

Олимпиада школьников СПбГУ по физике 2011-2012

отборочный этап (9 класс)

ЗАДАЧА № 1

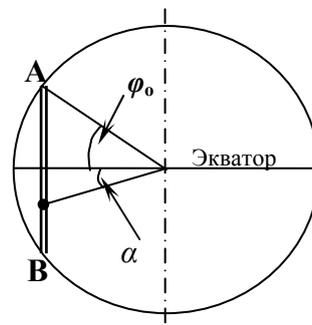
«Лиха беда – начало»

Действующая микромодель автомобиля имеет двигатель внутреннего сгорания и два топливных бака – один с бензином, другой с газом. На газе двигатель развивает ускорение $a_r = 3 \text{ м/с}^2$, и газа в баке хватает на работу в течение $t_r = 6 \text{ с}$. На бензине двигатель развивает ускорение $a_b = 4 \text{ м/с}^2$, и бензина хватает на работу в течение $t_b = 3 \text{ с}$. Топливо можно использовать в произвольном порядке (в любой момент баки можно мгновенно включать, выключать и переключать, но нельзя включать их одновременно). При отключенных или пустых баках модель идет по инерции с постоянным тормозящим ускорением $a_0 = -2 \text{ м/с}^2$. Программа переключений вводится в модель перед стартом и по ходу движения не меняется. Кроме того, в модель вмонтирован так называемый «черный ящик». Это прибор, который включается в момент старта и работает до полной остановки модели. В каждый момент (t) он одновременно и независимо фиксирует значения нескольких кинематических параметров, в том числе мгновенную скорость $v(t)$, пройденный путь $S(t)$ и среднюю скорость $V_{cp}(t)$, достигнутую на текущий момент с начала старта. Определите максимально возможные значения каждого из указанных параметров «черного ящика». Найдите соответствующие им моменты времени.

ЗАДАЧА № 2

«Как сквозь землю провалился»

Города «А» и «В» расположены на одном меридиане по разные стороны от экватора, но на одинаковом от него расстоянии. Таким образом, их географические широты в Северном и, соответственно, в Южном полушариях задаются одним и тем же числом. В нашем случае оно равно φ_0 . Между этими городами прорыт сквозь толщу земли прямой тоннель (см. рисунок), в котором проложен железнодорожный путь. В пренебрежении диссипативными силами, сообщение между городами «А» и «В» можно осуществлять без затрат каких-либо посторонних источников энергии. Вагон без начального толчка просто отпускается в свободное движение по тоннелю из одного пункта в другой. Поскольку тоннель в любой точке имеет «гравитационный» уклон к своей середине, то силы земного притяжения на первой половине пути будут разгонять вагон, а на второй – столь же успешно тормозить его, так что в конечном пункте вагон остановится сам.



Вопрос №1. Сколько времени займет это путешествие? (Подсказка:

установите аналогию между движением вагона в тоннеле и колебаниями груза на пружинке).

Вопрос №2. К потолку вагона подвешен математический маятник, период колебаний которого в нормальных условиях равен T_0 . В каких пределах будет изменяться период его колебаний (от T_{min} до T_{max}) во время такого путешествия?

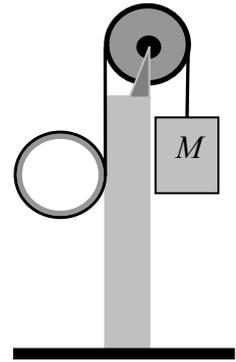
Вопрос №3. Каким будет период колебаний маятника, если вагон остановить в том месте тоннеля (черная точка на рисунке), из которого направление на центр Земли составляет угол α с экваториальной плоскостью?

Землю считать однородным шаром. Вращением Земли пренебречь.

ЗАДАЧА № 3

«Держаться до последнего»

К тонкому обручу массой $m = 0,8$ кг (например, обод велосипедного колеса) привязывают снаружи один конец легкого нерастяжимого тонкого троса и плотно наматывают на обод несколько витков. К другому концу троса привязывают груз массой M . Затем трос перекидывают через легкий блок, закрепленный на вершине высокого гладкого столба, и удерживают всю систему в положении, указанном на рисунке. При этом обе части троса, свисающие с блока, находятся в вертикальном положении, а обруч касается столба. После того, как систему отпускают, обруч начинает раскручиваться (против часовой стрелки на рисунке), и одновременно, его центр начинает двигаться вниз. При этом груз все время остается на исходном уровне.



Найти массу груза (M) и ускорение центра обруча (a).

ЗАДАЧА № 4

«Тише едешь...»

Расстояние между передней и задней осями автомобиля равно L , а расстояние между левыми и правыми колесами составляет величину b . Центр масс автомобиля расположен на высоте h над дорогой и проецируется на нее между осями на расстоянии βL от проекции передней оси ($0 \leq \beta \leq 1$). Коэффициент трения между шинами и дорожным покрытием равен μ .

Вопрос №1. Предположим, что на горизонтальном участке дороги автомобиль входит в крутой поворот на недопустимо высокой скорости. С чего начнется для него ДТП (дорожно-транспортное происшествие) – с опрокидывания набок или с заноса в кювет)?

Вопрос №2. Какое максимальное ускорение (a^*) сможет развить такой автомобиль на прямом горизонтальном участке дороги, если у мотора избыточная мощность, ведущими являются задние колеса, а сцепление с дорогой (μ) достаточно велико?

Вопрос №3. При каком минимальном значении коэффициента трения (μ_{\min}) можно достичь такого ускорения?

Подчеркнем, что при полной разгрузке передних колес автомобиль полностью теряет рулевое управление, что, впрочем, не препятствует его прямолинейному движению в течение какого-то времени. А вот дальнейшее ускорение уже приводит к опрокидыванию назад. Проще всего этот эффект демонстрируется на мощном мотоцикле. Профессиональные мотогонщики очень часто поднимают своего «коня» «на дыбы» после победного финиша. При этом они, естественно, не доводят дело до «логического конца». А вот иные «любители» быстрых стартов нередко тут же и «финишируют», уже на спине.

ЗАДАЧА № 5

«Птица в клетке»

На длинную гладкую горизонтальную спицу надели три бусинки и расположили их на некотором расстоянии друг от друга. Бусинки имеют массы, соответственно m_0 , m_1 и m_2 , причем масса средней бусинки (m_0) существенно меньше масс окружающих ее соседей ($m_0 \ll m_1$ и $m_0 \ll m_2$). В какой-то момент средней бусинке сообщили скорость V_0 в одном из направлений, и она начала скользить по спице «туда-сюда» между своими «тяжелыми» соседками, поочередно отражаясь от них абсолютно упругим образом. Каких предельных значений (V_1 и V_2) достигнут скорости крайних бусинок после очень большого числа соударений с центральной? Всеми диссипативными силами пренебречь, длину спицы считать неограниченной.

ЗАДАЧА № 6

«Все ниже, и ниже, и ниже...»

Доска длиной L наклонена под углом α к горизонту. У верхнего конца на ее поверхность кладут *плашмя* маленькую круглую шайбу и отпускают. Коэффициент трения между шайбой и доской $\mu < \operatorname{tg} \alpha$, поэтому шайба начнет скользить вниз. На нижнем торце доски имеется массивный борт, от которого скользящая вниз шайба отражается нормально и абсолютно упруго. Какой путь (S) шайба пройдет вверх по доске после первого отражения от борта? Какой полный путь (S^*) пройдет шайба за все время своего движения вверх-вниз по доске до полной остановки?

ЗАДАЧА № 7

«Тяжелая рука»

По неподвижному шару для пинг-понга на высоте $h = 95$ см над полом наносят удар ракеткой вертикально вниз. После отскока от пола шарик подлетает вверх на высоту $H = 5$ м. Найти скорость ракетки в момент удара. Все удары считать абсолютно упругими, $g = 10$ м/с², сопротивлением воздуха пренебречь. Масса шарика $m_{\text{ш}} \ll m_{\text{р}}$ массы ракетки.

ЗАДАЧА № 8

«Скользкий пол»

Из толстой пластины квадратного сечения со стороной 10 см вырезана аналогичная квадратная пластина со стороной 8 см. Полученный таким образом уголок удерживают на гладкой ($\mu = 0$) горизонтальной поверхности в положении, указанном на рисунке, после чего отпускают. На сколько сантиметров сместится от исходного положения точка «А», когда точка «В» достигнет поверхности? Считать, что движение возможно только в плоскости рисунка.

