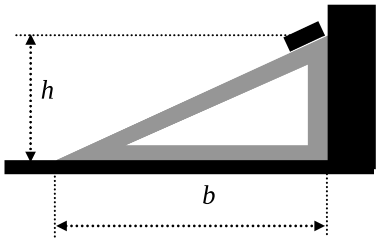
Олимпиада школьников СПбГУ по физике.
Заключительный тур 2014/2015 учебный год.
ВАРИАНТ № 1 (10 класс)

ЗАДАЧА № 1



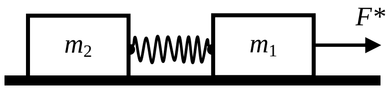
На полу, прижатый к стене, стоит гладкий клин высотой $h = 50$см и основанием $b = 120$см. Масса клина $M = 560$г. В верхней части на его наклонной поверхности удерживается кирпич длиной l = 25см и массой m = 1,69кг, также прижатый к стене (см. рисунок). Кирпич отпускают, и он начинает скользить без трения вниз по плоскости.

Определить силу давления клина на стену (N) и пол (P) во время спуска. Через сколько секунд (t) после начала спуска кирпич коснется пола?

Решение

Длина наклонной плоскости L=130см, а угол ее наклона $\varphi = arcsin$ (5/13). Кирпичу надо проехать путь s = $L - l$ = 105см с ускорением a_o=g $sin\varphi$, на что уйдет время t=$\sqrt{}$(2s/a_o) = 0,74с. При этом горизонтальная составляющая ускорения a_x=$a_o cos\varphi$ обеспечивается давлением стенки на кирпич через клин: $N = ma_x$ = 6Н. Вертикальная составляющая ускорения a_y=$a_o sin\varphi = g(sin\varphi)^2$ обеспечивается земным притяжением, точнее, его частью в количестве F=ma_y =2,5Н. Оставшейся от mg частью кирпич вместе с клином давят на пол с силой $P = (M+ m)g - ma_y$ = 20Н.

ЗАДАЧА № 2



На столе лежат два бруска, сцепленные пружиной (см. рисунок). Их массы m_1 = 200г и m_2 = 300г. Коэффициент трения между ними и столом μ = 0,4. С какой ***минимальной горизонтальной*** силой (F^*) нужно тянуть первый брусок, чтобы сдвинуть второй с места?

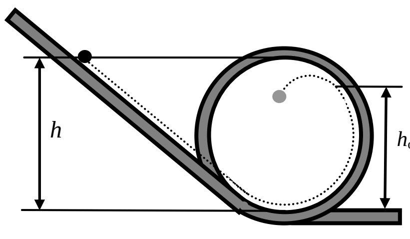
Решение

Пружину нужно растянуть на величину x, где kx = $\mu m_2 g$. Если приложенная сила F<$\mu(m_1+ m_2)g$=2Н, то первый груз начнет разгоняться, а потом тормозить до полной остановки, продолжая растягивать пружину по инерции. Когда он остановится, то для сдвига m_2 пружина должна быть растянута по крайней мере до указанного значения x. Для этого достаточно силы F^*, которая совершит работу А= F^*x= $kx^2/2$+ $\mu m_1 gx$ (потенциальная энергия растянутой пружины + работа против сил трения). Разделив обе части на x и взяв kx из первого равенства, получим:

$$F^*= \mu(m_1+ m_2/2)g =1{,}4 \text{ Н}.$$

Задача 3

Установка для демонстрации «мертвой петли» представляет собой гладкий желоб, изогнутый в виде петли в вертикальной плоскости. Петля (см. рисунок) состоит из прямой наклонной части, которая плавно (по касательной) переходит в окружность радиуса R, а та, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок. Для того, чтобы скользящий по желобу (без трения) шарик совершил «мертвую петлю», то есть проскользил по круглому участку без отрыва от желоба, его надо пустить по наклонному участку с высоты H, большей диаметра петли.



Наименьшая высота, позволяющая шарику совершить «мертвую петлю», равна H_{min}=150см. Найти величину радиуса петли R . Размерами шарика пренебречь.

Если же шарик пустить с меньшей высоты, то он, не закончив «мертвой петли», оторвется от желоба и некоторое время будет находиться в свободном полете (см. рисунок, на котором пунктиром показана его примерная траектория). На какой высоте (h_o) произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты h, равной диаметру петли ($h = 2R$)?

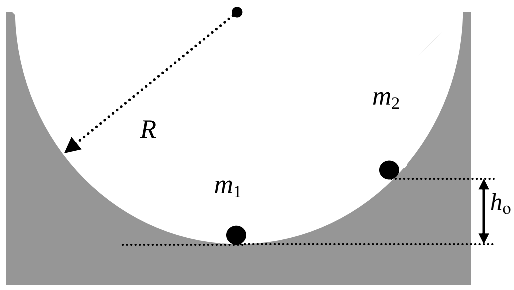
Решение

Для совершения «мертвой петли» превышение точки старта над верхней точкой петли (h) должно обеспечить такую скорость (v) в этой точке, что центростремительное ускорение $a_c = v^2/R \geq g$. Из закона сохранения энергии $v^2=2gh$, откуда $h \geq R/2$, $H_{min}=2{,}5R$ и, соответственно, R =60см.

Если точка старта будет на уровне верхней точкой петли, то шарик оторвется, не дойдя до верха часть окружности, а именно дугу, составляющую центральный угол φ, при котором $a_c = v^2/R = g\cos\varphi$. Но, по закону сохранения энергии, в этой точке $v^2=2gR\,(1 - \cos\varphi)$, откуда $\cos\varphi=2/3$ и $h_o= 5R/3$ =1м.

ЗАДАЧА № 4

Желоб для скейтбординга имеет в разрезе профиль полуцилиндра радиусом R=4м. На его дне лежит шар массой m_1. На скате желоба на высоте $h_o = 0{,}05R$ от дна ставят второй шар массой $m_2 = ⅓\, m_1$ и отпускают (см. рисунок). Через какое время после этого (T_1) произойдет столкновение шаров. Считая это столкновение центральным и абсолютно упругим, найти высоту подъема каждого из шаров (h_1 и, соответственно h_2), после столкновения. Найти временной интервал (T_2) между первым и вторым столкновениями шаров. Определить высоту подъема шаров (H_1 и, соответственно H_2) после второго столкновения. Шары считать материальными точками. Трением пренебречь.



Решение

Второй шар начнет двигаться, как математический маятник с длиной нити R. Поэтому первое столкновение произойдет через четверть периода его колебаний: $T_1=½\,\pi\,\sqrt{(R/g)}$ = 1с. Очевидно, что все остальные столкновения будут проходить с удвоенным интервалом $T_2 = 2T_1$ =2с.

Второй шар ударится в первый со скоростью $V_o=\sqrt{(2gh_o)}$. По законам сохранения энергии и импульса шары при данном соотношнннии масс разлетятся после столкновения в противополпжные стороны с одинаковыми по модулю скоростями $V=½V_o$ и поднимутся на одинаковые высоты, равные четверти исходной высоты второго шара: $h_1 = h_2 = R/80$ = 5см. При обратном движении шаров все будет протекать так, как на видеозаписи их прямого движения, пущенной в обратном направлении. Первый шар после столкновения остановится, а второй поднимется в исходное положение, т.е. H_1=0, $H_2= R/20$ = 20см. Этот результат следует из обратимости во времени протекающих процессов, хотя его можно получить и напрямую, решив задачу на столкновение.

ЗАДАЧА № 5

Не пользуясь таблицами, определить относительную влажность воздуха в комнате при температуре t = 30°C, если измеренная точка росы в ней оказалась равной $t_{росы}$ = 11°C. Считать, что в этой температурной области плотность насыщенного пара (ρ*) пропорциональна 16-й степени ***абсолютной*** температуры:

$$\rho^*(T) = A\cdot T^{16}, \text{ где } A \text{ – константа.}$$

Решение

$$\varphi = (T_{росы}/T)^{16} = [(11+273)/(30+273)]^{16} = 0{,}355 = 35{,}5\%$$

ЗАДАЧА № 6

На освещенной стороне поверхности Луны температура достигает значения ~ +130°C. Оценить среднеквадратичную скорость теплового движения молекул водорода (V_{H2}) и азота (V_{N2}) при этой температуре. Сравнить ее со второй космической скоростью для Луны (V_{II}). Радиус Луны R=1,7тысяч км, ускорение свободного падения на Луне составляет 1/6 от земного. Массы атомов водорода и азота принять равными 1 и, соответственно, 14 аем (атомных единиц массы). 1аем=$1{,}66\cdot10^{-27}$кг, $k_Б = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К.

Решение

Разность потенциалов между шарами $\varphi_2 - \varphi_1 = (\varepsilon_2 R_1 + \varepsilon_1 R_2)/(R_1 + R_2) = +\,8/3\ B$ создается электрической цепью и достигается перетеканием отрицательного заряда q со 2-го шара на 1-й. Поскольку

$$\varphi_1/\varphi_2 = -\,r_2/r_1 = -3, \text{ то}$$

$$\varphi_1 = -2B, \qquad \varphi_2 = +2/3\ B, \quad \text{а} \qquad q = \varphi_1 r_1 4\pi\varepsilon_0 = -2{,}2\times10^{-12}\text{Кл}.$$

ЗАДАЧА № 7

Имеются два стандартных электрокипятильника (т.е., они рассчитаны на работу от городской электросети и их сопротивление практически не зависит от температуры). Один кипятильник, включенный в сеть, доводит воду в стакане до кипения за время t_1=30с. Другому для этого требуется время t_2 =60с.

Взяли два стакана с водой и опустили в них эти кипятильники (каждый в свой стакан). Затем оба кипятильника соединили последовательно и включили в сеть. Сколько времени в этом случае потребуется на кипячение первому (T_1) и второму (T_2) кипятильнику? Теплопотерями пренебречь.

Решение

Номинальная мощность кипятильника (W_N) обратно пропорциональна его сопротивлению и также обратно пропорциональна времени нагрева стакана воды в номинальном режиме, откуда $R_1/R_2 = t_1/t_2$. При последовательном их включении в сеть сетевое напряжение U_o будет не на каждом из них, а распределится между ними пропорционально их сопротивлениям: $U_1=U_oR_1/(R_1+R_2) = U_ot_1/(t_1+t_2)$ и, соответственно, $U_2= U_ot_2/(t_1+t_2)$. При этом развиваемые ими мощности составят лишь долю от номинальных:

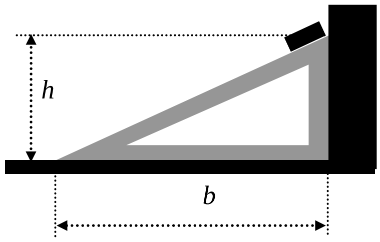
$$W_1=W_{N1}[t_1/(t_1+t_2)]^2 \quad \text{и} \quad W_2 = W_{N2}[t_2/(t_1+t_2)]^2.$$

Такую же долю от новых времен нагрева составят исходные времена:

$$T_1=t_1[(t_1+t_2)/t_1]^2= (t_1+t_2)^2/t_1=270\text{с} \quad \text{и} \quad T_2 = (t_1+t_2)^2/t_2 = 135\text{с}.$$

ВАРИАНТ № 2 (10 класс)

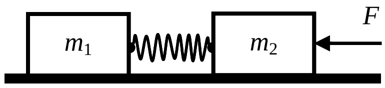
ЗАДАЧА № 1



На полу, прижатый к стене, стоит гладкий клин высотой $h = 40$см и основанием $b = 75$см. Масса клина $M = 775$г. В верхней части на его наклонной поверхности удерживается брусок длиной $l = 25$см и массой $m = 289$г, также прижатый к стене (см. рисунок). Брусок отпускают, и он начинает скользить без трения вниз по плоскости.

Определить силу давления клина на стену (N) и пол (P) во время спуска. Через сколько секунд (t) после начала спуска брусок коснется пола?

ЗАДАЧА № 2

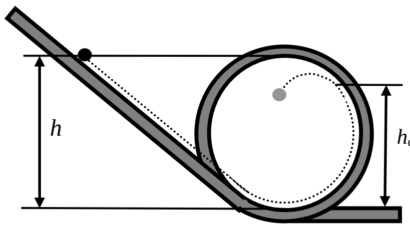


На шероховатом столе лежат два бруска, сцепленные пружиной. Их массы $m_1 = 400$г и $m_2 = 600$г. Первый брусок пытаются сдвинуть с места, толкая на него через пружину второй брусок горизонтальной силой F, как это показано на рисунке. Минимальная сила, необходимая для этого, равна F_{min} = 2Н. Определить Коэффициент трения (μ) между брусками и столом.

Задача 3

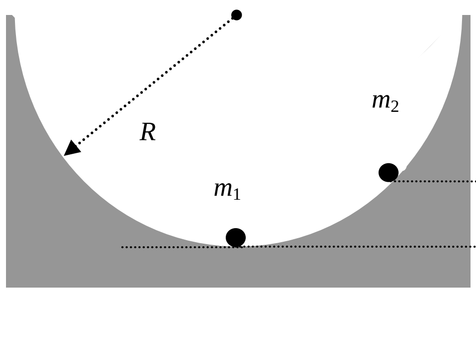
Установка для демонстрации «мертвой петли» представляет собой гладкий желоб, изогнутый в виде петли в вертикальной плоскости. Петля (см. рисунок) состоит из прямой наклонной части, которая плавно (по касательной) переходит в окружность радиуса $R = 60$см, а та, в свою очередь, также плавно переходит в горизонтальный прямой участок.

Для того, чтобы скользящий по желобу (без трения) шарик совершил «мертвую петлю», то есть проскользил по круглому участку без отрыва от желоба, его надо пустить по наклонному участку с высоты H, большей диаметра петли. Пренебрегая размерами шарика, найти наименьшее значение этой высоты (H_{min}), позволяющее шарику совершить «мертвую петлю».



Если же шарик пустить с меньшей высоты, то он, не закончив «мертвой петли», оторвется от желоба и некоторое время будет находиться в свободном полете (см. рисунок, на котором пунктиром показана его примерная траектория). На какой высоте (h_o) произойдет отрыв шарика от желоба, если пустить его с высоты h, равной диаметру петли ($h = 2R = 120$см)?

ЗАДАЧА № 4



Желоб для скейтбординга имеет в разрезе профиль полуцилиндра радиусом R=5м. На его дне лежит шар массой m_1. На скате желоба на высоте $h_o = 0{,}09R$ от дна ставят второй шар массой $m_2 = ½\, m_1$ и отпускают (см. рисунок). Через какое время после этого (T_1) произойдет столкновение шаров. Считая это столкновение центральным и абсолютно упругим, найти высоту подъема каждого из шаров (h_1 и, соответственно h_2), после столкновения. Найти временной интервал (T_2) между первым и вторым столкновениями шаров. Определить высоту подъема шаров (H_1 и, соответственно H_2) после второго столкновения. Шары считать материальными точками. Трением пренебречь.

ЗАДАЧА № 5

Не пользуясь таблицами, определить относительную влажность воздуха в комнате при температуре t = 25°C, если измеренная точка росы в ней оказалась равной $t_{\text{росы}}$ = 17°C. Считать, что в этой температурной области плотность насыщенного пара (ρ*) пропорциональна 16-й степени ***абсолютной*** температуры:

$$\rho^*(T) = A\cdot T^{16}, \text{ где } A \text{ – константа.}$$

ЗАДАЧА № 6

На поверхности Марса температура достигает значения T = – 30°C. Оценить среднеквадратичную скорость теплового движения молекул гелия (V_{H2}) и кислорода (V_{N2}) при этой температуре. Сравнить ее со второй космической скоростью для Марса (V_{II}). Радиус Марса R=3,4тысяч км, ускорение свободного падения на Марсе составляет 0,4 от земного. Массы атомов гелия и кислорода принять равными 4 и, соответственно, 16 аем (атомных единиц массы). 1аем=$1{,}66\cdot10^{-27}$кг, $k_Б = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К.

ЗАДАЧА № 7

Имеются два стандартных электрокипятильника (т.е., они рассчитаны на работу от городской электросети и их сопротивление практически не зависит от температуры). Один кипятильник, включенный в сеть, доводит воду в стакане до кипения за время t_1=54с. Другому для этого требуется время t_2=18с.

Взяли два стакана с водой и опустили в них эти кипятильники (каждый в свой стакан). Затем оба кипятильника соединили последовательно и включили в сеть. Сколько времени в этом случае потребуется на кипячение первому (T_1) и второму (T_2) кипятильнику? Теплопотерями пренебречь.