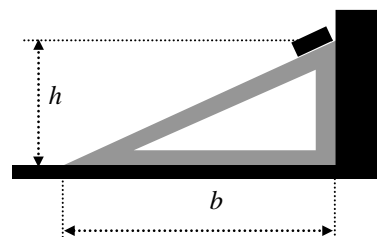


ВАРИАНТ № 1 (9 класс)

ЗАДАЧА № 1

На полу, прижатый к стене, стоит гладкий клин высотой $h = 50\text{ см}$ и основанием $b = 120\text{ см}$. Масса клина $M = 560\text{ г}$. В верхней части на его наклонной поверхности удерживается кирпич длиной $l = 25\text{ см}$ и массой $m = 1,69\text{ кг}$, также прижатый к стене (см. рисунок). Кирпич отпускают, и он начинает скользить без трения вниз по плоскости.



Определить силу давления клина на стену (N) и пол (P) во время спуска. Через сколько секунд (t) после начала спуска кирпич коснется пола?

Решение

Длина наклонной плоскости $L = 130\text{ см}$, а угол ее наклона $\varphi = \arcsin(5/13)$. Кирпичу надо проехать путь $s = L - l = 105\text{ см}$ с ускорением $a_o = g \sin\varphi$, на что уйдет время $t = \sqrt{(2s/a_o)} = 0,74\text{ с}$. При этом горизонтальная составляющая ускорения $a_x = a_o \cos\varphi$ обеспечивается давлением стенки на кирпич через клин: $N = ma_x = 6\text{ Н}$. Вертикальная составляющая ускорения $a_y = a_o \sin\varphi = g(\sin\varphi)^2$ обеспечивается земным притяжением, точнее, его частью в количестве $F = ma_y = 2,5\text{ Н}$. Оставшейся от mg частью кирпич вместе с клином давят на пол с силой $P = (M + m)g - ma_y = 20\text{ Н}$.

ЗАДАЧА № 2

На столе лежат два бруска, сцепленные пружиной (см. рисунок). Их массы $m_1 = 200\text{ г}$ и $m_2 = 300\text{ г}$. Коэффициент трения между ними и столом $\mu = 0,4$. С какой **минимальной горизонтальной** силой (F^*) нужно тянуть первый брусок, чтобы сдвинуть второй с места?



Решение

Пружину нужно растянуть на величину x , где $kx = \mu m_2 g$. Если приложенная сила $F < \mu(m_1 + m_2)g = 2\text{ Н}$, то первый груз начнет разгоняться, а потом тормозить до полной остановки, продолжая растягивать пружину по инерции. Когда он остановится, то для сдвига m_2 пружина должна быть растянута по крайней мере до указанного значения x . Для этого достаточно силы F^* , которая совершит работу $A = F^*x = kx^2/2 + \mu m_1 g x$ (потенциальная энергия растянутой пружины + работа против сил трения). Разделив обе части на x и взяв kx из первого равенства, получим:

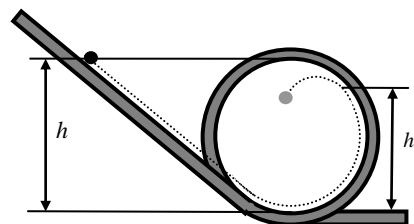
$$F^* = \mu(m_1 + m_2/2)g = 1,4\text{ Н}.$$

Задача 3

Установка для демонстрации «мертвой петли» представляет собой гладкий желоб, изогнутый в виде петли в вертикальной плоскости. Петля (см. рисунок) состоит из прямой наклонной части, которая плавно (по касательной) переходит в окружность радиуса R , а та, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок. Для того, чтобы скользящий по желобу (без трения) шарик совершил «мертвую петлю», то есть проскользил по круглому участку без отрыва от желоба, его надо пустить по наклонному участку с высоты H , большей диаметра петли.

Наименьшая высота, позволяющая шарiku совершить «мертвую петлю», равна $H_{\min} = 150\text{ см}$. Найти величину радиуса петли R . Размерами шарика пренебречь.

Если же шарик пустить с меньшей высоты, то он, не закончив «мертвой петли», оторвется от желоба и некоторое время будет находиться в свободном полете (см. рисунок, на котором пунктиром показана его примерная траектория). На какой высоте (h_o) произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты h , равной диаметру петли ($h = 2R$)?

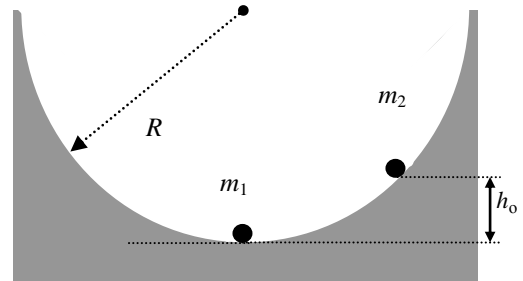


Решение

Для совершения «мертвой петли» превышение точки старта над верхней точкой петли (h) должно обеспечить такую скорость (v) в этой точке, что центростремительное ускорение $a_c = v^2/R \geq g$. Из закона сохранения энергии $v^2=2gh$, откуда $h \geq R/2$, $H_{min}=2,5R$ и, соответственно, $R=60\text{см}$.

ЗАДАЧА № 4

Желоб для скейтбординга имеет в разрезе профиль полуцилиндра радиусом $R=4\text{м}$. На его дне лежит шар массой m_1 . На скате желоба на высоте $h_0=0,05R$ от дна ставят второй шар массой $m_2=1/3 m_1$ и отпускают (см. рисунок). Через какое время после этого (T_1) произойдет столкновение шаров. Считая это столкновение центральным и абсолютно упругим, найти высоту подъема каждого из шаров (h_1 и, соответственно h_2), после столкновения. Найти временной интервал (T_2) между первым и вторым столкновениями шаров. Определить высоту подъема шаров (H_1 и, соответственно H_2) после второго столкновения. Шары считать материальными точками. Трением пренебречь.



Решение

Второй шар начнет двигаться, как математический маятник с длиной нити R . Поэтому первое столкновение произойдет через четверть периода его колебаний: $T_1=1/2 \pi \sqrt{R/g} = 1\text{с}$. Очевидно, что все остальные столкновения будут проходить с удвоенным интервалом $T_2 = 2T_1=2\text{с}$.

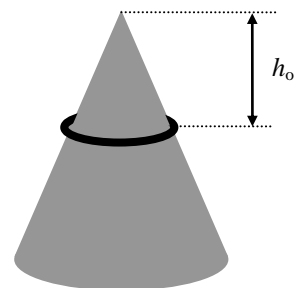
Второй шар ударится в первый со скоростью $V_0=\sqrt{2gh_0}$. По законам сохранения энергии и импульса шары при данном соотношении масс разлетятся после столкновения в противоположные стороны с одинаковыми по модулю скоростями $V=1/2 V_0$ и поднимутся на одинаковые высоты, равные четверти исходной высоты второго шара: $h_1 = h_2 = R/80 = 5\text{см}$. При обратном движении шаров все будет протекать так, как на видеозаписи их прямого движения, пущенной в обратном направлении. Первый шар после столкновения остановится, а второй поднимется в исходное положение, т.е. $H_1=0$, $H_2= R/20 = 20\text{см}$. Этот результат следует из обратимости во времени протекающих процессов, хотя его можно получить и напрямую, решив задачу на столкновение.

ЗАДАЧА № 5

На столе стоит медный конус высотой $H=60\text{см}$ и радиусом основания $R=10\text{см}$. При температуре $T_0=0^\circ\text{C}$ на конус свободно надели тонкое алюминиевое кольцо. Его плоскость горизонтальна и отстоит от вершины конуса на величину $h_0=500,0\text{мм}$ (см. рисунок). Всю систему нагревают до некоторой температуры (T^*) и затем начинают медленно охлаждать. Когда температура достигает исходного значения $T_0=0^\circ\text{C}$, кольцо разрывается. Вопросы:

- До какой температуры (T^*) нагрели конус с кольцом?
- Есть ли ограничения (и какие) для коэффициента трения (μ) между конусом и кольцом, или этот эффект (разрыв кольца) возможен при любом его значении?
- На какую величину (Δh) и с каким знаком (\pm) изменится по сравнению с исходным значением (h_0) расстояние между вершиной конуса и плоскостью кольца при максимальной температуре нагрева T^* ?

Линейный коэффициент теплового расширения меди $\alpha_{Cu}=17 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$, алюминия $\alpha_{Al}=24 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Проволока, из которой сделано кольцо, разрывается от растягивающего механического усилия, когда ее удлинение достигает величины 0,2% от исходной длины.



Решение

Если алюминиевое кольцо лопнуло, значит, трение не позволило ему скользить по медному конусу, и оно сжималось соответственно коэффициенту теплового расширения меди. Следовательно, $\mu \geq R/H = 1/6$. При охлаждении до исходной температуры $T_0=0^\circ\text{C}$ длина окружности кольца оказалась растянутой относительно исходного ненапряженного состояния на величину $\Delta l=l(\alpha_{Al} - \alpha_{Cu})T^*$. Разрыв кольца означает, что $\Delta l/l=0,002$, откуда:

$$T^*=0,002/(\alpha_{Al} - \alpha_{Cu})=286^\circ\text{C}.$$

При нагреве алюминиевое кольцо свободно расширилось соответственно своему коэффициенту теплового расширения. А значит и расстояние между вершиной конуса и плоскостью кольца увеличивалось с тем же коэффициентом, поскольку конус при любой температуре остается подобным исходному. Это относится и к той его части, основанием для которой служит плоскость кольца. Отсюда:

$$\Delta h = h_0 \alpha_{Al} T^* = + 3,4 \text{ мм.}$$

ЗАДАЧА № 6

В ведре, доверху заполненном водой, плавает пустая тарелка. На дне ведра лежит шар объемом $V = 0,8$ литра и плотностью $\rho = 3 \text{ г/см}^3$. Ведро подвешено на пружинных весах, которые показывают общий вес P_0 . Шар аккуратно достают со дна и кладут в тарелку, которая остается на плаву. Как изменятся при этом показания весов?

Решение

Шар имеет массу 2,4 кг, из которых сила Архимеда компенсирует только 0,8 кг. Остальные 1,6 кг будут скомпенсированы, когда шар окажется в тарелке, вытеснив, тем самым, 1,6 литра воды. Поскольку ведро заполнено водой доверху, вытесненная вода выльется на пол, уменьшив показания весов на 1,6 кг.

ЗАДАЧА № 7

Имеются два стандартных электрокипятильника (т.е., они рассчитаны на работу от городской электросети и их сопротивление практически не зависит от температуры). Один кипятильник, включенный в сеть, доводит воду в стакане до кипения за время $t_1 = 30 \text{ с}$. Другому для этого требуется время $t_2 = 60 \text{ с}$.

Взяли два стакана с водой и опустили в них эти кипятильники (каждый в свой стакан). Затем оба кипятильника соединили последовательно и включили в сеть. Сколько времени в этом случае потребуется на кипячение первому (T_1) и второму (T_2) кипятильнику? Теплопотери пренебречь.

Решение

Номинальная мощность кипятильника (W_N) обратно пропорциональна его сопротивлению и также обратно пропорциональна времени нагрева стакана воды в номинальном режиме, откуда $R_1/R_2 = t_1/t_2$. При последовательном их включении в сеть сетевое напряжение U_0 будет не на каждом из них, а распределится между ними пропорционально их сопротивлениям: $U_1 = U_0 R_1 / (R_1 + R_2) = U_0 t_1 / (t_1 + t_2)$ и, соответственно, $U_2 = U_0 t_2 / (t_1 + t_2)$. При этом развиваемые ими мощности составят лишь долю от номинальных:

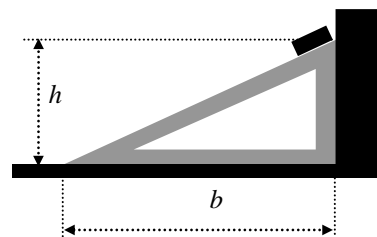
$$W_1 = W_{N1} [t_1 / (t_1 + t_2)]^2 \quad \text{и} \quad W_2 = W_{N2} [t_2 / (t_1 + t_2)]^2.$$

Такую же долю от новых времен нагрева составят исходные времена:

$$T_1 = t_1 [(t_1 + t_2) / t_1]^2 = (t_1 + t_2)^2 / t_1 = 270 \text{ с} \quad \text{и} \quad T_2 = (t_1 + t_2)^2 / t_2 = 135 \text{ с.}$$

ЗАДАЧА № 1

На полу, прижатый к стене, стоит гладкий клин высотой $h = 40\text{ см}$ и основанием $b = 75\text{ см}$. Масса клина $M = 775\text{ г}$. В верхней части на его наклонной поверхности удерживается брусок длиной $l = 25\text{ см}$ и массой $m = 289\text{ г}$, также прижатый к стене (см. рисунок). Брусок отпускают, и он начинает скользить без трения вниз по плоскости.



Определить силу давления клина на стену (N) и пол (P) во время спуска. Через сколько секунд (t) после начала спуска брусок коснется пола?

ЗАДАЧА № 2

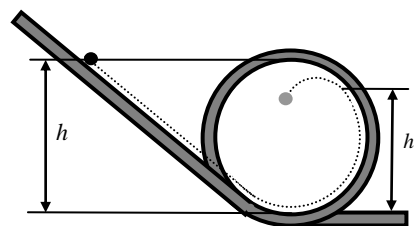
На шероховатом столе лежат два бруска, сцепленные пружиной. Их массы $m_1 = 400\text{ г}$ и $m_2 = 600\text{ г}$. Первый брусок пытаются сдвинуть с места, толкая на него через пружину второй брусок горизонтальной силой F , как это показано на рисунке. Минимальная сила, необходимая для этого, равна $F_{\min} = 2\text{ Н}$. Определить Коэффициент трения (μ) между брусками и столом.



Задача 3

Установка для демонстрации «мертвой петли» представляет собой гладкий желоб, изогнутый в виде петли в вертикальной плоскости. Петля (см. рисунок) состоит из прямой наклонной части, которая плавно (по касательной) переходит в окружность радиуса $R = 60\text{ см}$, а та, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок.

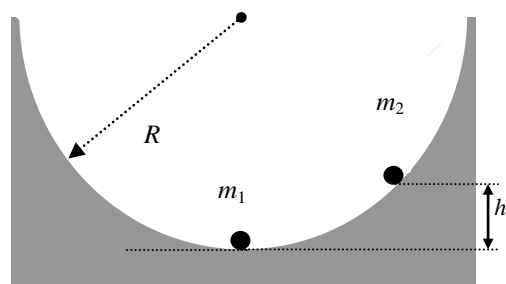
Для того, чтобы скользящий по желобу (без трения) шарик совершил «мертвую петлю», то есть проскользил по круглому участку без отрыва от желоба, его надо пустить по наклонному участку с высоты H , большей диаметра петли. Пренебрегая размерами шарика, найти наименьшее значение этой высоты (H_{\min}), позволяющее шарика совершить «мертвую петлю».



Если же шарик пустить с меньшей высоты, то он, не закончив «мертвой петли», оторвется от желоба и некоторое время будет находиться в свободном полете (см. рисунок, на котором пунктиром показана его примерная траектория). На какой высоте (h_0) произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты h , равной диаметру петли ($h = 2R = 120\text{ см}$)?

ЗАДАЧА № 4

Желоб для скейтбординга имеет в разрезе профиль полуцилиндра радиусом $R = 5\text{ м}$. На его дне лежит шар массой m_1 . На скате желоба на высоте $h_0 = 0,09R$ от дна ставят второй шар массой $m_2 = \frac{1}{2} m_1$ и отпускают (см. рисунок). Через какое время после этого (T_1) произойдет столкновение шаров. Считая это столкновение центральным и абсолютно упругим, найти высоту подъема каждого из шаров (h_1 и, соответственно h_2), после столкновения. Найти временной интервал (T_2) между первым и вторым столкновениями шаров. Определить высоту подъема шаров (H_1 и, соответственно H_2) после второго столкновения. Шары считать материальными точками. Трением пренебречь.

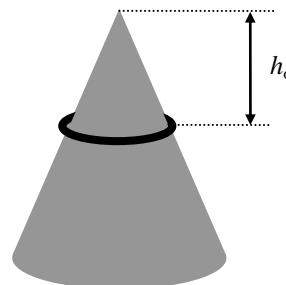


ЗАДАЧА № 5

На столе стоит стальной конус высотой $H=80\text{см}$ и радиусом основания $R=12\text{см}$. При температуре $T_0=0^\circ\text{C}$ на конус свободно надели тонкое алюминиевое кольцо. Его плоскость горизонтальна и отстоит от вершины конуса на величину $h_0=500,0\text{мм}$ (см. рисунок). Всю систему нагревают до некоторой температуры (T^*) и затем начинают медленно охлаждать. Когда температура достигает исходного значения $T_0=0^\circ\text{C}$, кольцо разрывается. Вопросы:

- До какой температуры (T^*) нагрели конус с кольцом?
- Есть ли ограничения (и какие) для коэффициента трения (μ) между конусом и кольцом, или этот эффект (разрыв кольца) возможен при любом его значении?
- На какую величину (Δh) и с каким знаком (\pm) изменится по сравнению с исходным значением (h_0) расстояние между вершиной конуса и плоскостью кольца при максимальной температуре нагрева T^* ?

Линейный коэффициент теплового расширения стали $\alpha_{\text{ст}}=12\cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$, алюминия $\alpha_{\text{Al}}=24\cdot 10^{-6}\text{K}^{-1}$. Проволока, из которой сделано кольцо, разрывается от растягивающего механического усилия, когда ее удлинение достигает величины 0,2% от исходной длины.



ЗАДАЧА № 6

В ведре, доверху заполненном водой, плавает пустая тарелка. На дне ведра лежит шар массой $m=1,8\text{кг}$ и плотностью $\rho=3\text{г/см}^3$. Ведро подвешено на пружинных весах, которые показывают общий вес P_0 . Шар аккуратно достают со дна и кладут в тарелку, которая остается на плаву. Как изменятся при этом показания весов?

ЗАДАЧА № 7

Имеются два стандартных электрокипятильника (т.е., они рассчитаны на работу от городской электросети и их сопротивление практически не зависит от температуры). Один кипятильник, включенный в сеть, доводит воду в стакане до кипения за время $t_1=54\text{с}$. Другому для этого требуется время $t_2=18\text{с}$.

Взяли два стакана с водой и опустили в них эти кипятильники (каждый в свой стакан). Затем оба кипятильника соединили последовательно и включили в сеть. Сколько времени в этом случае потребуется на кипячение первому (T_1) и второму (T_2) кипятильнику? Теплопотерями пренебречь.