфликтующих деноминаций (католики и протестанты) в Северной Ирландии – 2 балла (1 балл за каждую деноминацию).
IV.	**2 балла (2х1,0)**	1. За верное указание начала года (22.12) и высоты Солнца (90°) – по 1 баллу.
	16 баллов (8х2,0)	2. За верный расчет среднегодового населения (562,5 чел.), рождаемости (39‰), смертности (96‰), естественного прироста/убыли в ‰ (– 57‰), миграционного прироста в ‰ (9‰), младенческой смертности (409‰), доли женщин на конец года (50,3%), доли умерших от естественных причин (57%) – по 2 балла за каждую позицию.
	2 балла (2х1,0)	3. За верный расчет естественного прироста/убыли в чел. (– 32) и миграционного прироста в чел. (5) – по 1 баллу за каждую позицию.
V.	**5 баллов (5х1,0)**	1. За правильное нанесение на карте топографических знаков карьера, знак с указанием параметров брода, церкви в с. Пирожково, колодца и редколесья – по 1 баллу за каждую позицию.
	15 баллов (30х0,5)	2. За правильное нанесение на карте топографических знаков, расстояний между объектами и их ориентации: знак «Луга» у Калачево, дорога от Калачево на восток (ровно 20 мм), знак просёлочной дороги, колодец слева по ходу дороги на Бубликово (40 мм от поворота), знак колодца в 6 мм слева от дороги, знак лиственного дерева в 2 мм к северу от колодца, подпись «дуб», смена редколесья на луга на отрезке пути дороги после колодца, знак моста, размещение моста ровно в 100 мм от поворота на юг, ширина реки у моста (4 мм), ориентация р. Свистулька с СВ на ЮЗ, подпись названия реки со стрелкой, указывающей на направление течения, брод в 80 мм выше по течению от моста, ширина реки у брода (2 мм), знак тропинки по правому берегу реки до брода, знак тропинки по левому берегу реки от брода до с. Пирожково (80 мм), знаки строений в с. Пирожково и подпись названия СНП, знаки строений в д. Бубликово и подпись названия СНП, дорога от моста до Бубликово (60 мм), знак тропинки от Бубликово до устья ручья, расстояние на ЮВ от Бубликова до родника 20 мм, луга вокруг тропинки к устью ручья, знак родника, ручей, текущий на ЮЗ от родника до оз. Студёное (40 мм), подпись названия ручья («Звонкий») со стрелкой, указывающей на направление течения, знак озера и подпись «оз. Студёное», диаметр озера (≈ 24 мм), знак болота и подпись «бол. Тёмное» у западного берега озера, размеры болота (квадрат в масштабе карты ≈ 28х28 мм).

Общеобразовательный предмет «Информатика»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по информатике составляет 100 баллов.

Задание состоит из четырех задач. Оценивание задач происходит по первичным баллам. Подсчет первичной оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за ответы на каждый из вопросов. Максимальная сумма первичных баллов по всем правильно решенным задачам равна 20. Перевод первичных баллов в итоговые осуществляется умножением первичных баллов на 5.

Задача 1. При выполнении задачи необходимо написать программу по выполнением заданных действий.

Задача 2. Задание на построение алгоритма с использованием заранее заданных команд или функций.

Задача 3, 4. При выполнении задачи необходимо написать программу по заданным условиям и/или с выполнением заданных действий.

Количество баллов, которые могут быть начислены за правильные ответы по каждой задаче, представлены в таблице (**всего 20 баллов**):

Задача	***Количество баллов***
1	2
2	5
3	5
4	8

При проверке работы учитывается следующее:

Задача 1. По условию задачи необходимо составить программу на одном из языков программирования (Pascal или C/C++) по выполнению заранее заданных действий. При проверке задачи выставляется: 0 баллов если программный код не учитывает условий задачи и/или по окончании программы ответ принципиально отличается от условий задачи. 1 балл выставляется в случае если составленная программа имеет не существенные ошибки и недочеты и/или отсутствует вывод результата с учетом требования задачи. 2 балла выставляется за правильно решенную задачу (возможно наличие незначительных помарок).

Задача 2. По условию задачи необходимо составить алгоритм фиксированной длинны. Алгоритм должен содержать заданные условием задачи функции с определенными свойствами. При проверке задачи выставляется: 1-2 балла в случае если сделана попытка написания алгоритма или имеется объяснение последовательности действий, однако данная попытка не является завершенной и не полной; 3 балла в случае если написанный алгоритм правильно выполняет только часть условий задачи (до 50% от условия задачи), либо в случае если участником не учтено ограничение на длину алгоритма; 4 балла в случае если написанный алгоритм правильно выполняет только часть условий задачи (до 70-80% от условия задачи), либо в случае если для правильной работы алгоритма достаточно поменять местами две рядом стоящие команды; 5 баллов выставляется за правильно решенную задачу.

Задача 3. По условию задачи необходимо составить программу на одном из языков программирования (Pascal или C/C++). При проверке задачи выставляется:

0 баллов если к решению задачи не приступили, либо программный код не содержит алгоритмических действий или предложенные действия представляют не более 10% от планируемого решения;

1 балл если программный код не учитывает условий задачи, либо программный код содержит не более 20-25% от планируемого решения;

2 балла если сделана попытка осуществления или объяснения хода решения, но составленная программа имеет существенные ошибки и недочеты и/или отсутствует вывод результата с учетом требования задачи;

3 балла в случае если составленная программа имеет ошибки и/или недочеты, и/или отсутствует вывод результата с учетом требования задачи;

4 балла в случае если составленная программа имеет не существенные ошибки и/или недочеты; 5 баллов выставляется за правильно решенную задачу.

Задача 4. По условию задачи необходимо составить программу на одном из языков программирования (Pascal или C/C++) по выполнению заранее заданных действий. При проверке задачи выставляется:

0 баллов если участник олимпиады к решению задачи не приступал или задачу не решил, или ход решения полностью неверный;

1-2 балла если программный код не учитывает условий задачи и/или по окончании программы ответ принципиально отличается от условий задачи;

3-4 балла в случае если алгоритм решения задачи, предложенный участником олимпиады, является правильным, но решение содержит достаточно серьезные ошибки, влияющие на решение задачи;

5-6 баллов в случае если участник олимпиады в целом задачу решил правильно, но есть незначительные ошибки и/или не учтены условия, влияющие на окончательный результат;

7 баллов если участник олимпиады в целом решил задачу правильно, но не учтены условия, влияющие на окончательный результат;

8 баллов выставляется за правильно решенную задачу с учетом всех возможных условий, влияющих на окончательный результат.

Максимальное количество баллов за задачу может быть уменьшено, если участник не соблюдает следующих правил (которые указаны на каждой олимпиадной работе):

1) программы должны быть написаны на одном из языков: С/С++, Pascal. За использование других языков программирования, максимально возможные баллы за задачу могут быть снижены на 20-60% (в зависимости от языка программирования).

2) полностью оформленная задача должна содержать:

- программу, выполняющую необходимые операции для всех допустимых данных (в случае если задача выполняет действия не для всех возможных значений, максимально возможные баллы за задачу могут быть снижены на 10-15%);
- операции с фалами входных и выходных данных или понятный стороннему пользователю интерфейс (при нарушении данного условия, максимально возможные баллы за задачу могут быть снижены на 15-20%);
- комментарии к тексту программы, облегчающие ее понимание (в случае отсутствия комментариев, максимально возможные баллы за задачу могут быть снижены на 30-40%).

Общеобразовательный предмет «История»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по истории составляет 100 баллов.

Задание Олимпиады состоит из десяти разделов. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за ответ на каждый вопрос. При этом максимальная оценка ответа на вопрос первого раздела составляет 3 балла, на вопрос второго – 3 балла, вопросы третьего – 12 баллов, четвертого – 18 баллов, пятого – 8 баллов, шестого – 4 балла, седьмого – 20 баллов, восьмого – 10 баллов, девятого – 10 баллов, десятого – 12 баллов. Оценка ответа на вопросы каждого из разделов складывается из реализации положений следующих критериев.

Раздел 1. Указать исторический термин на основании приведенного его определения. Правильный ответ оценивается 3 баллами, неправильный ответ или отсутствие ответа – 0 баллов.

Раздел 2. Указать исторический термин на основании приведенного его определения. Правильный ответ оценивается 3 баллами, неправильный ответ или отсутствие ответа – 0 баллов.

Раздел 3. Работа с исторической картой.

Правильный ответ на вопросы этого раздела оцениваются 12 баллами. Ответы на все вопросы должны быть представлены в качестве необходимых знаков и надписей, нанесенных непосредственно на изображение карты, включенного в текст задания. В зависимости от сложности ответы на вопросы раздела оцениваются 2 или 4 баллами. Неправильный ответ или отсутствие ответа – 0 баллов. При наличии неточности или ошибки, принципиально не противоречащей смыслу ответа, осуществляется снижение оценки на 1 балл. Наносимые на карту объекты и названия должны быть правильно локализованы и подписаны. Правильное указание названий необходимых объектов, но не правильная их локализация дает основания оценить ответ в целом как неправильный – 0 баллов.

Раздел 4. Работа с текстом исторического источника, ответы на вопросы к нему. Правильный ответ на вопросы этого раздела оцениваются 18 баллами. После изучения содержания исторического источника участнику Олимпиады предлагается ответить на три вопроса, полные правильные ответы на которые оцениваются 3, 6, 9 баллами соответственно. При наличии неправильного ответа или его отсутствии выставляется 0 баллов. Оценка ответа на вопросы, оцениваемые 6 и 9 баллами, складывается из принципа полноты ответа. При наличии неточности* или ошибки**, принципиально не противоречащей смыслу ответа, осуществляется снижение оценки на 1 балл. При наличии в ответе хотя бы на один вопрос грубой ошибки принципиального характера*** общая оценка за ответ на вопросы всего раздела равняется 0 баллов.

Раздел 5. Работа с персоналиями. Участнику Олимпиады необходимо ответить на 3 вопроса раздела. Правильный ответ на один вопрос оценивается 2 баллами (неправильный ответ или отсутствие ответа – 0 баллов), на второй – 3 баллами (неправильный ответ или отсутствие ответа – 0 баллов). Оценка за третий вопрос (максимум – три балла) складывается в зависимости от полноты ответа. При наличии неточности* или ошибки**, принципиально не противоречащей смыслу ответа, осуществляется снижение оценки на 1 балл. При наличии в ответе хотя бы на один вопрос грубой ошибки принципиального характера*** общая оценка за ответ на вопросы всего раздела равняется 0 баллов.

Раздел 6. Работа с визуальным источником. Задание данного раздела предполагает ответ на два вопроса, каждый из которых в случае правильного ответа оцениваются по 2 балла. Неправильный ответ или отсутствие ответа – 0 баллов.

Раздел 7. Анализ текста, содержащего историческую информацию. Правильные ответы на вопросы данного раздела оцениваются 20 баллами. Правильные ответы на два вопроса оцениваются по 4 балла (неправильный ответ или отсутствие ответа – 0 баллов). Оценка за третий и четвертый вопрос (за каждый – максимум 6 баллов) складывается в зависимости от полноты ответа. При наличии неточности* или ошибки**, принципиально не противоречащей смыслу ответа, осуществляется снижение оценки на 1 балл. При наличии в ответе хотя бы на один вопрос грубой ошибки принципиального характера*** общая оценка за ответ на вопросы всего раздела равняется 0 баллов.

Раздел 8. Анализ приведенной цитаты или исторического факта. Правильные ответы на вопросы этого раздела оцениваются 10 баллами. Ответы на два вопроса оцениваются по 3 балла; ответ на третий вопрос – 4 баллами в зависимости от полноты ответа. При наличии неточности* или ошибки**, принципиально не противоречащей смыслу ответа, осуществляется снижение оценки на 1 балл. При наличии в ответе хотя бы на один вопрос грубой ошибки принципиального характера*** общая оценка за ответ на вопросы всего раздела равняется 0 баллов.

Раздел 9. Анализ приведенной цитаты или исторического факта. Правильные ответы на вопросы данного раздела оцениваются 10 баллами, которые представляют собой сумму 3+3+4 балла. При наличии неточности* или ошибки**, принципиально не противоречащей смыслу ответа, осуществляется снижение оценки на 1 балл. При наличии в ответе хотя бы на один вопрос грубой ошибки принципиального характера*** общая оценка за ответ на вопросы всего раздела равняется 0 баллов.

Раздел 10. Анализ текста, содержащего историческую информацию. Правильные ответы на вопросы этого раздела оцениваются 12 баллами. Ответы на два вопроса оцениваются по 3 балла; ответ на третий вопрос – 6 баллами в зависимости от полноты ответа. При наличии неточности* или ошибки**, принципиально не противоречащей смыслу ответа, осуществляется снижение оценки на 1 балл. При наличии в ответе хотя бы на один вопрос грубой ошибки принципиального характера*** общая оценка за ответ на вопросы всего раздела равняется 0 баллов.

*Под неточностью подразумевается ограничительная или расширительная трактовка термина, факта или исторического события.

**Ошибками, принципиально не противоречащими смыслу ответа, признаются некорректные определения исторических явлений, процессов, событий, в которых правильно сформулировано и отражено более половины признаков, элементов, оснований, стадий и последствий развития, необходимых для обоснования сущности названных явлений, процессов и событий.

***Грубой ошибкой принципиального характера признаются неверные определения исторических явлений, процессов, событий, а также искажения в употреблении специальных терминов, названий и имен собственных, свидетельствующие о непонимании или незнании участником Олимпиады определенных разделов государственного образовательного стандарта среднего (общего) образования по истории и/или указывающие на незнание или непонимание им периодизации исторического процесса и связей конкретных исторических событий и явлений с этой периодизацией.

Письменная работа должна быть выполнена аккуратным почерком.

Общеобразовательный предмет «Математика»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по математике составляет 100 баллов.

Задание Олимпиады состоит из 6 задач, каждая из которых, правильно и полностью решённая, оценивается 4 первичными баллами. Оценивание каждой задачи первичными баллами происходит по следующей схеме:

0 баллов — выставляется, если участник олимпиады к решению задачи не приступал или начатый ход решения полностью неверен;

0.1 - 1 балл — выставляется, если участник олимпиады приступил к решению задачи, указал верное направление решения задачи, но при этом не продвинулся настолько, чтобы можно было судить о том, каким образом он собирался получить окончательный ответ (то есть весь ход решения не представлен);

1.1 - 2 балла — выставляется, если ход решения задачи, предложенный участником олимпиады, является в принципе правильным, но решение содержит серьёзные ошибки, повлиявшие на сам ход решения;

2.1 - 3 балла — выставляется, если ход решения задачи, предложенный участником олимпиады, является правильным; при этом решение содержит ошибки, не влияющие на ход решения задачи, но не приводящие к правильному ответу;

3.1 - 4 балла — выставляется, если участник олимпиады задачу в целом решил правильно; при этом решение может содержать недочёты разной степени серьёзности;

Оценка задачи может быть увеличена на **1 балл**, если участник продемонстрировал оригинальность подхода к решению задачи.

Наличие правильного ответа к задаче при полностью неверном решении, либо при отсутствии решения, не ведёт к увеличению оценки, которая выставляется участнику за данную задачу.

Если участник не привёл ответ к задаче, то итоговая оценка за данную задачу не может превышать **1 балл**.

После того, как работы всех участников проверены и оценены, первичные баллы переводятся в стобалльную шкалу. Эта шкала выстроена таким образом, что **100 баллов** получают участники, набравшие наибольшее количество первичных баллов и полностью решившие при этом не менее 5 задач; **0 баллов** получают участники, набравшие 0 первичных баллов.

Общеобразовательный предмет «Обществознание»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по обществознанию составляет 100 баллов.

Олимпиадное задание состоит из двух блоков. Первый блок состоит из 10 открытых вопросов, на которые требуется дать развернутые ответы. Второй блок представлен эссе. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных за ответы на каждый из вопросов соответствующего раздела.

Задания ***1-го блока (10 заданий)*** оцениваются по шкале **от 0 до 8 баллов**: полное правильное выполнение задания – **8** баллов; выполнение задания с одним неверно указанным символом или неточностью – **6** баллов; выполнение задания с одной ошибкой или двумя неверно указанными символами или неточностями – **4** балла; выполнение задания при допущении двух ошибок или более двух неверно указанных символов и неточностей – **2** балла; выполнение задания при допущении более двух грубых ошибок – **0** баллов. Максимальное число баллов за ***блок 1*** **равно 80 баллам.**

Задание *2-го блока (эссе)* оценивается **от 0 до 20 баллов**.

Примечание.

*Под неточностью подразумевается ограничительная или расширительная трактовка термина, факта или события.

**Несущественными ошибками признаются: а) некорректные определения явлений, процессов, событий, в которых правильно сформулировано и отражено более половины признаков, элементов, оснований, стадий и последствий развития, необходимых для обоснования сущности названных явлений, процессов и событий; б) отклонения от орфографических норм, принятых при написании специальных терминов, названий или имен собственных, не искажающие смысла перечисленных понятий; в) отсутствие анализа позиции автора высказывания.

***Существенными ошибками признаются: а) неверные определения явлений, процессов, событий, искажающие их сущность; б) некорректные определения явлений, процессов, событий, в которых правильно сформулировано и отражено менее половины признаков, элементов, оснований, стадий и последствий развития, необходимых для обоснования сущности названных явлений, процессов и событий; в) отклонения от орфографических норм, принятых при написании специальных терминов, названий или имен собственных, искажающие смысл перечисленных понятий; г) отсутствие четкого внутреннего смыслового единства текста, логичности в изложении темы; д) нарушение причинно-следственных связей в раскрытии темы эссе; е) представление только одного аспекта проблемы; ж) отсутствие достаточной аргументации в раскрытии хотя бы одного аспекта проблемы, указанной в эссе.

****Грубыми ошибками признаются:

а) неверные определения явлений, процессов, событий, а равно и искажения в употреблении специальных терминов, названий и имен собственных, свидетельствующие о непонимании или незнании определенного раздела разделов государственного образовательного стандарта среднего (общего) образования по обществознанию; б) отсутствие в ответах на вопросы заданий итоговых выводов, а равно и несоответствия между выводами и фактическим материалом, свидетельствующие о незнании или непонимании участником олимпиады логики социально-исторических процессов; в) неверные определения явлений, процессов и событий, указывающие на незнание или непонимание участником олимпиады периодизации социально-исторических процессов и связей конкретных событий и явлений с этой периодизацией; г) непонимание участником олимпиады содержания проблемы, сформулированной в тексте эссе.

Общеобразовательный предмет «Право»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по праву составляет 100 баллов.

Установлены следующие критерии оценивания каждого из вопросов заданий Олимпиады по праву:

- 5 баллов – полный и точный ответ;
- 3 балла – неполный или неточный ответ, но при этом выполнено не менее половины задания и не допущено фактических ошибок, свидетельствующих о непонимании сути задания;
- 1 балл – неполный и неточный ответ либо выполнено мене половины задания;
- 0 баллов – неправильный ответ или ответ отсутствует или допущены фактические ошибки, свидетельствующие о непонимании сути задания.

Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за все вопросы задания.

Общеобразовательный предмет «Физика»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике составляет 100 баллов.

Вариант задания Олимпиады состоит из задач. Количество задач в одном варианте составляет от 7 до 12 с учетом сложности каждой из задач. Вариант задания предполагает на усмотрение методической комиссии совмещение задач и тестов различных вариантов, содержащих задачи и (или) задания, в том числе требующие от участника дать развернутый ответ. Каждая задача оценивается определенным количеством первичных баллов (в зависимости от уровня сложности), при подведении итогов учитывается (в порядке значимости) количество задач, решенных участником Олимпиады, сложность решенных задач, полнота решения, оригинальность решения.
Соотнесение первичного балла с итоговым приведено в таблице:

Кол-во набранных первичных баллов	Присуждаемое кол-во итоговых баллов
0	0
1-30	30
31-40	40
41-50	50
51-75	75
76-90	85
91-100	100

Общеобразовательный предмет «Химия»

Максимальная сумма баллов за выполнение задания заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по химии составляет 100 баллов.

Олимпиадное задание состоит из четырех вопросов. Подсчёт итоговой оценки осуществляется путём суммирования баллов, выставленных за правильные ответы на каждый из вопросов.

В зависимости от варианта задания Олимпиады, максимальное количество баллов, которое может быть получено за одно задание, варьируется от 15 до 30.

За полный и правильный ответ, не содержащий ошибок и неточностей, ставится 100% от максимального количества баллов.

За неполный ответ, ответ с одной незначительной ошибкой/неточностью ставится не более 75% от максимального балла.

За ответ, содержащий несколько незначительных ошибок/неточностей, ставится не более 50% от максимального балла.

За ответ, содержащий грубую ошибку, ставится не более 25% от максимального балла.

За отсутствие ответа или ответ, содержащий более одной грубой ошибки, ставится 0 баллов.

УТВЕРЖДАЮ
Председатель Организационного комитета
Олимпиады школьников СПбГУ

И.А. Горлинский

« 1 » апреля 2014 года

Критерии определения победителей и призеров заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ в 2013-2014 учебном году по общеобразовательным предметам (комплексам предметов):

Комплекс предметов «Иностранные языки»

Победителями и призерами Олимпиады школьников СПбГУ по иностранным языкам становятся участники, набравшие наибольшее количество баллов. Число победителей Олимпиады определяется жюри, но не может превышать 7 % от числа участников заключительного этапа. Общее число победителей и призеров заключительного этапа Олимпиады не должно превышать 35% от числа участников.

Комплекс предметов «Медицина»

Победителями и призерами заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по медицине считаются участники, занимающие первые 35% от общего числа участников, причем первые 7% являются победителями заключительного этапа Олимпиады.

Призёрами Олимпиады считаются участники, набравшие не менее 70 баллов. Победителями Олимпиады считаются участники, набравшие не менее 93 баллов.

Комплекс предметов «Проба пера»

Задание Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов Проба пера состоит из четырех заданий. Каждое задание оценивается по стобалльной шкале, итоговый результат представляет собой сумму баллов за четыре задания.

Победителем Олимпиады считается участник, набравший более 258 баллов, призером считается участник, набравший более 253 баллов.

Комплекс предметов «Современный менеджер»

Победителями заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов Современный менеджер признаются участники, набравшие наибольшее количество баллов в соответствии с утвержденными в установленном порядке критериями оценивания, но не более первых 7 процентов мест в рейтинговом списке общего числа участников.

Общее количество победителей и призеров заключительного этапа Олимпиады не должно превышать первых 35 процентов мест в рейтинговом списке общего числа участников. К победителям и призерам относятся участники, набравшие более 45 баллов.

В случае полупроходного балла используется следующий порядок ранжирования работ:

1. участники, набравшие наибольший балл по математике;
2. участники, набравшие наибольший балл по английскому языку;
3. участники, набравшие наибольший балл по обществознанию.

Комплекс предметов «Социология»

Победителями (диплом первой степени) заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по социологии являются участники, набравшие за выполнение задания от 85 до100 баллов. Призерами (диплом второй степени) заключительного этапа Олимпиады являются участники, набравшие за выполнение задания от 76 до 84 баллов. Призерами (диплом третьей степени) заключительного этапа Олимпиады являются участники, набравшие за выполнение задания от 64 до 75 баллов.

Комплекс предметов «Филология»

Победителями и призерами Олимпиады школьников СПбГУ по филологии становятся участники, набравшие наибольшее количество баллов. Число победителей Олимпиады определяется жюри, но не может превышать 7 % от числа участников заключительного этапа. Общее число победителей и призеров заключительного этапа Олимпиады не должно превышать 35% от числа участников.

Комплекс предметов «Экономика»

Победителями (диплом первой степени) заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по экономике являются участники, набравшие за выполнение задания от 70 до100 баллов. Призерами (диплом второй степени) заключительного этапа Олимпиады являются участники, набравшие за выполнение задания от 60 до 69 баллов. Призерами (диплом третьей степени) заключительного этапа Олимпиады являются участники, набравшие за выполнение задания от 55 до 59 баллов.

Общеобразовательный предмет «Биология»

Победителями заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по биологии считаются участники заключительного этапа, занимающие первые 7% мест в полном рейтинговом списке участников заключительного этапа. Победителям Олимпиады по биологии присуждаются дипломы Олимпиады первой степени.

Призерами Олимпиады по биологии считаются участники заключительного этапа, занимающие следующие за Победителями 28% мест в полном рейтинговом списке участников заключительного этапа. Призерам Олимпиады присуждаются дипломы Олимпиады второй степени.

Результаты подводятся совместно для учащихся 5-6, 7-8, 9 и 10-11 классов.

Если число участников, получивших одинаковый итоговый бал, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров и степени диплома осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «География»

Победителями заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по географии признаются участники, набравшие 75 и более баллов. При этом количество победителей не может превышать 7% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады. В случае если число участников набравших 75 и более баллов превышает 7% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады, то победители определяются по более высокому баллу, при котором квота 7% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады выполняется.

Призерами заключительного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие более 50 баллов. При этом совокупное количество победителей и призеров заключительного этапа Олимпиады не может превышать 35% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады. В случае если число участников набравших 50 и более баллов превышает 35% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады, то призеры определяются по более высокому баллу, при котором квота 35% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады выполняется.

Общеобразовательный предмет «Информатика»

Победителями заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по информатике считаются участники, набравшие от 80 до 100 баллов, но не более 7% от всех участников заключительного этапа Олимпиады.

Призерами считаются участники, набравшие от 60 до 79 баллов, но не более 35% от всех участников заключительного этапа Олимпиады.

Общеобразовательный предмет «История»

Победителями заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по истории являются участники Олимпиады, набравшие не менее 85 баллов из 100 возможных, но не более 7 % от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады.

Призерами (награжденные дипломами II степени) заключительного этапа Олимпиады по истории являются участники Олимпиады, набравшие не менее 76 баллов и не более 84 баллов из 100 возможных.

Призерами (награжденные дипломами III степени) заключительного этапа Олимпиады по истории являются участники Олимпиады, набравшие не менее 70 баллов и не более 75 баллов из 100 возможных.

Общее количество победителей и призеров заключительного этапа Олимпиады по истории не должно превышать 35 % от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады по истории.

Общеобразовательный предмет «Математика»

Победителями заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по математике являются участники, набравшие не менее 81 балла в соответствии с критериями оценивания, но не более первых 7 процентов мест в общем рейтинговом списке участников заключительного этапа. Победителям заключительного этапа присуждается диплом I степени.

Призёрами заключительного этапа Олимпиады по математике являются участники, набравшие не менее 65 баллов в соответствии с критериями оценивания, но не более 25 процентов мест, следующих в общем рейтинговом списке за победителями заключительного этапа Олимпиады. Призёрам заключительного этапа присуждается диплом II степени.

Общеобразовательный предмет «Обществознание»

Победителями (диплом первой степени) заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по обществознанию являются участники, набравшие за выполнение 1-вого раздела задания и эссе от 85 до100 баллов, за эссе 20 баллов. Призерами (диплом второй степени) заключительного этапа Олимпиады являются участники, набравшие за выполнение 1-вого раздела задания и эссе от 76 до 84 баллов, за эссе от 18 до 20 баллов. Призерами (диплом третьей степени) заключительного этапа Олимпиады являются участники, набравшие за выполнение 1-вого раздела задания и эссе от 64 до 75 баллов, за эссе от 16 до 20 баллов.

Общеобразовательный предмет «Право»

Победителями заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по праву становятся участники, набравшие не менее 75 баллов, первые 5 % от общего числа участников заключительного этапа в порядке ранжирования их суммы баллов;

Призерами заключительного этапа Олимпиады становятся участники, набравшие не менее 75 баллов, последующие за победителями 10% от общего числа участников заключительного этапа в порядке ранжирования их суммы баллов.

Общеобразовательный предмет «Физика»

Победителями (диплом первой степени) заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике являются участники, набравшие за выполнение задания от 85 до100 баллов. Призерами (диплом второй степени) заключительного этапа Олимпиады являются участники, набравшие за выполнение задания от 50 до 75 баллов.

Общеобразовательный предмет «Химия»

Победителями заключительного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по химии признаются участники, набравшие 90 и более баллов. При этом количество победителей не может превышать 7% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады. В случае если число участников, набравших 75 и более баллов, превышает 7% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады, то победители определяются по более высокому баллу, при котором квота 7% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады выполняется.

Призерами заключительного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие 70 баллов и более. При этом совокупное количество победителей и призеров заключительного этапа Олимпиады не может превышать 35% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады. В случае если число участников, набравших 50 и более баллов, превышает 35% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады, то призеры определяются по более высокому баллу, при котором квота 35% от общего числа участников заключительного этапа Олимпиады выполняется.

УТВЕРЖДАЮ

Председатель Организационного комитета
Олимпиады школьников СПбГУ

И.А. Горлинский

«3» февраля 2014 г.

Критерии определения победителей и призеров отборочного этапа Олимпиады школьников Санкт-Петербургского государственного университета в 2013/2014 учебном году

Общеобразовательный предмет «Биология»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по биологии признаются участники, набравшие необходимое количество баллов в соответствии с утвержденными критериями оценивания, но не более первых 10 процентов мест в рейтинговом списке участников. Призерами отборочного этапа признаются участники, набравшие необходимое количество баллов в соответствии с утвержденными критериями оценивания, но не более 15 процентов мест следующих в рейтинговом списке участников за победителями отборочного этапа Олимпиады. В текущем учебном году победителями отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие от 87 до 100 баллов, призерами отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие от 80 до 86 баллов.

Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «География»

Участники, набравшие от 93 до 100 баллов признаются победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по географии, но не более 10 процентов от общего числа участников.

Участники, набравшие от 85 до 92 баллов признаются призёрами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по географии, но не более 15 процентов от общего числа участников.

Суммарное количество победителей и призеров не может превышать 25 процентов от общего числа участников. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Комплекс предметов «Иностранные языки»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Филология» в соответствии с регламентом Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 70 баллов, занимающие первые 10 процентов мест в рейтинговом списке участников, призерами отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 70 баллов и занимающие следующие за ними 25 процентов мест в рейтинговом списке участников, при этом общее число победителей и призеров отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по иностранным языкам не должно превышать 100 человек.

Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «Информатика»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по информатике признаются участники, набравшие от 80 до 100 баллов, но не более 10 процентов от общего числа участников Олимпиады.

Призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по информатике признаются участники, набравшие от 65 до 79 баллов, но не более 15 процентов от общего числа участников Олимпиады.

Суммарное количество победителей и призеров не может превышать 25 процентов от общего числа участников. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «История»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по истории признаются участники Олимпиады, набравшие не менее 67 баллов из 100 возможных, но не более 10 % от общего числа участников отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по истории.

Призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по истории признаются участники Олимпиады, набравшие не менее 51 балла из 100 возможных, но не более 15 процентов от общего числа участников отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по истории.

Общее количество победителей и призеров отборочного этапа Олимпиады по истории не должно превышать 25 процентов от общего числа участников отборочного этапа Олимпиады. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «Математика»

Победителями и призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по общеобразовательному предмету «Математика» признаются не более 25 процентов от числа участников отборочного этапа Олимпиады, при этом не более 10 процентов из них могут быть признаны победителями Олимпиады.

Призёрами Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 35 баллов. Победителями Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 58 баллов. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Комплекс предметов «Медицина»

Победителями и призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Медицина» признаются не более 25 процентов от числа участников отборочного этапа Олимпиады, при этом не более 10 процентов из них могут быть признаны победителями Олимпиады.

Призёрами отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 74 баллов. Победителями отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 84 баллов. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «Обществознание»

Победителями и призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по общеобразовательному предмету «Обществознание» признаются не более 25 процентов от числа участников отборочного этапа, при этом не более 10 процентов из них могут быть признаны победителями Олимпиады, призерами Олимпиады признаются не более 15 процентов следующих за победителями участников.

Призёрами отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 80 баллов. Победителями отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 90 баллов. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «Право»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников Санкт-Петербургского государственного университета по праву, признаются участники, набравшие необходимое количество баллов в соответствии с утвержденными критериями оценивания, но не более первых 10 процентов мест в рейтинговом списке участников. Призерами отборочного этапа признаются участники, набравшие необходимое количество баллов в соответствии с утвержденными критериями оценивания, но не более 15 процентов мест следующих в рейтинговом списке участников за победителями отборочного этапа Олимпиады.

В случае возникновения ситуации полупроходной суммы баллов в отношении выявления победителей, то есть вхождения в 10 процентов мест в рейтинговом списке участников с суммой баллов, одинаковой с участниками, не вошедшими в указанное процентное соотношение, Жюри завершает определение процента мест победителей суммой баллов, предшествующей баллу полупрохода. Аналогичные правила применяются и в отношении возникновения ситуации полупроходной суммы баллов в отношении определения призёров.

Комплекс предметов «Проба пера»

На основании полученных участниками отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Проба пера» оценок формируется общий рейтинг участников (в порядке убывания). В случае если участник представлял более 1 работы, в качестве основания для выявления позиции участника в рейтинге принимается та из его работ, которая была выполнена раньше, остальные работы не принимаются во внимание при составлении рейтинга. Победителями отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие более 34 баллов. Суммарное количество победителей не может превышать 25 процентов от общего числа участников отборочного этапа Олимпиады.

Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Комплекс предметов «Современный менеджер»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Современный менеджер» признаются участники, набравшие наибольшее количество баллов в соответствии с утвержденными в установленном порядке критериями оценивания, но не более первых 10 процентов мест в рейтинговом списке участников от числа зарегистрированных, при условии выполнения заданий каждого из разделов Олимпиады не менее чем на 50 процентов баллов от максимально возможного по каждому из разделов Олимпиады, а также набранной сумме баллов не менее 62.

Призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Современный менеджер» признаются участники, набравшие наибольшее количество баллов в соответствии с утвержденными критериями оценивания, но не более 15 процентов мест следующих в рейтинговом списке участников за победителями отборочного этапа Олимпиады от числа зарегистрированных, при условии выполнения заданий каждого из разделов Олимпиады не менее чем на 50 процентов баллов от максимально возможного по каждому из разделов Олимпиады, а также набранной сумме баллов не менее 44.

Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Комплекс предметов «Социология»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по социологии признаются участники, набравшие не менее 88 баллов, но не более 10 процентов от общего числа участников Олимпиады.

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по социологии признаются участники, набравшие не менее 78 баллов, но не более 15 процентов от общего числа участников Олимпиады.

Суммарное количество победителей и призеров не может превышать 25 процентов от общего числа участников. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «Физика»

Вариант заданий Олимпиады школьников СПбГУ по физике состоит из задач. Количество задач в одном варианте от 7 до 12, с учетом сложности каждой из задач. Вариант задания предполагает на усмотрение методической комиссии совмещение задач и тестов различных вариантов, содержащих задачи и (или) задания, в том числе требующие от участника дать развернутый ответ. Каждая задача оценивается определенным количеством баллов (в зависимости от уровня сложности), при подведении итогов учитывается (в порядке значимости) количество задач, решенных участником Олимпиады, сложность решенных задач, полнота решения, оригинальность решения.

Призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по физике признаются участники, набравшие от 1 до 100 баллов, но не более 15 процентов от общего числа участников Олимпиады.

Комплекс предметов «Филология»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Филология» в соответствии с регламентом Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 40 баллов, занимающие первые 10 процентов мест в рейтинговом списке участников, призерами отборочного этапа Олимпиады признаются участники, набравшие не менее 40 баллов, занимающие следующие за ними 25 процентов мест в рейтинговом списке участников, при этом общее число победителей и призеров отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по филологии не должно превышать 100 человек.

Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Общеобразовательный предмет «Химия»

Участники олимпиады, набравшие не менее 100 баллов, признаются победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по химии.

Участники олимпиады, набравшие не менее 75 баллов, признаются призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по химии.

Суммарное количество победителей и призеров не может превышать 25 процентов от общего числа участников. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Комплекс предметов «Экономика»

Победителями отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Экономика», признаются участники, набравшие наибольшее количество баллов в соответствии с утвержденными критериями оценивания, но не более первых 10 процентов мест в рейтинговом списке участников. Призерами отборочного этапа Олимпиады школьников СПбГУ по комплексу предметов «Экономика» признаются участники, набравшие не менее 42 баллов в соответствии с утвержденными критериями оценивания, но не более 15 процентов мест следующих в рейтинговом списке участников за победителями отборочного этапа Олимпиады.

Суммарное количество победителей и призеров не может превышать 25 процентов от общего числа участников. Если число участников, получивших одинаковый итоговый балл, превышает установленные регламентом квоты, разграничение ранга победителей, призеров осуществляется по предшествующему более высокому по величине итоговому баллу в ранжированном поименном списке.

Список литературы для подготовки к участию в Олимпиаде школьников СПбГУ по математике

Олимпиады СПбГУ

1. А. Л. Громов, А. И. Храбров *Задачи олимпиады школьников СПбГУ по математике 2013 года.* СПб.: Изд-во ВВМ, С.-Петерб. ун-т, 2013. // Пособие содержит материалы заданий отборочного и заключительного этапов Олимпиады 2012–2013 учебного года.

2. А. Л. Громов, Т. О. Евдокимова, К. А. Сухов, А. И. Храбров, Ю. А. Чурин *Избранные задачи олимпиады школьников СПбГУ по математике.* СПб.: Изд-во ВВМ, С.-Петерб. ун-т, 2013. // Пособие содержит материалы заданий заключительных этапов Олимпиады 2006–2012 гг.

3. А. Л. Громов, Т. О. Евдокимова, К. Ю. Лавров, Ю. А. Чурин *Олимпиады математико-механического факультета для абитуриентов.* СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2006. // Пособие содержит материалы заданий Олимпиады 2001–2005 гг.

Алгебра

Н. Б. Алфутова, А. В. Устинов *Алгебра и теория чисел для математических школ.* М.: МЦНМО, 2001.
http://www.mccme.ru/free-books/pdf/alfutova.pdf

В. В. Прасолов. *Задачи по алгебре, арифметике и анализу.* М.: МЦНМО, 2007.
http://www.mccme.ru/free-books/prasolov/algebra.pdf

А. Шень *Простые и составные числа.* М.: МЦНМО, 2005.
http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-primes.pdf

Ю. П. Соловьев *Неравенства.* МЦНМО, 2005.
http://www.mccme.ru/free-books/mmmf-lectures/book.30.pdf

Д. О. Шклярский, Н. Н. Ченцов, И. М. Яглом *Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра.* М., Наука, 1976 или М., Физматлит, 2001.
http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-mat-kr/shk-1.htm

В. Серпинский *250 задач по элементарной теории чисел.* М., Просвещение, 1968.
http://ilib.mccme.ru/djvu/serp-250-tch.htm

Е. Б. Дынкин, С. А. Молчанов, А. Л. Розенталь *Математические соревнования (арифметика и алгебра).* М.: Наука, 1970.
http://ilib.mccme.ru/djvu/zaochn/d3_70.djvu

М. И. Башмаков, Б. М. Беккер, В. М. Гольховой *Задачи по математике. Алгебра и анализ.* М.: Наука, 1982.
http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-kvant/kvant22.htm

Седракян Н. М., Авоян А. М. *Неравенства. Методы доказательства.* М., Физматлит, 2002.

Сивашинский И. Х. *Неравенства в задачах.* М., Наука, 1967.

Беккенбах Э., Беллман Р. *Введение в неравенства.* М., Мир, 1965.

Геометрия и стереометрия

В. В. Прасолов *Задачи по планиметрии.* М.: МЦНМО, 2006.
http://www.mccme.ru/free-books/prasolov/planim5.pdf

Р. К. Гордин *Это должен знать каждый матшкольник.* М.: МЦНМО, 2003.
http://www.mccme.ru/free-books/pdf/gordin.pdf

И. Д. Жижилкин *Инверсия.* М., МЦНМО, 2009.
http://www.mccme.ru/free-books/mmmf-lectures/book.35.pdf

А. Г. Мякишев *Элементы геометрии треугольника.* М., МЦНМО, 2000.
http://www.mccme.ru/free-books/mmmf-lectures/book.19.pdf

Г. С. М. Коксетер, С. Грейтцер *Новые встречи с геометрией.* М.: Наука, 1978.
http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/kokseter.htm

В. В. Прасолов, И. Ф. Шарыгин *Задачи по стереометрии.* М., Наука, 1989.
http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/task-str.htm

И. Ф. Шарыгин *Задачи по геометрии. Планиметрия.* М., Наука, 1982.
http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/sharygin_pl.htm

И. Ф. Шарыгин *Задачи по геометрии. Стереометрия.* М., Наука, 1984.
http://ilib.mccme.ru/djvu/geometry/sharygin_st.htm

Д. О. Шклярский, Н. Н. Ченцов, И. М. Яглом *Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (планиметрия).* М., Физматлит, 2000.
http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-mat-kr/shk-2.htm

Д. О. Шклярский, Н. Н. Ченцов, И. М. Яглом *Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия).* М., Физматлит, 2000.
http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-mat-kr/shk-3.htm

Н. Б. Васильев, С. А. Молчанов, А. Л. Розенталь, А. П. Савин *Математические соревнования (геометрия).* М.: Наука, 1974.
http://ilib.mccme.ru/djvu/zaochn/d4_74.djvu

И. Ф. Шарыгин *Геометрия.* 7–9 кл. М., Дрофа, 1997.

И. Ф. Шарыгин *Геометрия.* 9–11 кл. М., Дрофа, 1997.

Комбинаторика

Н. Я. Виленкин *Комбинаторика.* М.: Наука, 1969.
http://ilib.mccme.ru/djvu/kombinatorika.htm

Н. Я. Виленкин *Популярная комбинаторика.* М.: Наука, 1975.
http://ilib.mccme.ru/djvu/combinatorika.htm

С. И. Гельфанд, М. Л. Гервер, А. А. Кириллов, Н. Н. Константинов, А. Г. Кушниренко *Задачи по элементарной математике.* М.: Наука, 1965.
http://ilib.mccme.ru/djvu/zaochn/b3_65.djvu

Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин *Комбинаторика.* М., МЦНМО, 2013.

В. Г. Болтянский, А. П. Савин *Беседы о математике. Книга 1. Дискретные объекты.* М., МЦНМО, 2002.

Книги на различные темы

В. А. Успенский *Простейшие примеры математических доказательств.* М.: МЦНМО, 2012.
http://www.mccme.ru/free-books/mmmf-lectures/book.34-2.pdf

А. Шень *Математическая индукция.* М.: МЦНМО, 2007.
http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-rigor.pdf

В. А. Уфнаровский *Математический аквариум.* Кишинев, Штиница, 1987.
http://ilib.mccme.ru/djvu/aquarium.htm

О. А. Иванов *Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей.* М., МЦНМО, 2009.

Сборники задач

Р. М. Федоров, А. Я. Канель-Белов, А. К. Ковальджи, И. В. Ященко *Московские математические олимпиады 1993-2005 г.* М.: МЦНМО, 2006.
http://www.mccme.ru/free-books/olymp/mmo1993.pdf

Зарубежные математические олимпиады. под редакцией И. Н. Сергеева. М., Наука, 1987.
http://ilib.mccme.ru/djvu/olimp/zarubezhnye.htm

И. Л. Бабинская *Задачи математических олимпиад.* М., Наука, 1975.
http://ilib.mccme.ru/djvu/olimp/babinska.htm

Н. Б. Васильев, В. Л. Гутенмахер, Ж. М. Раббот, А. Л. Тоом *Заочные математические олимпиады.* М., Наука, 1987.
http://ilib.mccme.ru/djvu/olimp/zaochnye.htm

Г. А. Гальперин, А. К. Толпыго. *Московские математические олимпиады.* М., Просвещение, 1986.
http://ilib.mccme.ru/djvu/olimp/galperin-tolpygo.htm

Е. Б. Дынкин, С. А. Молчанов, А. Л. Розенталь, А. К. Толпыго *Математические задачи.* М.: Наука, 1971.
http://ilib.mccme.ru/djvu/zaochn/d1_71.djvu

С. В. Иванов, К. П. Кохась, А. И. Храбров, С. Л. Берлов, Д. В. Карпов, *Петербургские олимпиады школьников по математике: 2003–2005.* СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2007.

К. П. Кохась, А. И. Храбров, С. Л. Берлов, С. В. Иванов, Д. В. Карпов, Ф. В. Петров *Петербургские олимпиады школьников по математике: 2000–2002.* СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2006.

Д. В. Фомин, К. П. Кохась и др. *Санкт-Петербургские математические олимпиады, 1961–1993.* СПб.: Лань, 2006.

С. Л. Берлов, С. В. Иванов, К. П. Кохась *Петербургские математические олимпиады, 1994–1999.* СПб.: Лань, 2004.

В. В. Прасолов и др. *Московские математические олимпиады. 1935–1957 г.* М., МЦНМО, 2010.