I. Задания заключительного этапа олимпиады 2015-16 года

Заключительный этап 11 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Кодирование информации. Системы счисления (2 балла)

[Суммы разрядов]

Условие

Сколько существует натуральных чисел, меньших 8192, удовлетворяющих следующему условию: если к такому числу прибавить 1, то сумма цифр в двоичной записи получившегося числа окажется ровно в 3 раза меньше, чем сумма цифр в двоичной записи исходного числа. В ответе укажите целое число.

Ответ: 19 Решение

Обратим внимание, что сумма цифр числа после прибавления к числу 1 может уменьшиться, только если двоичная запись этого числа оканчивается не менее чем на две идущие подряд единицы. Если двоичная запись числа оканчивается на 0, то прибавление к числу единицы увеличит количество единиц в записи на одну, а если двоичная запись числа оканчивается на 01, то после прибавления к числу единицы, количество единиц в его двоичной записи не изменится. Натуральные числа, меньшие $8192=2^{13}$, могут содержать не более 13 разрядов в двоичной записи. Для того чтобы сумма цифр уменьшилась ровно в 3 раза, исходное число должно содержать в двоичной записи количество единиц кратное трем. Рассмотрим варианты, удовлетворяющие описанным выше условиям.

- 1. Исходное число содержит ровно три единицы в двоичной записи. Очевидно, что может быть только один вариант такого числа, удовлетворяющий условию. Это число 1112. После прибавления к нему 1 получится 10002, то есть сумма разрядов двоичной записи уменьшилась в 3 раза. Легко заметить, что в случае, если число содержит в двоичной записи ровно 3 единицы, но оканчивается только на 2 единицы, например 10112 или 100112 после прибавления к такому числу единицы результат будет содержать ровно 2 единицы.
- 2. Исходное число содержит ровно 6 единиц в двоичной записи. Поскольку нам необходимо, чтобы после прибавления единицы двоичная запись содержала ровно 2 единицы, такое число должно оканчиваться на 5 единиц и еще содержать в двоичной записи одну неприлегающую к ним единицу (5 единиц в конце числа после прибавления единицы к исходному числу «превратятся» в одну единицу и 5 нулей, тогда всего в двоичной записи числа будет 2 единицы). Поскольку по условию число не может содержать больше 13 двоичных разрядов, получается, что существует 7 чисел, удовлетворяющих этому условию (число заканчивается на 011111 и может содержать еще одну единицу в одном из оставшихся 7 разрядов):

```
\begin{array}{l} 1011111_2 + 1 = 1100000_2 \\ 10011111_2 + 1 = 101000000_2 \\ 100011111_2 + 1 = 1001000000_2 \\ 1000011111_2 + 1 = 10001000000_2 \\ 10000011111_2 + 1 = 100001000000_2 \\ 100000011111_2 + 1 = 1000001000000_2 \\ 1000000011111_2 + 1 = 1000001000000_2 \\ 10000000011111_2 + 1 = 10000001000000_2 \\ \end{array}
```

Легко показать, что любое другое исходное число, двоичная запись которого содержит ровно 6 единиц, после прибавления к числу 1 не сможет дать результат, содержащий ровно 2 единицы — результат будет всегда содержать большее количество единиц, например, $1101111_2+1=1110000_2$.

3. Исходное число содержит ровно 9 единиц в двоичной записи. Рассуждая аналогично предыдущему пункту, придем к выводу, что для того, чтобы на единицу большее число содержало ровно 3 единицы, исходное число должно заканчиваться на 7 единиц и еще содержать две неприлегающих к ним единицы. Легко посчитать, что таких чисел (имеющих при этом не более 13 двоичных разрядов) будет ровно 10.

```
\begin{array}{c} 1101111111_2 + 1 = 1110000000_2 \\ 10101111111_2 + 1 = 10110000000_2 \\ 11001111111_2 + 1 = 11010000000_2 \\ 100101111111_2 + 1 = 100110000000_2 \\ 101001111111_2 + 1 = 101010000000_2 \\ 110001111111_2 + 1 = 110010000000_2 \\ 100101111111_2 + 1 = 10001100000000_2 \\ 1001001111111_2 + 1 = 10010100000000_2 \\ 1010001111111_2 + 1 = 10100100000000_2 \\ 1100001111111_2 + 1 = 11000100000000_2 \\ 1100001111111_2 + 1 = 11000100000000_2 \\ \end{array}
```

4. Исходное число содержит ровно 12 единиц в двоичной записи. Поскольку в результате прибавления к числу единицы в записи результата должно быть ровно 4 двоичных единицы, рассуждая аналогично предыдущим пунктам, придем к выводу, что такое число должно заканчиваться на 9 единиц и еще иметь неприлегающие к ним 3 единицы. Но при ограничении в 13 двоичных разрядов возможно только одно такое число:

```
11101111111111<sub>2</sub>+1=11110000000000<sub>2</sub>
```

Tаким образом, всего существует 1+7+10+1=19 чисел, удовлетворяющих условию.

Отметим, что кроме аналитического решения существует возможность решить задачу программно, реализовав алгоритм перевода чисел в двоичную систему счисления с подсчетом единичных разрядов и перебрав возможные значения натуральных чисел из заданного диапазона, определяя те из них, которые соответствуют требованиям условия.

2. Кодирование информации. Количество информации (2 балла) [Генератор паролей]

Условие

Весельчак У создал генератор паролей. Генератор создает пароли длиной 5 символов, где каждый символ с равной вероятностью берется из набора из *X* символов. Известно, что сообщение, что очередной пароль является палиндромом, несет в себе ровно на 10 бит информации меньше, чем сообщение, что очередной пароль состоит из одинаковых символов. Также известно, что при вычислении количества информации в каждом из этих сообщений сразу без округления получалось целое количество бит. Определите количество символов *X*, при котором такое соотношение будет справедливым. Палиндромом будем считать такую последовательность символов, которая будет читаться одинаково слева направо и справа налево, например АВСВА или ВВВВВ. В ответе укажите целое число.

Ответ: 32 Решение

Количество информации в сообщении связано с вероятностью возникновения события, о котором передано сообщение формулой $I=\log_2(1/p)$, где p- вероятность события. Посчитаем вероятности событий, о которых говорится в условии. Очевидно, что может быть ровно X отличающихся вариантов паролей, состоящих из одинаковых символов. Тогда при заданной длине пароля в 5 символов вероятность создания генератором пароля, состоящего из одинаковых символов $p_1=X/X^5=1/X^4$. Следовательно, количество информации в сообщении о том, что очередной пароль состоит из одинаковых символов, будет $I_1=\log_2(X^4)$. Посчитаем вероятность того, что очередной пароль буде палиндромом. Количество комбинаций из 5 символов, которые будут палиндромами, будет равно $X^*X^*X^*I^*I=X^3$. Общее количество комбинаций паролей из 5 символов будет равно X^5 . Соответственно, вероятность создания генератором пароля, являющегося палиндромом, будет равна $X^3/X^5=I/X^2$. Следовательно, количество информации в сообщении о том, что очередной пароль является палиндромом, будет $I_2=\log_2(X^2)$. Данная в условии задания разность между количеством информации в этих сообщениях позволяет составить следующее уравнение: $\log_2(X^4)$ - $\log_2(X^2)=10$. Решим это уравнение: $\log_2(X^4/X^2)=10$, $X^2=2^{10}$, $X=2^5=32$.

3. Основы логики (1 балл)

[Логические матрешки]

Условие

Упростите логическое выражение или укажите его значение (при его однозначности). Результат упрощения может содержать только логические операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции.

$$\frac{}{A \land B \to \overline{B} \land C \to \overline{B} \land C \to \overline{C} \land D} \to \frac{}{\overline{B} \land C \to \overline{C} \land D \to \overline{C} \land D \to \overline{D} \land E}$$

В приведенном выражении знак ∧ означает операцию конъюнкции, знак → означает операцию импликации, а черта над операндом или логическим выражением – операцию отрицания.

Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими **латинскими** буквами; логические операции обозначаются, соответственно как **not**, **and** и **or**.

Скобки используются только для изменения порядка выполнения операций. Если порядок выполнения операций очевиден из их приоритетов — дополнительное использование скобок считается ошибкой.

 Π ри однозначном ответе — истинный ответ обозначается как 1, а ложный как 0.

 Π ример записи ответа: (A or not B) and C

Ответ: A and B || B and A

Решение

Рассмотрим фрагмент логического выражения $A \land B \to \overline{B} \land C$ и упростим его.

$$A \land B \rightarrow \overline{B} \land C = \overline{A} \lor \overline{B} \lor \overline{B} \land C = \overline{A} \lor \overline{B} = A \land B$$

Заметим, что упрощение такого выражения в результате дает левую часть импликации из исходного выражения.

Заметим, что исходное выражение имеет еще 3 фрагмента по структуре повторяющих упрощенный выше. Следовательно, даже не проводя последовательные преобразования, можно сделать вывод, что:

$$\overline{B} \wedge C \to \overline{C} \wedge D = \overline{B} \wedge C$$

$$\overline{C} \wedge D \rightarrow \overline{D} \wedge E = \overline{C} \wedge D$$

Подставим результаты упрощения фрагментов в исходное выражение и получим:

$$A \wedge B \to \overline{B} \wedge C \to \overline{B} \wedge C \to \overline{C} \wedge D$$

Легко заметить, что оно опять состоит из фрагментов, для которых мы уже знаем упрощенную запись. Подставим результаты их упрощения и получим:

$$A \wedge B \rightarrow \overline{B} \wedge C$$

Это опять уже известный нам фрагмент и его упрощение приведет κ ответу: $A \land B$

Или в соответствии с требованиями к записи ответа, приведенными в комментарии к условию: A and B

4. Кодирование информации. Алгоритмы обработки кодированной информации (1 балл) [Циклический код]

Услови

Громозека придумал способ шифрования чисел, записанных в восьмеричной системе счисления. Он взял некоторую последовательность X из восьми нулей и единиц, счет которых зациклен, то есть если двигаться по элементам

последовательности слева направо, то после восьмого элемента счет элементов продолжится с начала последовательности. Каждой комбинации из трех идущих подряд элементов этой последовательности, считая слева направо от начала последовательности и сдвигаясь каждый раз на один элемент, Громозека поставил в соответствие цифру от 0 до 7: комбинации из первых трех элементов последовательности — цифру 0, комбинации, из второго, третьего и четвертого элемента — цифру 1 и т.д. Таким образом, цифра 7 соответствует комбинации из последнего, первого и второго элементов последовательности соответственно. Последовательность X такова, что никакой паре цифр не сопоставлены одинаковые комбинации элементов последовательности.

Шифрование Громозека проводил следующим образом:

- 1. Брал исходное число в восьмеричной системе счисления.
- 2. Находил по последовательности X трехразрядную двоичную комбинацию, соответствующую каждой цифре этого числа, и заменял цифру этой комбинацией.
- 3. Получившуюся после замен последовательность из нулей и единиц рассматривал как целое число, записанное в двоичной системе счисления, и переводил его в восьмеричную систему счисления.

Известно, что в результате шифрования исходного числа 72_8 Громозека получил 43_8 . Определите, какую последовательность X Громозека использовал для шифрования. В ответе укажите подряд без пробелов восемь нулей или единиц, соответствующих последовательности X.

Ответ: 00011101

Решение

Переведем 43₈ в двоичную систему счисления. Для этого воспользуемся правилом, что каждый разряд восьмеричного числа можно независимо перевести в три двоичных разряда. В результате получим 100011_2 . Следовательно, цифре 7 исходного числа соответствовала комбинация 100, а цифре 2 – комбинация 011. При этом из условия следует, что цифре 2 соответствует комбинация из третьего, четвертого и пятого элементов последовательности X, а цифре 7 – комбинация из последнего, первого и второго элементов последовательности X. Теперь мы знаем 6 из 8 элементов последовательности:

Необходимо найти оставшиеся два элемента. Для этого воспользуемся условием из задания, согласно которому двум различным цифрам не могут быть поставлены в соответствие одинаковые комбинации, а, следовательно, в последовательности X не может быть двух одинаковых комбинаций из идущих подряд трех элементов, начинающихся с разных позиций в последовательности.

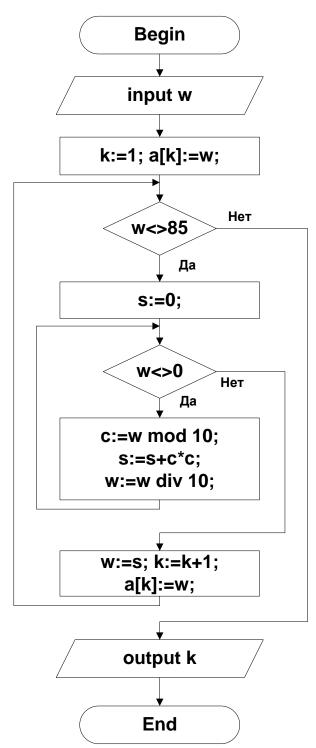
Подставить на оставшиеся неизвестные позиции пару «0~0» нельзя, поскольку в последовательности 0~0~0~1~1~0~0~1 будет две комбинации 001. Нельзя также и подставить пару «0~1», поскольку в последовательности 0~0~0~1~1~0~1~1 будет две комбинации 011. Аналогично нельзя подставить пару «1~1», поскольку в последовательности 0~0~0~1~1~1~1~1 будет две комбинации 111. Остается только вариант подставить «1~0». Тогда получится последовательность 0~0~0~1~1~1~0~1, не содержащая повторяющихся комбинаций из трех идущих подряд разрядов. Она и будет правильным ответом на задание.

5. Алгоритмизация и программирование. Анализ алгоритма, заданного в виде блок-схемы (3 балла)

[Найти все]

Условие

Дана блок-схема алгоритма.



Найдите все значения переменной w, которые можно подать на вход алгоритма для того, чтобы выполнились следующие условия:

- 1. На выходе алгоритма получилось значение переменной ${\it k}$, равное 5.
- 2. Все элементы массива *a*, значения которых получались во время выполнения алгоритма, оказались двузначными натуральными числами.

В ответе укажите одно натуральное число – сумму найденных значений w.

Ответ: 311 Решение

Проанализировав алгоритм, можно увидеть, что он заполняет элементы массива **a** числами таким образом, что каждый следующий элемент массива является суммой квадратов цифр предыдущего элемента массива. При этом первый элемент задается с помощью переменной **w** на входе алгоритма, и возможные значения этой переменной на входе алгоритма, приводящие к выполнению указанных условий, нам необходимо определить.

Поскольку алгоритм завершился со значением k=5, а условием завершения внешнего цикла является получение значения w=85, пятый элемент массива a[5]=85. Число 85 может быть получено как сумма квадратов цифр двузначных чисел 29, 92, 67 или 76. При этом числа 67, 76 и 92 не могут быть представлены как сумма квадратов двух натуральных чисел, следовательно, a[4]=29.

Число 29 может быть представлено как сумма квадратов цифр 5 и 2, что дает нам двух претендентов на значение **a[3]**. Рассмотрим оба варианта:

Пусть a[3]=52.52 может быть представлено суммой квадратов натуральных чисел только как $36+16=6^2+4^2$. При этом 46 нельзя представить суммой квадратов двух натуральных чисел, значит a[2], если следовать этой ветви может быть равно только 64. Тогда при условии, что все элементы массива должны быть двузначными числами, a[1], а, следовательно, и w=80. Мы нашли одно возможное значение w на входе алгоритма.

Рассмотрим другой вариант. Пусть **a**[3]=25. Заметим, что оно может быть получено как сумма квадратов цифр трех вариантов двузначных чисел: 34, 43 и 50. Число 43 можно сразу отбросить, поскольку оно не может быть представлено как сумма квадратов двух натуральных чисел. Рассмотрим два варианта значения **a**[2] в этом случае: 34 и 50

Если a[2]=34, то a[1] может быть либо 35, либо 53. Мы нашли еще два возможных значения w на входе алгоритма.

Если a[2]=50, то a[1] может принять значение или 55, 71 или 17. Следовательно, мы нашли еще три возможных значения w на входе алгоритма. Обратим внимание, что мы рассмотрели все возможные ветви и, соответственно определили все возможные значения w на входе алгоритма: 80, 35, 53, 55, 71 и 17. Их сумма равняется 311, что и является ответом на задание.

6. Алгоритмизация и программирование. Формальные исполнители (1 балл) [Бегущая строка]

Условие

Строки, состоящие из последовательностей цифр, формируются следующим образом. Первая строка состоит из четырех единиц. Каждая из последующих строк создается следующим действием: берется предыдущая строка и после каждой ее цифры вставляется цифра на единицу большая. Вот первые 3 строки, созданные по этому правилу:

- (1) 1111
- (2) 12121212
- (3) 1223122312231223

Сколько цифр 5 и сколько цифр 7 будет в строке с номером (9)? В ответе укажите через пробел два целых числа: сначала количество цифр 5 в девятой строке, а затем количество цифр 7 в девятой строке.

Ответ: 280 112 Решение

Если проанализировать условие, то можно сделать вывод, что количество тех или иных цифр в каждой строке равняется сумме количества таких цифр в предыдущей строке и количества цифр на единицу меньших в предыдущей строке. Следствием из этого является то, что каждая новая цифра впервые появляется в строке с совпадающим номером: цифра 3 впервые появится в третьей строке, цифра 4 — в четвертой и т.д., причем впервые появляющихся цифр в соответствующей строке всегда будет ровно 4. Тогда можно построить таблицу, в которой будет видно, как изменяется количество тех или иных цифр в каждой строке:

		Количество цифр							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Строка 1	4	-	-	-	1	-	i	1	-
Строка 2	4	4	-	i	1	-	ı	1	=
Строка 3	4	8	4	i	1	-	ı	1	=
Строка 4	4	12	12	4	1	-	ı	1	1
Строка 5	4	16	24	16	4	-	-	-	-
Строка 6	4	20	40	40	20	4	-	-	-
Строка 7	4	24	60	80	60	24	4	-	-
Строка 8	4	28	84	140	140	84	28	4	-
Строка 9	4	32	112	224	280	224	112	32	4

Значение каждой ячейки под главной диагональю равняется сумме двух чисел в предыдущей строке: числа в ячейке над данной и числа в ячейке по диагонали влево-вверх от данной.

Из таблицы сразу становится видно, сколько цифр 5 и сколько цифр 7 будет в строке 9. Цифр 5 будет 280, а цифр 7-112.

7. Телекоммуникационные технологии (2 балла). [STP]

Условие

Для сетей Ethernet, построенных на коммутаторах в общем случае запрещены топологии с наличием нескольких путей. То есть между любыми двумя узлами сети должен существовать единственный маршрут. Однако из соображений надежности наличие альтернативных маршрутов может быть целесообразно, но в этом случае используется специальный протокол – STP (Spanning Tree Protocol), работая по которому коммутаторы в физической сети, имеющей альтернативные маршруты, выделят логическую сеть с единственным маршрутом между любыми двумя узлами (при этом лишние связи автоматически отключаются).

Сведем для упрощения алгоритм работы протокола к следующей последовательности шагов:

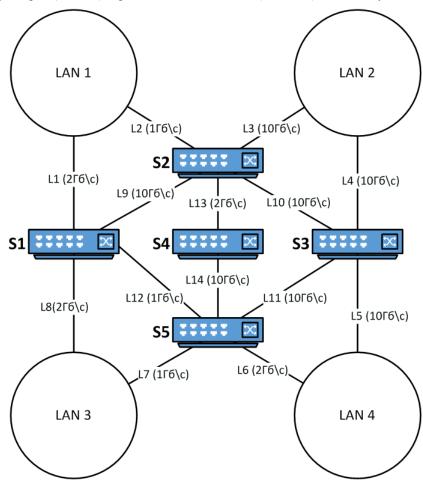
- 1. Выбирается один коммутатор, который назначается корневым.
- 2. Каждый коммутатор, отличный от корневого, просчитывает кратчайший путь к корневому. Порт коммутатора, через который он связывается по кратчайшему маршруту с корневым коммутатором, называется корневым портом. У любого некорневого коммутатора может быть только один корневой порт.
- 3. Для каждой локальной сети, которая подключена более чем через один коммутатор, просчитывается кратчайший путь к корневому коммутатору. Коммутатор, через который проходит этот кратчайший путь, называется назначенным для этой сети, а соответствующий порт этого коммутатора назначенным портом. Назначенный коммутатор может оказаться корневым.

4. Все коммутаторы отключают те соединения, в которых не используется ни одного корневого или назначенного порта. В итоге исключаются «лишние» соединения, и получается древовидная сеть с вершиной в виде корневого коммутатора. После удаления лишних соединений в сети могут остаться подключенными коммутаторы, к которым непосредственно не подключены локальные сети.

Для расчета кратчайшего пути сеть рассматривается как граф, в узлах которого расположены коммутаторы или локальные сети, а ребра — сетевые соединения — имеют вес, определяемый скоростью конкретной сети. Веса, соответствующие разным скоростям передачи, приведены в таблице. Длина пути рассчитывается как сумма весов всех составляющих его соединений. Кратчайший путь — тот, у которого сумма минимальна.

Скорость передачи данных	Bec
4 Мбит/с	250
10 Мбит/с	100
16 Мбит/с	62
100 Мбит/с	19
1 Гбит/с	4
2 Гбит/с	3
10 Гбит/с	2

На схеме показана структура сети, в которой четыре локальные сети (LAN1 – LAN4) соединены через пять коммутаторов (S1 - S5) через сетевые соединения (L1 - L14). На схеме указаны скорости сегментов.



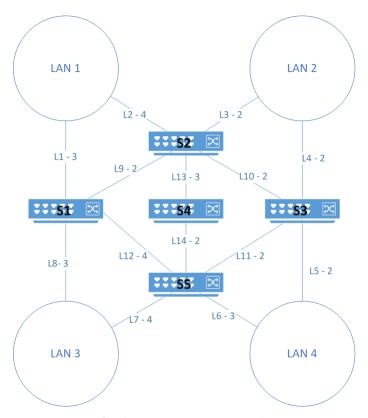
Пусть в качестве корневого коммутатора выбран S1.

Определите, какие соединения будут исключены. В ответ укажите через пробел в порядке возрастания целые числа – номера соединений, которые будут исключены.

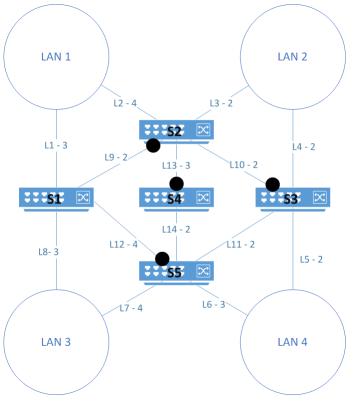
Ответ: 2 4 6 7 11 14

Решение

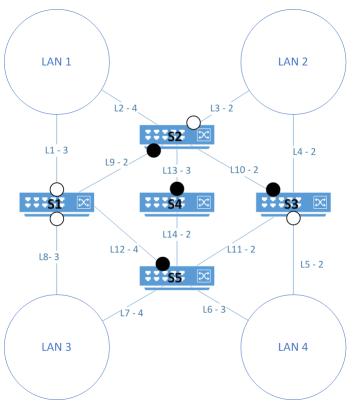
Отметим на графе веса всех соединений в соответствии с данными в таблице.



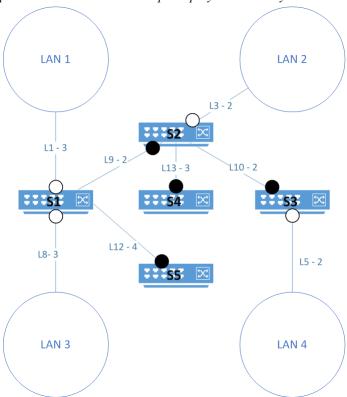
Выполним пункт 2 задания, отметив на каждом некорневом коммутаторе корневой порт черным кружком.



Выполним пункт 3 задания, отметив для каждой локальной сети назначенный порт на назначенном для нее коммутаторе белым кружком.



Выполним пункт 4 задания, удалив все соединения, в которых не используются корневые или назначенные порты, одновременно выписывая их номера. В результате получится следующее дерево:



Удалены соединения с номерами 2, 4, 6, 7, 11 и 14.

8. Технологии обработки информации в электронных таблицах (2 балла) [Остатки]

Условие

На рисунке представлен фрагмент электронной таблицы в режиме отображения формул.

А	В	С	D	Е	F	G	Н
	1	2	3	4	5		
2	=ЕСЛИ(ОСТАТ(\$A\$1;СТЕПЕНЬ(\$A2;B\$1))=0;1;0)					=CУММ(B2:F2)	
3							
5							
7							
11							
3	,	,				=ECЛИ(OCTAT(\$A\$1;CTEПЕНЬ(\$A2;B\$1))=0;1;0)	=ECЛИ(OCTAT(\$A\$1;CTEПЕНЬ(\$A2;B\$1))=0;1;0) =CУММ(B2:F2)

Ячейку В2 скопировали во все ячейки диапазона В2:F6, ячейку G2 скопировали во все ячейки диапазона G3:G6. Какое **минимальное** натуральное число необходимо поместить в ячейку A1, чтобы после выключения отображения формул в диапазоне G2:G6 отобразились следующие значения:

110			-						
		Α	В	С	D	Е	F	G	Н
	1		1	2	3	4	5		
	2	2						3	
	3	3						2	
	4	5						3	
	5	7						2	
	6	11						1	
	7								

В ответе укажите целое число.

Примечание. Сопоставление названий функций в Microsoft Excel и OpenOffice.org Calc:

Microsoft Excel (Rus)	Microsoft Excel (Eng)	OpenOffice.org Calc
OCTAT	MOD	MOD
СТЕПЕНЬ	POWER	POWER
ЕСЛИ	IF	IF
СУММ	SUM	SUM

Ответ: 4851000 Решение

Обратим внимание, что формула, размещенная в ячейке B2, после копирования во все ячейки диапазона B2:F6 в результате вычислений будет давать значения 0 или 1. B любой ячейке диапазона B2:F6 будет получаться значение 1 только, если число в ячейке A1 нацело делится на результат возведения числа в ячейке из диапазона A2:A6 с таким же как у этой ячейки номером строки в степень, хранящуюся в ячейке из диапазона B1:F1 с таким же как у этой ячейки номером столбца. Заметим, что в диапазоне A2:A6 расположены все простые числа не превосходящие 11. Тогда можно сделать вывод, что формулы в ячейках диапазона B2:F6 фактически показывают разложение числа в ячейке A1 на простые сомножители, не превосходящие 11. Теперь проанализируем формулы в ячейках диапазона G2:G6. Они суммируют единицы в строке, относящейся к каждому простому сомножителю. Заметим, что если единица встретилась в ячейке с большим номером столбца в строке из диапазона B2:F6, то и во всех ячейках с меньшим номером столбца из этой же строки диапазона тоже будут единицы, поскольку, если число делится нацело на n^m , то оно очевидно делится нацело и на n^{m-1} . Таким образом, числа в ячейках диапазона G2:G6 показывают максимальную степень простого делителя из диапазона A2:A6, на которую нацело делится число из ячейки A1. Тогда можно сделать вывод, что минимальное число, удовлетворяющее этим условиям, будет равно $2^3*3^2*5^3*7^2*11^1 = 4851000$.

9. Технологии сортировки и фильтрации данных (1 балл) [Многоуровневая сортировка]

Условие **.**

Дана таблица из базы данных товаров:

Наименование	Цена	Рейтинг	Категория
Товар №6	20	9,7	Высшая
Товар №2	20	9,8	Вторая
Товар №10	30	9,5	Первая
Товар №4	10	9,7	Высшая
Товар №1	10	9,5	Вторая
Товар №8	20	9,8	Первая
Товар №7	10	9,8	Первая
Товар №3	20	9,6	Вторая
Товар №9	30	9,6	Первая
Товар №5	10	9,6	Высшая

Столбцы «Цена» и «Рейтинг» содержат числовые значения. Столбец «Категория» содержит строковые значения (при сортировке по этому столбцу по возрастанию строки выстраиваются в лексикографическом порядке).

Была проведена сортировка этой таблицы, в результате которой строки выстроились таким образом, что номера товаров расположились строго по возрастанию. На первой позиции оказался товар с номером 1, на второй – товар с номером 2 и так далее. Последнюю строку, соответственно занял товар с номером 10. Строка с названиями столбцов не участвовала в сортировке.

Известны правила, по которым проводилась сортировка:

- 1. В сортировке участвовали все три столбца.
- 2. Первая сортировка проводилась по значениям одного из трех столбцов в одном из направлений (по возрастанию или по убыванию).
- 3. Во время второй сортировки строки, имеющие одинаковые значения в столбце, по которому проводилась первая сортировка, сортировались между собой по одному из оставшихся двух столбцов (по возрастанию или по убыванию).
- 4. Во время третьей сортировки строки, имеющие одинаковые значения в обоих столбцах, по которым проводились первые две сортировки, сортировались между собой по значениям в оставшемся столбце (по возрастанию или по убыванию).

Необходимо определить порядок использования столбцов в сортировках и направление каждой сортировки. В ответе необходимо указать последовательность из шести символов: сначала укажите первую букву названия столбца, по которому проводилась первая сортировка, затем символ + или -, обозначающий направление сортировки по этому столбцу («+» значит по возрастанию, а «-» - по убыванию); затем укажите первую букву названия столбца, по которому проводилась вторая сортировка и следом также символ + или -, обозначающий направление сортировки по этому столбцу; затем укажите первую букву названия столбца, по которому проводилась третья сортировка и следом символ + или -, обозначающий направление сортировки по этому столбцу.

Например, ответ Ц+Р-К- будет означать, что сначала сортировка была проведена по возрастанию значений в столбце «Цена», затем для строк с одинаковыми значениями в этом столбце между собой – по убыванию значений в столбце «Рейтинг» и затем для строк с одинаковыми значениями и в столбце «Цена» и в столбце «Рейтинг» между собой по убыванию значений в столбце «Категория».

Ответ: К+Ц+Р-Решение

Определим возможные столбцы, по которым была осуществлена первая сортировка. Пусть первая сортировка была по столбцу «Цена» (для примера возьмем сортировку по возрастанию). Тогда первые 4 позиции займут товары с номерами 1, 4, 5 и 7 у которых одинаковое наименьшее значение в столбце «Цена». Их перемещение в результате последующей сортировки возможно только в пределах этих четырех позиций. Следовательно, товары с номерами 5 и 7 не смогут попасть на нужные позиции. Отметим, что при первой сортировке по этому столбцу по убыванию товары с номерами 1, 4 и 5 также не смогут занять требуемые позиции. Следовательно, первая сортировка по столбцу «Цена» исключена.

Рассмотрим первую сортировку по столбцу «Рейтинг». В случае сортировки по возрастанию первые позиции займут товары с номерами 1 и 10. В случае первой сортировки по этому столбцу по убыванию эти же товары займут последние две позиции. В обоих случаях второй сортировкой нам не удастся развести строки с этим товарами на крайние позиции списка. Следовательно, первая сортировка по столбцу «Рейтинг» также исключена.

Остается рассмотреть первую сортировку по столбцу «Категория». Поскольку тип данных этого столбца строковый и сортировка предполагает лексикографический порядок, в случае сортировки по возрастанию категории расположатся в порядке «Вторая-Высшая-Первая». Тогда первые 3 позиции займут товары с номерами 1, 2 и 3, позиции с 4 по 6 займут товары с номерами 4, 5 и 6 и соответственно последние 4 позиции займу товары с номерами 7, 8, 9 и 10. Это дает возможность следующими сортировками добиться правильного результата. Следовательно, мы определили, что первая сортировка происходила по столбцу «Категория» по возрастанию.

Найдем столбец, по которому производилась вторая сортировка. Для этого рассмотрим первые три строки, получившиеся после первой сортировки и занимаемые товарами с номерами 1, 2 и 3. Если бы вторая сортировка производилась по столбцу «Рейтинг», то их порядок мог бы быть в зависимости от направления сортировки либо 1-3-2, либо 2-3-1. Оба варианта нам не подходят. Значит, вторая сортировка производилась по столбцу «Цена». При этом, поскольку нам необходимо, чтобы товар с номером 1 оказался на первой позиции, а у него наименьшее из трех значение в столбце «Цена», вторая сортировка производилась по столбцу «Цена» по возрастанию.

Получается, что третья сортировка производилась по столбцу «Рейтинг». Осталось определить ее направление. Поскольку у товаров с номером 2 и 3 одинаковые значения и в столбце «Категория» и в столбце «Цена», их порядок может быть определен только третьей сортировкой. Значение в столбце «Рейтинг» у товара с номером 2 больше чем у товара с номером 3, следовательно, последняя сортировка производилась по столбцу «Рейтинг» по убыванию.

Мы определили и порядок и направление всех трех сортировок и в соответствии с требованиями к вводу ответа можем записать ответ K+U+P-.

10. Технологии программирования (2 балла)

Пете подарили \mathbf{n} гирь и чашечные весы. Каждая гиря весит $\mathbf{a_i}$ грамм. Первым делом он разложил гири на чаши. При этом одна из чаш может быть пустой. Теперь он хочет выяснить, какой наименьшей разницы весов на чашах можно достичь, не более чем за два перекладывания гирь.

Одно перекладывание происходит следующим образом: Петя выбирает некоторую гирю, лежащую на одной чаше весов и перекладывает ее на другую чашу весов. Обратите внимание, что Петя не обязан сделать ровно два перекладывания, он может сделать меньшее количество.

Формат входного файла

В первой строке входного файла **input.txt** находится одно натуральное число \mathbf{n} ($1 \le \mathbf{n} \le 50$) — количество гирек. В каждой из следующих \mathbf{n} строк находятся два натуральных числа \mathbf{a}_i , \mathbf{b}_i ($1 \le \mathbf{a}_i \le 1000$, $1 \le \mathbf{b}_i \le 2$) — масса гири и номер чаши весов, на которой она находится.

Формат выходного файла

В выходной файл **output.txt** требуется вывести одно число — наименьшую разницу весов, которую можно достичь, сделав не более двух перекладываний гирь.

Пример входных и выходных данных

прим	ер входных и в
input.txt	output.txt
5 4 2 1 1 8 1 5 2 2 1	0
6 20 2 3 2 2 1 5 1 1 1 3 2	6
4 3 2 10 2 8 2 9 2	4

11. Технологии программирования (4 балла)

Мальчик Гриша прочитал в одном научном журнале, что не так давно астрономы открыли новую планету, на которой как и на Земле существует жизнь. Ученые уже установили связь с ее жителями и успели выяснить, что эта планета обращается вокруг своей оси за другое время, поэтому сутки здесь длятся не 24 часа. На ней, так же как и на Земле, время измеряется часами, минутами и секундами. Но количество минут в часе, и секунд в минуте не совпадает с привычными земными.

А именно: в одном часе **A** минут, в одной минуте **B** секунд. Также, в одних сутках на этой планете **X** часов, **Y** минут **Z** секунд. То есть когда часы должны показать момент времени **X**:**Y**:**Z**, они показывают **0**:**0**:**0**, и с этого момента начинается отсчет новых суток

Электронные часы здесь выглядят так же, как и на Земле: на них есть дисплеи для отображения часов, минут и секунд. Каждый из дисплеев содержит минимальное количество десятичных разрядов, которое требуется, чтобы отобразить любое количество часов, минут и секунд в течении суток, соответственно. Когда на дисплее показывается число с меньшим количеством разрядов, то оно дополняется ведущими нулями. В остальном часы на этой планете работают аналогично земным электронным часам.

Гриша увлекается нумерологией, поэтому его интересует вопрос: сколько *хороших* моментов времени на часах этой планеты будет показано с момента времени **H1:M1:S1** до момента времени **H2:M2:S2** включительно. Гриша называет момент времени *хорошим*, если в нем содержится хотя бы одна цифра **c**, то есть хотя бы один из дисплеев содержит (с учетом вышеописанных правил) цифру **c**.

Формат входного файла

В первой строке входного файла **input.txt** находятся два натуральных числа A, B ($1 \le A$, $B \le 50$) — количество минут в часе и секунд в минуте. В следующей строке находятся три целых числа X, Y, Z ($0 \le X \le 50$, $0 \le Y < A$, $0 \le Z < B$) — количество часов, минут и секунд в сутках. Гарантируется, что X, Y, Z одновременно не равны нулю. В следующей строке находятся три целых числа H1, M1, S1— стартовое время. Гарантируется, что это время, которое часы могут отобразить в течении суток. В следующей строке находятся три целых числа H2, M2, S2— конечное время. Гарантируется, что это время, которое часы могут отобразить в течении суток. Обратите внимание, что моменты времени могут находиться в разных сутках. Также обратите внимание, что моменты времени могут совпадать. В этом случае в интервале находится единственный момент времени. В следующей строке находится цифра c ($0 \le c < 10$).

Формат выходного файла

В выходной файл **output.txt** требуется вывести одно число — количество *хороших* моментов времени с **H1:M1:S1** до**H2:M2:S2** включительно.

Пример входных и выходных данных

input.txt	output.txt
3 2 5 0 0 0 0 0 1 0 0	0

3	
4 2 3 1 1 1 0 0 0 0 0 0	14
50 50 24 0 0 3 0 0 18 15 0 7	11295

Заключительный этап 9 и 10 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Кодирование информации и системы счисления (2 балла)

[Цифровой баланс]

Условие

Дано выражение:

 $22_x + 33_y = 44_z$

где х,у, z – основания систем счисления, не превосходящие 16.

Сколько существует различных комбинаций значений x, y, z, при которых выполняется равенство, если известно, что x < y < z. В ответе напишите число.

Ответ: 10 Решение

Составим уравнение по заданному выражению:

2*x + 2 + 3*y + 3 = 4*z + 4

Поскольку x,y,z – основания систем счисления, не превосходящие 16, и их связывает соотношение x < y < z, то:

х может принимать значения 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14

у может принимать значения 4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15

z может принимать значения 5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16

Упростим выражение:

$$2*x + 3*y = 4*z - 1$$

Легко видеть, что 4*z, при любых z, четное число, следовательно, 4*z -1 нечетное. 2*x, при любых x, четное число, следовательно, чтобы сумма 2*x + 3*y была нечетной, необходимо, чтобы 3*y было нечетным.

Значит, у может принимать значения 5, 7, 9, 11, 13, 15.

Дальнейшее решение удобно выполнить с помощью электронных таблиц, например, Microsoft Excel.

B диапазон ячеек A2:A12 внесем возможные значения x. A в диапазон B1:G1 внесем возможные значения y.

	Α	В	С	D	Е	F	G
1		5	7	9	11	13	15
2	4						
3	5						
4	6						
5	7						
6	8						
7	9						
8	10						
9	11						
10	12						
11	13						
12	14						

В диапазоне B2:G12, будем вычислять допустимые значения z = (2*x + 3*y + 1)/4. С учетом ограничений, что y > x, z > y, z - целое, z <= 16.

Тогда в ячейке В2 формула будет иметь вид:

Скопируем эту ячейку во все ячейки диапазона B2:G12. Формула составлена таким образом, что она выведет значения только в те ячейки, которые будут удовлетворять всем условиям на возможное значение переменной z. В остальных ячейках будет пусто. Останется только посчитать количество непустых ячеек в диапазоне B2:G12 — это и будет ответом на задание.

	Α	В	С	D	E	F	G
1		5	7	9	11	13	15
2	4	6					
3	5		8				
4	6			10			
5	7				12		
6	8			11		14	
7	9				13		16
8	10					15	
9	11						
10	12					16	
11	13						
12	14						

2. Измерение объема информации (2 балла)

[Видеорегистратор]

Условие

У Васи в машине стоит видеорегистратор. Он настроен таким образом, что записывает изображение как набор отдельных видеороликов длительностью 20 секунд. Запись роликов зациклена, то есть, если для записи очередного ролика на носителе информации недостаточно места, то стирается самый старый на данный момент ролик, а на его место записывается очередной ролик.

При резком торможении видеорегистратор ставит пометку «не стирать» на три ролика, один до торможения, один после и один во время торможения. Такие ролики в дальнейшем не стираются, чтобы освободить место на новые ролики.

Определите минимальный размер носителя информации в ГБайтах для того, чтобы гарантированно выполнились следующие условия:

- 1. Камера имеет разрешение 1024 на 768 точек, с глубиной цвета 24 бита на точку, видео записывается как последовательность несжатых растровых изображений с частотой 24 кадра в секунду.
- 2. В течение дня Вася резко тормозил 5 раз.
- 3. В конце дня, между началом записи очередного ролика и его стиранием, в связи с нехваткой места на очередной ролик, стало проходить ровно 15 минут.
- 4. Вся служебная информация, необходимая для работы видеорегистратора на носителе информации, занимает ровно 500 МБайт, и этот объем не зависит от количества записанных роликов.

В ответе запишите целое число ГБайт.

Примечание: 1 ГБайт=1024 МБайт; 1 МБайт=1024 КБайт; 1КБайт=1024 байта.

Ответ: 64 Решение

Проведем предварительные расчеты:

- 1. Один ролик имеет размер: количество точек * количество бит на точку * количество кадров в секунду * на количество секунд, то есть 1024*768*24*24*20=9059696640 бит.
 Переведем число в МБайты: 9059696640 / (8*1024*1024) = 1080 МБайт.
- 2. Вася тормозил 5 раз, следовательно, максимальное количество роликов, помеченных «не стирать», может быть равно 15. Обратим внимание, что оно может быть и меньше, поскольку один и тот же ролик мог быть помечен как нестираемый в связи с разными моментами торможения, но, поскольку в условии просят указать минимальный размер носителя, при котором гарантированно выполняются перечисленные условия, необходимо рассмотреть именно максимальное количество нестираемых роликов.
- 3. За 15 минут будет записано (15*60) / 20 = 45 роликов.

Значит, объем памяти, необходимый для записи, должен быть не менее, чем: (45 + 15) * 1080 = 64800 МБайт.

К этому объему необходимо добавить 500 МБайт для служебной информации и перевести полученный объем в ГБайты:

 $(64800 + 500) / 1024 = 63,77 \Gamma \text{Байт}.$

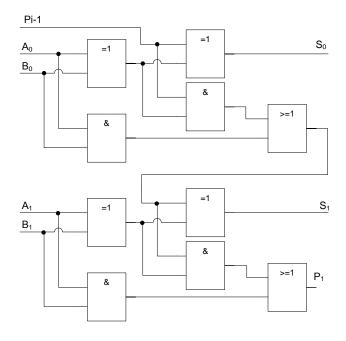
В ответе необходимо указать целое число ГБайт, поэтому проводим округление результата в большую сторону.

3. Основы логики (2 балла)

[Таблица истинности]

. Vсповие

Дана логическая схема, подавая на нее различные значения A_0 , B_0 , A_1 и B_1 на вход, можно наблюдать различные значения S_0 , S_1 и P_1 на выходе схемы, на вход P_{i-1} подается значение полученное на выходе P_1 от предыдущих значений A_0 , B_0 , A_1 и B_1 :



На схеме указаны обозначения следующих логических операций:

та спеме указаны обозна тенни следующих логи теских операции.							
Название логической операции	Конъюнкция (AND)	Дизъюнкция (OR)	Исключающее ИЛИ (XOR)				
Обозначение на схеме	<u> </u>	>=1	=1				

На входы A_0 , B_0 , A_1 и B_1 были последовательно поданы два набора значений:

№ набора	A_0	\mathbf{B}_0	A_1	B_1
1	0	1	1	0
2	1	0	1	1

При подаче первого набора значений $P_{i-1} = 0$. Перед подачей второго набора значений P_{i-1} становится равным значению, полученному на выходе P_1 после подачи первого набора значений.

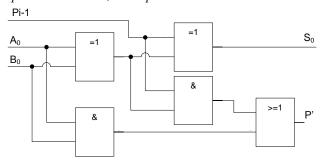
Определите значения, полученные на выходах S_0 , S_1 и P_1 после обработки каждого набора входных значений.

В ответе укажите подряд без пробелов шесть значений *в следующем порядке*: значение, полученное на выходе S_0 после подачи первого набора значений, затем значение, полученное на выходе S_1 после подачи первого набора значений, затем значение, полученное на выходе P_1 после подачи первого набора значений. Затем значение, полученное на выходе S_0 после подачи второго набора значений, затем значение, полученное на выходе S_1 после подачи второго набора значений. И, наконец, значение, полученное на выходе P_1 после подачи второго набора значений.

Ответ: 110101

Решение

Обратим внимание, что представленная схема состоит из двух одинаковых фрагментов:



Обозначим второй выход первого фрагмента как P', он является аналогом входа P_{i-1} , но подается на вход второго фрагмента общей схемы.

Построим таблицу истинности для первого фрагмента схемы:

P_{i-1}	A_0	B_0	P'	S_{0}
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0

Из таблицы видно, что если считать выходы P' и S_0 как первый и нулевой разряды двоичной записи числа, то мы получаем схему суммирования двух одноразрядных чисел A_0 и B_0 . При этом видно, что выход P', соответствует переносу в следующий разряд, следовательно вход P_{i-1} это тоже перенос, но из предыдущего разряда. Дополним таблицу:

P_{i-1}	A_0	B_0	P'	S_{o}
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Поскольку, на исходной схеме рассмотренных фрагментов два, то можно говорить о том, что это схема суммирования двухразрядных двоичных чисел.

Следовательно, необходимо сложить два раза два числа, с учетом переполнения.

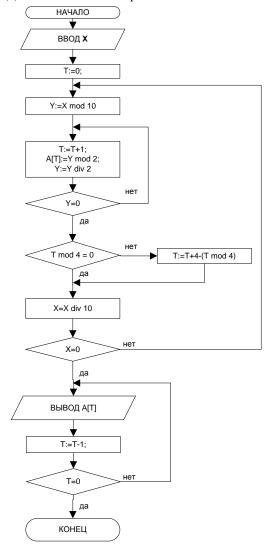
$$rac{A_1}{B_1} rac{A_0}{B_0}$$
 $rac{A_1}{B_1} rac{A_0}{B_0}$ для первого набора чисел, и $rac{B_1}{P_1} rac{B_0}{S_0}$ для второго набора, где P_{i-I} равно P_I из результата первого набора. Подставим цифры:

Алгоритмизация и программирование (3 балла)

[Больше-Меньше]

Условие

Дана блок-схема алгоритма:



Перед началом выполнения алгоритма массив А, размерностью 40 элементов, был заполнен нулями.

Определите, чему было равно значение переменной X на входе приведенного алгоритма, если известно, что на выходе была получена следующая последовательность 001010000011011100011011.

В ответе укажите число.

Ответ: 2837195

Решение

Проанализировав алгоритм, можно видеть, что число X, подаваемое на вход, в процесс исполнения алгоритма разделяется на отдельные цифры, начиная с младшего разряда, и каждая цифра обрабатывается отдельно и независимо. Проанализировав вложенный цикл можно увидеть, что каждая цифра переводится в двоичную систему счисления, а результат перевода посимвольно записывается в массив. Кроме того, если цифра очередного разряда имеет менее четырех символов в двоичном представлении, то счетчик массива округляется до числа, кратного четырем. Поскольку изначально массив заполнен нулями, это эквивалентно тому, что каждая цифра исходного числа преобразуется в ее четырехразрядный двоичный код, записанный в обратном порядке. В последнем цикле алгоритма полученные значения массива выводятся в обратном порядке. Полученная на выходе алгоритма последовательность ровно в четыре раза длиннее, чем исходное число.

Запишем ее, отделяя каждые 4 разряда:

0010 1000 0011 0111 0001 1001 0101

Обратите внимание, что поскольку она получена выводом массива в обратном порядке, подобная запись соответствует двоично-десятичному представлению числа, поданного на вход алгоритма. Исходное число тогда можно получить простым переводом каждой группы 0 и 1:

```
\begin{array}{c} 0010_2 = 2_{10} \\ 1000_2 = 8_{10} \\ 0011_2 = 3_{10} \\ 0111_2 = 7_{10} \\ 0001_2 = 1_{10} \\ 1001_2 = 9_{10} \\ 0101_2 = 5_{10} \end{array}
```

Алгоритмизация и программирование (1 балл)

[Разворот с условием]

Условие

Дан фрагмент кода:

Апторитьми соций	OFF
Алгоритмический	<u>алг</u>
	<u>нач</u>
	<u>цел</u> X, Y, i
	<u>ввод</u> X
	Y:= 1
	<u>нц для</u> і <u>от</u> 1 <u>до</u> 5
	Y:= Y * X
	<u>кц</u>
	<u>кц</u> <u>вывод</u> Y
	<u>кон</u>
Бейсик	DIM X, Y, I as LONG
	INPUT X
	Y = 1
	FOR I = 1 TO 5
	Y = Y * X
	NEXT I
	PRINT Y
	END
Посист	
Паскаль	var
	X, Y, i : longint;
	begin
	readln (X);
	Y:= 1;
	for i:= 1 to 5 do Y:= Y * X;
	writeln (Y);
	end.
Си	#include <stdio.h></stdio.h>
	int main()
	r (
	languint V. V. is
	long int X, Y, i;
	scanf("%ld", &X);
	Y = 1;
	for (i=1;i<=5;i++) Y *= X;
	printf("%ld\n", Y);
	return 0;
	}
	,

Определите, какое значение было подано на вход программе в качестве переменной \mathbf{X} , если известно, что в результате выполнения приведенного кода было получено значение переменной \mathbf{Y} равное 229345007.

В ответе приведите число, соответствующее введенному значению переменной Х.

Ответ: 47 Решение

Приведенная программа вычисляет $Y = X^5$.

 Π ри возведении нескольких значений X в пятую степень легко видеть зависимость, что пятая степень числа оканчивается на ту же цифру, что и само число.

X	X^{5}
1	1
2	32
3	243
4	1024
5	3125

Поскольку задано, что $X^5 = 229345007$, то можно сделать вывод, что X оканчивается на цифру 7. Заданное значение $40^5 < Y < 50^5$, т.е. 102400000 < Y < 312500000

Следовательно, первая цифра числа Х равна 4, а вторая 7.

6. Технологии хранения, поиска и сортировки информации (1 балл) [База товаров]

Условие

База данных содержит только сведения о товарах, относящихся к категориям «Ноутбук», «Сканер» и «Принтер» на складе магазина. Для каждой записи имеются следующие поля: **Артикул, Категория товара, Страна происхождения, Количество**. Все товары произведены только в «Китае», «России» и «США»

Определите общее количество записей в базе, если приведенные запросы дали следующие результаты:

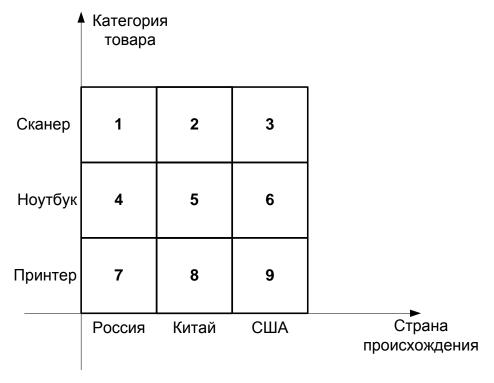
- 1. Запросу: Категория товара = «Сканер» соответствует 11 записей.
- 2. Запросу: **Категория товара** = «Ноутбук» или «Принтер» и **Страна происхождения** = «Россия» или «Китай» соответствует 25 записей.
- 3. Запросу: **Категория товара** = «Ноутбук» или «Принтер» и **Страна происхождения** = «США» или «Китай» соответствует 30 записей.
- 4. Запросу: **Категория товара** = «Ноутбук» или «Принтер» и **Страна происхождения** = «Китай» соответствует 16 записей.

В ответе укажите число.

Ответ: 50 Решение

В запросах 2-4 фигурируют значения двух полей. Значит, все множество записей можно представить на координатной плоскости, где оси будут соответствовать полям **Категория товара** и **Страна происхождения.**

Как видно из условия, категорий товаров три, страны происхождения тоже три. Следовательно, все запросы будут принадлежать одной из девяти областей, показанных на рисунке:



Первому запросу соответствуют области 1, 2 и 3. Второму запросу соответствуют области 4, 5, 7 и 8. Третьему запросу соответствуют области 5, 6, 8 и 9.

Четвертому запросу соответствуют области 5 и 8.

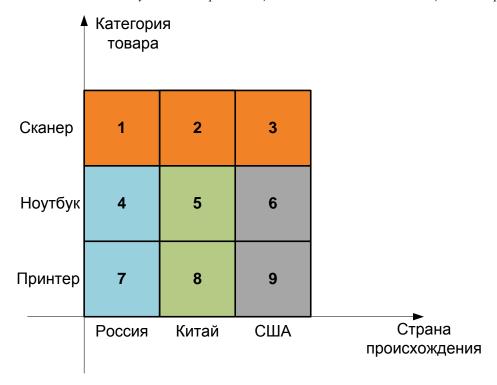
Легко видеть, что для определения общего числа записей необходимо сложить записи соответствующие всем девяти областям. В тоже время области, соответствующие приведенным запросам, частично перекрывают друг друга. Так, например, во втором и четвертом запросах повторяются области 5 и 8. Что не дает нам возможности однозначно определить количество записей, соответствующих областям 4-9. В то же время, в четвертом запросе записи, соответствующие областям 5 и 8, однозначно определены. Для того, чтобы убрать дублирование в запросах, можно исключить записи соответствующие четвертому запросу из второго и третьего запроса.

Тогда получим:

25 - 16 = 9 записей соответствуют областям 4 и 7.

30 - 16 = 14 записей соответствуют областям 6 и 9.

Следовательно, мы получили 4 непересекающиеся области, обозначенные цветом на рисунке:



Для каждой области однозначно определено количество записей.

Для области 1-2-3 это 11 записей. Для области 4-7 это 9 записей. Для области 5-8 это 16 записей. Для области 6-9 это 14 записей. Остается только сложить полученные значения:

11 + 9 + 16 + 14 = 50 записей.

7. Технологии обработки информации в электронных таблицах (2 балла) [Остатки]

Условие

Дан фрагмент таблицы в режиме отображения формул:

7 T	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	T T J
	А	В
1		
2	=A1*A\$1	=OCTAT(A2;B\$1)
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		=CУMM(B2:B10)

Ячейку A2 скопировали во все ячейки диапазона A3:A10. Ячейку B2 скопировали во все ячейки диапазона B3:B10. Известно, что в ячейку A1 поместили число 7. А в ячейку B1 целое положительное число **N**.

Определите все возможные значения числа **N**, при которых во всех ячейках диапазона B2:B10 будет получено одно и то же значение, а в ячейке B11 будет получено значение 63.

В ответе укажите, через пробел, в порядке возрастания, все значения числа N.

Ответ: 14 21 42 Решение

После копирования формул, в диапазоне A2:A10 будет получен результат возведения числа 7 в степень, соответствующую номеру строки.

Формула в ячейке B11 дает сумму чисел диапазона B2:B10, в котором 9 ячеек. При этом сказано, что эта сумма равна 63, а во всех ячейках одно и то же значение, следовательно, это значение 63/9=7.

Значение ячейки A2 = 49, следовательно, для получения значения ячейки B2 = 7 необходимо, чтобы в ячейке B1 было такое значение, прибавив к которому 7, результат будет делителем числа в ячейке A2. Максимальное такое значение -42. При делении на 42 числа 49 остаток будет равен 7. При этом, поскольку в других строках числа в столбце A кратны 40, то значения в столбце 40 во всех строках будут одинаковыми.

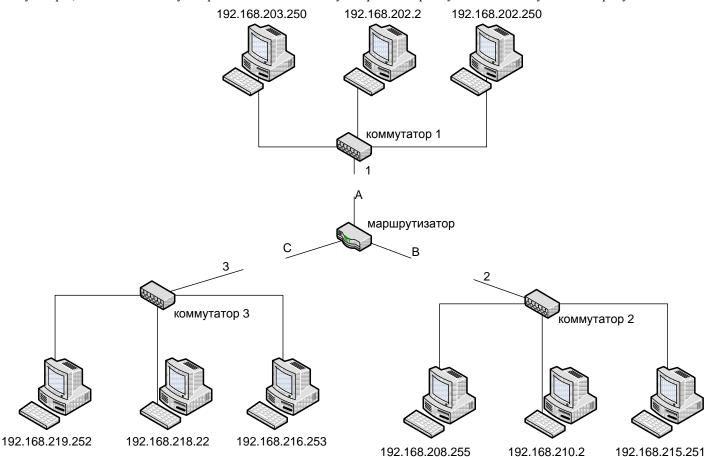
Число 42 максимальный делитель числа 49, дающий остаток, равный 7, остается найти меньшие значения. 42=2*3*7. Разделим 42 на 2 и на 3. Получаем еще два значения – 21 и 14, которые дают нам остаток от деления 49 на эти числа, равный 7. В ответе запишем их через пробел в порядке возрастания.

8. Телекоммуникационные технологии (2 балла)

[Оптимальный маршрутизатор]

Условие

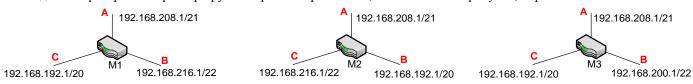
Дана схема подсетей. Узлы каждой из трех подсетей подключены к коммутатору, соответственно, подсеть 1 – коммутатор 1, подсеть 2 – коммутатор 2 и подсеть 3 – коммутатор 3. IP-адреса узлов подсетей указаны на рисунке.



Необходимо соединить подсети с помощью маршрутизатора.

Для того, чтобы маршрутизатор принимал и передавал пакеты в подсеть, необходимо соответствующему порту маршрутизатора, подключенному в данную подсеть, назначить IP-адрес и маску, принадлежащие данной сети.

У Администратора есть три маршрутизатора с настроенными, как показано на рисунке, портами.

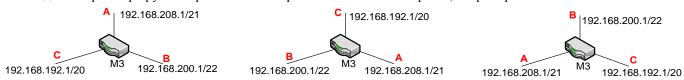


Для записи масок используется нотация, когда после IP-адреса через «/» указывается число бит, отводимых в маске под адрес сети. Например, для адреса 11.12.0.8 и маски 255.0.0.0 запись будет иметь следующий вид 11.12.0.8/8.

Маска сети для IPv4 адресации – это 4-х байтное число, которое делит IP адрес на адрес сети (первая часть) и адрес узла (вторая часть). У всех адресов одной IP-сети совпадают первые части и отличаются вторые. Для части IP адреса, соответствующей адресу сети, в маске сети содержатся двоичные единицы, а для части IP адреса, соответствующей адресу

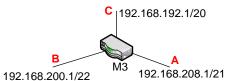
узла, в маске сети содержатся двоичные нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.

Каждый из трех маршрутизаторов можно поворачивать по часовой стрелке, например:



Определите, какой из трех маршрутизаторов (М1, М2, М3) и в каком положении необходимо подключить к подсетям, чтобы один маршрутизатор обеспечил передачу сообщений во все три подсети.

В ответе, без пробелов, укажите сначала номер маршрутизатора, а затем название порта, подключенного к первой подсети. Например, ответ **M3**С будет соответствовать следующему маршрутизатору:



Ответ: M1C Решение

Как указано в условии, порт маршрутизатора для корректной работы в сети должен иметь IP-адрес и маску, принадлежащую сети, к которой он подключен.

По комбинации IP-адрес и маска можно определить допустимый диапазон адресов сети, например:

порт маршрутизатора: 192.168.192.1/20 IP-адрес: 192.168.192.1 Маска: 255.255.240.0

Начальный адрес: 192.168.0.0 (адрес сети)

Конечный адрес: 192.168.207.254 (192.168.207.255 это широковещательный адрес, его узлам сети назначать

нельзя.)

Определим для каждого порта, каждого маршрутизатора, его маску и, следовательно, допустимый диапазон IP-адресов.

Марш	Порт	Адрес	Маска	Начальный адрес	Конечный адрес
рутиз				сети	сети
атор					
M1	A	192.168.208.1	255.255.248.0	192.168.208.0	192.168.215.254
	B	192.168.216.1	255.255.252.0	192.168.216.0	192.168.219.254
	C	192.168.192.1	255.255.240.0	192.168.192.0	192.168.207.254
M2	A	192.168.208.1	255.255.248.0	192.168.208.0	192.168.215.254
	В	192.168.192.1	255.255.240.0	192.168.192.0	192.168.207.254
	С	192.168.216.1	255.255.252.0	192.168.216.0	192.168.219.254
<i>M3</i>	A	192.168.208.1	255.255.248.0	192.168.208.0	192.168.215.254
	В	192.168.200.1	255.255.252.0	192.168.200.0	192.168.203.254
	С	192.168.192.1	255.255.240.0	192.168.192.0	192.168.207.254

Остается сравнить полученные диапазоны с адресами узлов (компьютеров), подключенных к сетям 1, 2 и 3.

Обратите внимание, что маршрутизаторы M1 и M2 имеют одинаковый набор адресов, разница только в порядке их следования, в этом случае нужно быть особенно внимательным. Необходимо определить, какой порядок портов маршрутизатора соответствует приведенной схеме.

Так как мы можем «вращать» маршрутизаторы вокруг своей оси, то легко видеть, что порт C первого маршрутизатора соответствует сети 1, порт A первого маршрутизатора соответствует сети 2 и, наконец, порт B первого маршрутизатора соответствует сети 3.

B то время, как порядок портов второго маршрутизатора имеет другой порядок портов B и C, что не позволит использовать его в данной схеме.

Остается корректно записать ответ.

9. Операционные системы (1 балл)

[Оптимальная маска]

Условие

Есть различные способы формально описать правила формирования последовательности идущих подряд символов для их выделения среди других последовательностей символов, например для поиска имен файлов в каталоге. Наиболее распространенным способом является задание маски файлов.

Для задания масок файлов приняты следующие обозначения:

- с Любой неспециальный символ с соответствует самому себе. Символ с не может быть звездочкой (*) или вопросительным знаком.
 - * Любое (в том числе нулевое) количество произвольных символов.
 - ? Ровно один произвольный символ.

Пример: маска **a?????.*** позволяет найти все последовательности символов, которые начинаются с одного символоа **a**, после которого идут ровно 5 любых символов, затем точка и затем может следовать любое количество (в том числе ноль) любых символов.

У Пети в некоторой папке на диске скопилось множество файлов. В названии файлов есть буквы и цифры. При этом цифры для каждого файла образуют непрерывную возрастающую последовательность с шагом один. Имена файлов такие:

scala001.txt, scala002.txt, scala003.txt, ... scala060.txt

rubeg001.jpg, rubeg002.jpg, rubeg003.jpg, ... rubeg026.jpg

gorod001.doc, gorod002.doc, gorod003.doc, ... gorod042.doc

Все файлы имеют одинаковый размер. Ему необходимо получить дополнительно на диске свободное пространство, соответствующее 38 файлам из этой папки. Петя сумел выделить именно такое количество файлов, используя одну маску, состоящую ровно из 5 символов, включая символ «.», разделяющий имя файла и его расширение.

Напишите и вы эту маску. Пример записи маски: s*.t*

Ответ: *2*.*

Решение

В условии задачи жестко задана искомая длина маски — 5 символов, из которых один — это разделитель, «.» разделяющий имя файла и его расширение. Таким образом, на символы маски остается 4 символа.

Все файлы можно разделить на три группы, в первой 60 файлов, во второй 26, в третьей 42.

Ни одна группа сама по себе не дает необходимого числа файлов. Так же объединение любой пары групп не даст искомого количества файлов, подлежащих удалению. Следовательно, использование в маске букв, как в части имени файла, так и в части расширения не может дать правильного ответа. Значит, расширение файла необходимо обозначать, используя символ * после разделителя «.». Что дает нам более существенное ограничение — в маске остаются доступными только три символа для имени файла.

Зато в названии файлов присутствуют цифры, что позволяет отобрать в каждой группе некоторое число файлов, меньшее, чем вся группа целиком. Остается только посчитать, сколько раз встречается та или иная цифра в именах файлов.

Одна и та же цифра может появиться на одной из трех позиций: последней, предпоследней и третьей с конца в имени файла.

Следовательно, маска будет иметь вид:

N. *, где N одна из цифр набора 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

При этом цифру 0 можно сразу отбросить, поскольку она встречается у всех файлов без исключения.

Так же можно отбросить цифры большие 5, так как они могут встретиться только в младшем разряде чисел, используемых в названии файлов.

Остается посчитать, сколько раз встретятся цифры 1,2,3,4,5.

Очевидно, что 1 встретиться больше всего раз, за ней следует, по частоте использования, 2 и так далее.

Посчитаем цифры:

1 - 41.

2 - 38.

3 - 31.

4 - 25.

В данной задаче искомое число файлов можно удалить, используя в маске цифру 2.

10. Технологии программирования (2 балла)

На складе хранятся ящики разных цветов и размеров. Каждый цвет и каждый размер имеют свой порядковый номер в информационной системе.

Перед отправкой ящики упаковывают и сортируют. Упаковка и сортировка ящиков неэффективна и происходит следующим образом:

Ящик под номером i поступает на склад.

Ищется стопка, в которой хранятся ящики с размером, равным размеру і-го. Если такой стопки нет, формируется новая стопка.

Поступающий ящик помещается наверх найденной или сформированной стопки.

Если в какой-либо стопке оказывается два верхних ящика одного цвета, то они запаковываются и отправляются адресату.

Отправка продолжается до тех пор, пока не будут обработаны все поступающие на склад ящики.

Ваша задача написать программу, которая сможет оценить эффективность данной системы и посчитает сколько ящиков останется на складе.

Формат входного файла

В первой строке входного файла **input.txt** находятся три натуральных числа \mathbf{n} , \mathbf{m} , \mathbf{k} ($1 \le \mathbf{n}$, \mathbf{m} , $\mathbf{k} \le 100$) — количество ящиков, поступающих на склад, количество различных размеров и количество различных цветов соответственно. В каждой из следующих \mathbf{n} строк находятся по два натуральных числа \mathbf{x}_i и \mathbf{y}_i ($1 \le \mathbf{x}_i \le \mathbf{m}$; $1 \le \mathbf{y}_i \le \mathbf{k}$) — номер размера и номер цвета ящика, который поступит \mathbf{i} -м на склад.

Формат выходного файла

В выходной файл **output.txt** требуется вывести одно число — сколько ящиков останется на складе, после выполнения отправки.

Пример входных и выходных данных

input.txt	output.txt
5 2 1 1 1	1
2 1	
2 1	
5 1 2	5
1 1	3
1 2 1 1	
1 2 1 1	

11. Технологии программирования (4 балла)

В школьную столовую пришли \mathbf{n} учеников разных классов и выпили суммарно \mathbf{k} стаканов компота. Кассирша тетя Таня хорошо знает всех учеников, поэтому про \mathbf{i} -го пришедшего школьника она знает число $\mathbf{a_i}$ — максимальное количество стаканов компота, которое мог выпить этот школьник. Также она знает, \mathbf{i} -й школьник выпьет явно не меньше $\mathbf{a_i}$ -х стаканов компота. Теперь ей стало интересно: а какое максимальное количество стаканов компота гарантированно выпил один из школьников? То есть она хочет найти такое максимальное число \mathbf{m} , что при любом корректном распределении количества выпитых стаканов компота между школьниками, школьник, выпивший максимальное количество стаканов компота, выпил их не менее чем \mathbf{m} штук. Помогите ей с этой задачей.

Формат входного файла

В первой строке входного файла **input.txt** находятся три натуральных числа \mathbf{n} , \mathbf{k} , \mathbf{x} ($1 \le \mathbf{n} \le 100$; $1 \le \mathbf{k} \le 2 \cdot 10^4$; $1 \le \mathbf{x} \le 100$) — количество школьников, пришедших в столовую, количество стаканов компота, выпитого ими, и максимальное количество стаканов, на которое каждый школьник мог выпить менее своего максимального количества, соответственно. В следующей строке находятся \mathbf{n} целых чисел $\mathbf{a_i}$ ($\mathbf{x+1} \le \mathbf{a_i} \le 200$), разделенных пробелами, — максимальное количество стаканов компота, которое выпил \mathbf{i} -й школьник. Гарантируется, что входные данные корректны.

Формат выходного файла

В единственной строке выходного файла **output.txt** требуется вывести максимальное количество стаканов компота **m**, которое гарантированно выпил один из школьников.

Пример входных и выходных данных

input.txt	output.txt	Комментарий
3 4 1 2 2 3	2	Так как всего было выпито 4 стакана компота, а школьники выпили хотя бы 2-1=1, 2-1=1 и 3-1=2 стакана соответственно, первый школьник выпил ровно 1 стакан, второй — ровно 1 стакан, третий — ровно 2 стакана. Следовательно, ответ равен 2.
3 6 1 2 2 3	2	Каждый из школьников мог выпить по 2 стакана компота. Значит, ответ 3 гарантировать нельзя. Следовательно, ответ равен 2.
3 7 1 2 2 3	3	Так как всего выпито 7 стаканов компота, хотя бы один школьник выпил 3 стакана. Ответ 4, очевидно, недостижим. Следовательно, ответ равен 3.
3 12 2 3 4 6	5	Первый школьник выпил хотя бы 1 стакан и не более 3, второй — хотя бы 2 и не более 4, третий — хотя бы 4 и не более 6. Невозможно выпить 12 стаканов компота, если третий школьник выпьет ≤ 4 стакана, следовательно, ответ равен 5.

Заключительный этап 7 и 8 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Системы счисления (2 балла)

[Буквенный код]

Условие

Матроскин один раз в три недели возит на рынок молоко, простоквашу и творог. Каждый день он наполняет последовательно три бидона: сначала молоком, затем простоквашей и, наконец, творогом. Внешне бидоны абсолютно одинаковы. Матроскин подписывал их следующим образом: сначала номер дня (от 1 до 21), а затем заглавную букву М, П или Т в соответствии с содержимым бидона.

Дядя Федор обратил внимание, что можно подписывать бидоны, используя только буквы (М, П, Т), используя код одинаковой минимальной длины, достаточной для кодирования всех бидонов за указанный период. При этом, код каждому бидону будет присвоен таким образом, что если отсортировать новые обозначения по алфавиту, то должна быть сохранена последовательность бидонов, как по дням, так и в течение каждого дня (молоко, простокваша, творог).

Определите, какой код будет назначен по системе Дяди Федора бидону, на котором стоит обозначение 20M по системе Матроскина.

В ответе напишите получившийся код.

Ответ: ТМПМ Решение:

Использование трех символов (M, Π, T) аналогично использованию трех цифр (0, 1, 2) в троичной системе счисления. Использование троичной системы счисления позволит соблюсти последовательность появления того или иного кода бидона — поскольку последовательность символов M, Π , T отсортирована по алфавиту, требуется обозначить M=0, $\Pi=1$, T=2.

Отметим, что поскольку в системе Матроскина последний символ принимает одно из трех значений, можно независимо кодировать день, и присоединить справа символ, соответствующий продукту.

Тогда, номеру дня 1 соответствует число 0, номеру дня 2 соответствует число 1 и т.д.

Поскольку дней 21, значит на кодирование дней необходимо три символа. $3^3 = 27$.

20 - 1 = 19, при переводе 19 в троичную систему счисления получаем 201_3 . Заменив цифры на символы получится ТМП. В конец добавляем символ продукта и получаем ответ: ТМПМ.

2. Измерение объема информации (2 балла)

[Видеонаблюдение]

Условие

Матроскин поставил в хлеву видеорегистратор. Он настроен таким образом, что записывает изображение как набор отдельных видеороликов длительностью 20 секунд. Запись включается, если камера фиксирует движение большого объекта, например, коровы. После включения записывается два ролика.

Запись роликов зациклена, то есть, если для полной записи очередной пары роликов на носителе информации недостаточно места, то стираются один или два самых старых ролика, а на их место записываются очередные ролики.

Определите, какое количество роликов было перезаписано за одну ночь, если:

- 1. Камера имеет разрешение 1024 на 768 точек, с глубиной цвета 24 бита на точку, видео записывается как последовательность несжатых растровых изображений с частотой 24 кадра в секунду.
- 2. В течение ночи корова Мурка двигалась 20 раз, каждое движение было не чаще, чем раз в одну минуту.
- 3. Размер носителя информации в видеорегистраторе равен 32 ГБайтам.
- 4. Вся служебная информация, необходимая для работы видеорегистратора, на носителе информации занимает ровно 500 МБайт и не зависит от количества записанных роликов.

В ответе запишите целое число роликов.

Примечание: 1 ГБайт=1024 МБайт; 1 МБайт=1024 КБайт; 1КБайт=1024 байта.

Ответ: 11 Решение:

Проведем предварительные расчеты:

1. Один ролик имеет размер: количество точек * количество бит на точку * количество кадров в секунду * на количество секунд, то есть 1024*768*24*24*20=9059696640 бит.

Переведем число в МБайты: 9059696640 / (8*1024*1024) = 1080 МБайт.

- 2. Корова Мурка двигалась 20 раз, следовательно, за ночь необходимо записать 40 роликов.
- 3. На носителе объемом 32 ГБайта может поместиться ((32*1024)-500)/1080 = 29,9 роликов, значит, на носитель полностью помещается 29 роликов.

Следовательно, после 14 движений коровы Мурки, будет записано 28 роликов и при следующем, 15-м движении, понадобится перезаписать один ролик. Отметим, что после записи пары роликов о 15-ом движении, суммарно на носителе будет записано 29 роликов. Далее будут перезаписываться сразу по два ролика на каждое движение для движений 16-20, что даст нам еще 10 роликов.

Значит, перезаписано будет 1 + 10 = 11 роликов.

3. Кодирование текстовой и графической информации (2 балла)

[Бегущая строка]

Условие

Почтальон Печкин приобрел для почтового киоска электронное рекламное табло – «Бегущая строка». Длина строки табло 10 знакомест, и символы, отображаемые в этих знакоместах, сдвигаются на 1 влево каждые 2 секунды. Исходно табло пустое. Начальным моментом показа будем считать момент появления первого символа на крайнем правом знакоместе. По прошествии двух секунд показа, этот символ сдвинется на одно знакоместо влево, а на его месте отобразится второй символ сообщения. Затем, каждые две секунды имеющиеся символы сдвигаются на одно знакоместо влево, а на освободившемся крайне правом знакоместе появляется новый символ, пока сообщение не закончилось. Если сообщение закончилось, то при очередном сдвиге, крайне правое знакоместо становится пустым, через 2 секунды пустыми окажутся два знакоместа в конце табло и так далее, пока все табло не станет пустым. Этот момент будем считать завершением показа сообщения.

Например:

	появил	іся пер	выи си	мвол:					
									П
1	Через две секунды:								
								П	p
	Еще через две секунды:								
							П	p	И

Отображаемые символы берутся из набора из 64 различных символов, каждый из которых может выводиться любым из трех цветов. Сообщение хранится в памяти как последовательность целых чисел: каждому цвету, каждого символа из набора ставится в соответствие уникальное целое число (например, красному символу А – число 1, синему символу А – число 2,

красному символу Б - 4 и т.д.), и на запись в память каждого такого числа отводится одинаковое минимальное количество бит.

Для хранения сообщения в памяти табло отведено 50 байт.

Определите, какова максимальная продолжительность показа сообщения с момента появления первого символа на табло, до момента исчезновения последнего символа с табло.

В ответе запишите число, соответствующее количеству секунд.

Ответ: 118 Решение:

Для решения задачи определим, сколько бит необходимо для кодирования символов в указанном количестве цветов, для чего вычислим: $log_2(64*3) = 7,6$. Так как нецелое количество бит использовать для хранения невозможно, округляем в большую сторону – 8 бит на символ.

Далее определим доступное количество символов с учетом отведенной для них памяти: (8*50)/8=50.

Первый символ появится на последнем знакоместе табло в начальный момент показа. После 2-х секунд показа на последнем знакоместе табло появится второй символ, после 4-х секунд показа — третий символ и т.д. Следовательно, 50-ый символ появится на последнем знакоместе по истечении 98 секунд от начала показа. После этого табло начнет постепенно освобождаться. За каждые 2 секунды будет освобождаться одно знакоместо. Следовательно, все 10 знакомест освободятся за 20 секунд. Таким образом, табло станет пустым через 98+20=118 секунд от начала показа.

4. Основы комбинаторики (1 балл)

[Буквы-карточки]

Условие

Дядя Федор учит с Галчонком буквы. Для того, чтобы Галчонок различал разные буквы, Дядя Федор сделал карточки, разрезав по буквам открытку со словом «ИНТЕРПРЕТАТОР». Используя полученные карточки, Галчонок должен был составить все возможные последовательности из четырех букв, такие, что все буквы в последовательности различны, и все последовательности отличаются друг от друга хотя бы одной буквой.

Последовательности, состоящие из одинаковых карточек, но стоящих в разном порядке, считаются различными. Сколько получилось таких последовательностей? В ответе укажите целое число.

Ответ: 1680 Решение:

Различных букв в слове «ИНТЕРПРЕТАТОР» 8 штук, буква «Е» повторяется два раза, «Р» и «Т» по три.

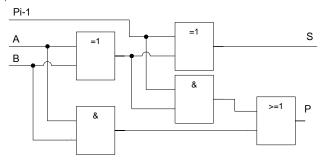
Количество различных последовательностей длиной 4 различных символа из набора, из 8 различных символов, можно определить как 8*7*6*5=1680

5. Основы логики (2 балла)

[Таблица истинности]

Условие

Дана логическая схема.



На схеме указаны обозначения следующих логических операций:

Название логической операции	Конъюнкция (AND)	Дизъюнкция (OR)	Исключающее ИЛИ (XOR)
Обозначение на схеме	<u> </u>	>=1	=1

Подавая на вход различные значения A и B можно наблюдать различные значения S и P на выходе схемы, на вход P_{i-1} подается значение, полученное на выходе P от предыдущих значений A и B.

На входы А и В были последовательно поданы три набора значений:

№ набора	A	В
1	0	1
2	1	0
3	1	1

При подаче первого набора значений $P_{i-1} = 0$. Перед подачей второго набора значений P_{i-1} становится равным значению, полученному на выходе P после подачи первого набора значений. Перед подачей третьего набора значений, P_{i-1} , соответственно, равно P после подачи второго набора значений.

Определите значения, полученные на выходах S и P, после обработки каждого набора входных значений.

В ответе укажите подряд без пробелов шесть значений в следующем порядке: значение, полученное на выходе S после подачи первого набора значений, затем значение, полученное на выходе Р после подачи первого набора значений. Далее значение, полученное на выходе S после подачи второго набора значений и значение, полученное на выходе Р после подачи второго набора значений. И, наконец, значение S после подачи третьего набора значений и P после подачи третьего набора значений.

Ответ: 101001 Решение

Построим таблицу истинности для приведенной схемы:

P_{i-1}	A	В	P	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0

 $\it Из$ таблицы видно, что если считать выходы $\it P$ и $\it S$ как первый и нулевой разряды двоичной записи числа соответственно, то мы получаем схему суммирования двух одноразрядных чисел А и В. При этом видно, что выход Р, соответствует переносу в следующий разряд, следовательно, вход P_{i-1} это перенос из предыдущего разряда. Дополним таблицу:

P_{i-1}	A	В	P	S
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Следовательно, необходимо сложить три раза два числа, с учетом переполнения.

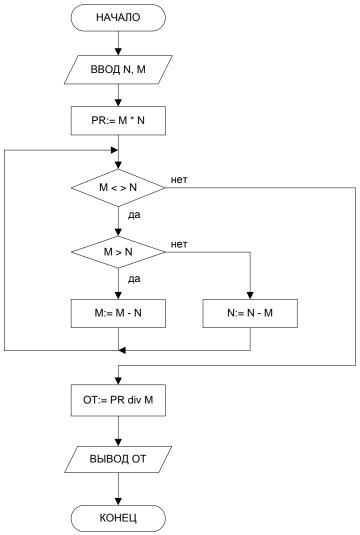
$$\frac{A}{\frac{B}{P-S}}$$
 для первого набора чисел, $\frac{B}{P-S}$ для второго набора, где P_{i-1} равно P из результата первого набора и $\frac{B}{P-S}$ для второго набора.

Подставим цифры:

6. Алгоритмизация и программирование, блок-схема (3 балла) [Подбери цифру]

Условие

Дана блок-схема алгоритма:



На вход данного алгоритма подали значение M, равное 23. При каких целочисленных значениях переменной N, на выходе данного алгоритма, можно получить значение OT, равное 92?

В ответе, через пробел, в порядке возрастания, перечислите все значения переменной N, удовлетворяющие условию.

Примечание: onepamop PR div M возвращает значение целой части от деления переменной PR на переменную M.

Ответ: 4 92 Решение:

Приведенный алгоритм обеспечивает поиск наименьшего общего кратного двух чисел: N и M.

В условии задачи приведено одно из чисел и само наименьшее общее кратное.

По определению, наименьшим общим кратным (НОК) двух и более натуральных чисел называется наименьшее натуральное число, которое делится нацело на каждое из этих чисел.

Один из способов нахождения НОК это разложить числа, для которых ищется НОК на простые множители.

B данной задаче одно из чисел, для которого ищется HOK-23, само является простым, значит, оно не может быть разложено на простые множители.

В такой ситуации очевидно, что HOK может быть равен произведению двух чисел, или одно из чисел равно HOK, следовательно, искомые числа 92/23 = 4 и 92.

7. Алгоритмизация и программирование, анализ кода (3 балла)

[Повторитель]

Условие

Папа Дяди Федора подарил сыну алгоритмический исполнитель. Дядя Федор написал для него программу. Вот ее фрагмент:

```
s:=1
<u>нц для</u> j <u>от</u> 1 <u>до</u> 20
n:=n*s + mod(n,3)
s:=10
```

Определите, чему равна сумма цифр числа n после завершения приведенного алгоритма, если перед его началом значение переменной n было равно 11.

В ответе запишите число.

Примечание: onepamop mod(n, 3) возвращает значение остатка от деления переменной п на 3.

Ответ: 32 Решение:

КЦ

На первом шаге цикла произойдет суммирование исходного значения числа п и остатка от его деления на 3. На каждом последующем шаге цикла берется остаток от деления на 3 значения числа п, полученного на предыдущем шаге, и приписывается справа к этому числу. Существует свойство делимости на 3 — если сумма цифр числа делится нацело на 3, значит, и само число делится нацело на 3. Из этого свойства можно сделать заключение, что остаток от деления на 3 числа будет равен остатку от деления суммы цифр этого числа на 3. Поэтому, определяя очередную цифру, приписываемую справа к числу на очередном шаге цикла, начиная со второго, у нас нет необходимости искать непосредственно остаток от деления на 3 этого числа, а можно искать остаток от деления на 3 суммы цифр числа, полученного на предыдущем шаге цикла.

На первом шаге мы получим: $11 + (11 \mod 3) = 11 + 2 = 13$,

На втором шаге мы припишем справа к числу 13 результат вычисления $((1+3) \mod 3)=1$ и получим 131.

На третьем шаге, соответственно, мы припишем к 131 результат вычисления $((1+3+1) \mod 3) = 2$ и получим 1312.

На четвертом шаге мы опять припишем $((1+3+1+2) \mod 3)=1$ и получим 13121.

Заметим, что цифру 1 мы приписываем тогда, когда сумма предыдущих цифр давала остаток от деления, равный 1, значит, после приписывания, сумма цифр станет на 1 больше, и остаток от ее деления на 3 будет равен 2. Но тогда, после приписывания этой цифры 2, сумма цифр увеличится на 2, и остаток от ее деления на 3 опять будет равен 1.

Следовательно, начиная с третьего шага, на каждом нечетном шаге цикла будет приписываться цифра 2, а на каждом четном – цифра 1.

Тогда легко вывести это формулу, по которой можно посчитать сумму цифр: (1+3)+1+(2+1)*9=32.

8. Алгоритмизация и программирование, формальный исполнитель (2 балла)

[Горошинки]

Условие

С последовательностью, состоящей из идущих подряд пар символов КЗ, можно производить следующую последовательность операций:

- 1. Сдвинуться вправо на N символов от начала последовательности.
- 2. Пока не достигнут конец последовательности, повторить:
 - а. Взять из последовательности фрагмент из идущих подряд Т символов.
 - b. Отобразить этот фрагмент зеркально.
 - с. Поместить полученный фрагмент на место взятого фрагмента.
 - d. Сдвинуться вправо на T символов от конца помещенного перед этим фрагмента.
- 3. Увеличить значение Т и N в два раза.
- 4. Если еще не получена последовательность, состоящая сначала из непрерывной последовательности символов К, затем из непрерывной последовательности символов 3, перейти к пункту 1, иначе, завершить выполнение операций.

Например, для последовательности: K3K3K3K3 и начальных значений T=2 и N=1, последовательность шагов 1-3 нужно будет повторить два раза:

Начальная последовательность:

K3K3K3K3

После завершения второй операции, при первом исполнении последовательности операций: ККЗЗККЗЗ

После завершения второй операции, при втором исполнении последовательности операций: ККККЗЗЗЗ

Значение переменной N, после завершения второй операции, при втором исполнении последовательности операций = 2. Значение переменной T, после завершения второй операции, при втором исполнении последовательности операций = 4.

Таким образом, по завершении выполнения второй операций получена последовательность, состоящая сначала из непрерывной последовательности символов К, затем из непрерывной последовательности символов З. Это значит, что при втором исполнении последовательности операций, в результате выполнения четвертой операции не произойдет перехода к операции 1 и обработка завершится.

Определите значение переменной T по окончании выполнения операций, если дана последовательность из идущих подряд 64 пар символов K3, а начальное значение переменных T и N равны 2 и 1 соответственно.

В ответе запишите целое число.

Ответ: 128 Решение:

Легко видеть, что при увеличении длины начальной последовательности символов, количество исполнений последовательности операций будет возрастать, при этом итоговое значение переменной T, после каждого исполнения, будет увеличиваться в два раза.

Очевидно, что для получения последовательности, состоящей сначала из непрерывной последовательности символов K, затем из непрерывной последовательности символов S указанным способом, исходное количество пар S должно быть кратно степени двойки. S противном случае, корректного завершения предложенной последовательности операций не будет.

Следовательно, следующая допустимая последовательность, после приведенной в примере это: КЗКЗКЗКЗКЗКЗКЗКЗКЗ.

Для такой последовательности исполнений последовательности операций будет три:

Начальная последовательность:

K3K3K3K3K3K3K3K3 KK33KK33KK33KK3

После завершения второй операции первого исполнения последовательности операций: После завершения второй операции второго исполнения последовательности операций: После завершения второй операции третьего исполнения последовательности операций:

*KKKK*3333*KKKK*3333 *KKKKKKKK*33333333.

После завершения второй операции третьего исполнения последовательности операций значение Т равно 8.

Но во время третьей операции оно увеличится в 2 раза и, таким образом, будет равно 16 перед выполнением 4 операции, которая при полученной последовательности позволит завершить выполнение операций.

То есть, Т после завершения всех операций, равно длине последовательности.

При дальнейшем увеличении длины последовательности пар символов КЗ, описанная зависимость сохранится.

В данной задаче дана последовательность из 64 пар, следовательно длина всей последовательности 128 символов, следовательно T по завершении выполнения операций будет равно 128.

9. Технологии хранения, поиска и сортировки информации (1 балл)

[Сортированная выборка]

Условие

Почтальон Печкин заинтересовался алгоритмами сжатия. Он узнал, что существует способ сжатия данных, основанный на кодировании длин серий RLE. Он решил узнать, как RLE-код зависит от исходной последовательности, но запутался в вычислениях.

Помогите ему правильно вычислить значения поля «RLE-код» и отсортировать строки таблицы по возрастанию значений этого поля.

Вот таблица последовательностей:

№ п/п	Последовательность	RLE-код
1	322211333	
2	123322112	
3	332211321	
4	321123331	
5	222111333	
6	132132211	
7	332111213	

Поле «RLE-код» вычисляется по следующему алгоритму:

Поле «Последовательность» считывается слева направо, и для каждой непрерывной подпоследовательности одинаковых цифр (даже если она состоит только из одной цифры) записывается пара цифр: сначала их количество, а затем значение цифры, содержащейся в этой подпоследовательности.

Так, например, в последовательности 322211333 одна тройка, три двойки, две единицы и три тройки, поэтому ее RLEкод запишется как 13322133.

Все представленные поля имеют числовой тип данных.

Определите, на какой позиции окажется каждая из строк таблицы после сортировки. В ответе запишите подряд без пробелов 7 цифр - номера строк таблицы, указанные в поле «№ п/п» после сортировки, читая сверху вниз.

Ответ: 5124736 Решение:

Для решения задачи необходимо вычислить значение поля «RLE-код» для каждой последовательности:

№ n/n	Последовательность	RLE-κο∂
1	322211333	13322133
2	123322112	111223222112
3	332211321	232221131211
4	321123331	131221123311
5	222111333	323133
6	132132211	11131211132221
7	332111213	231231121113

Проведем сортировку по возрастанию значения поля «RLE-код». Получаем:

№ n/n	Последовательность	RLE-код
5	222111333	323133
1	322211333	13322133
2	123322112	111223222112
4	321123331	131221123311
7	332111213	231231121113
3	332211321	232221131211
6	132132211	11131211132221

10. Технологии обработки информации в электронных таблицах (2 балла)

[Бороздки-2]

Условие

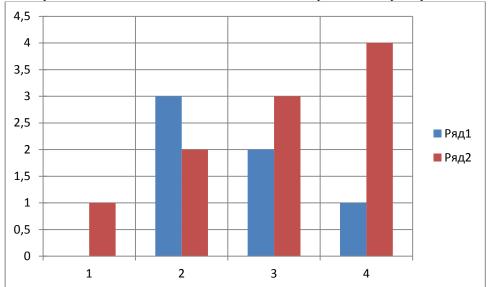
Мама Дяди Федора изучает возможности электронных таблиц для построения диаграмм.

Мама Дяди Федора заполнила ячейки B1:E1 числами от 0 до 3 соответственно, а в ячейки B2 и B3 записала формулы, как показано на рисунке:

Ξ.		me ma pine jime.					
		Α	В	С	D	E	
	1		0	1	2	3	
	2		=OCTAT(YACTHOE(\$A2;CTEПEHЬ(4;B1));4)				
	3		=OCTAT(YACTHOE(\$A3;CTEПEHЬ(6;B1));6)				
	4						

Затем она скопировала ячейку В2 в диапазон ячеек С2:Е2, а ячейку В3 в диапазон ячеек С3:Е3.

По полученным в диапазоне В2:Е3 значениям она построила гистограмму:



Синий цвет (Ряд1) на гистограмме соответствует строке 2, а красный цвет (Ряд2) – строке 3 приведенного фрагмента электронной таблицы.

Определите при каких минимальных значениях ячеек А2 и А3 возможно получить такую гистограмму.

В ответе укажите через пробел сначала значение ячейки А2, затем значение ячейки А3.

Ответ: 108 985 Решение:

Анализ гистограммы позволяет определить значения всех ячеек диапазона В2:Е3:

	Α	В	С	D	Е
1		0	1	2	3
2		0	3	2	1
3		1	2	3	4

Анализ приведенных в ячейках B2 и B3 формул показывает, что формулы позволяют определить значение младших разрядов, указанных в ячейках A2 и A3 чисел, при их записи в системах счисления с основаниями 4 и 6, соответственно. При копировании этих формул в ячейки диапазона C2:E3, возможно получить значения еще трех разрядов чисел, помещенных в ячейки A2 и A3, соответственно, в системах счисления с основаниями 4 и 6. Отметим, что запись разрядов при этом происходит в обратном порядке.

Для определения числа в ячейке A2 необходимо перевести число 1230_4 в десятичную систему счисления:

$$1*4^3 + 2*4^2 + 3*4^1 + 0*4^0 = 108$$

Для определения числа в ячейке A3 необходимо перевести число 4321_6 в десятичную систему счисления: $4*6^3 + 3*6^2 + 2*6^1 + 1*6^0 = 985$

11. Информационное моделирование (1 балл)

[Найди пропажу]

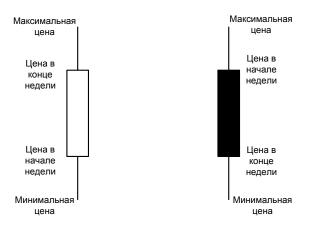
Условие

Матроскин внимательно следит за стоимостью продуктов на рынке, особенно его интересует цена молока.

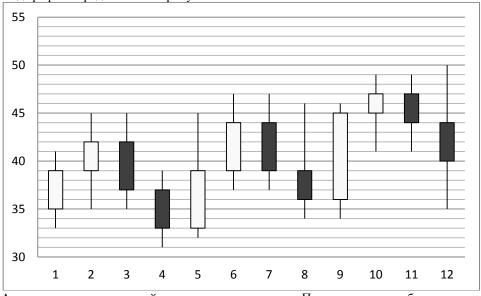
Он в течение 12 недель записывал еженедельные колебания стоимости молока на рынке в таблицу со следующими столбцами:

Цена в начале недели Максимальная цена в		Минимальная цена в	Цена в конце недели
	течение недели	течение недели	

По истечении этого времени Матроскин построил график «японские свечи». Каждая «свеча» состоит из чёрного, либо белого тела и верхней/нижней тени (иногда говорят фитиль). Верхняя и нижняя граница тени отображает максимум и минимум цены за соответствующий период. Границы тела отображают цену в начале недели и цену в конце недели, по которой строится эта «свеча». При этом, если цена в конце недели оказалась больше, чем цена в начале недели, то тело «свечи» белое, а если наоборот – черное:



Вид графика представлен на рисунке:



А после построения случайно удалил одну из строк. После удаления таблица имеет следующий вид.

Цена в начале недели	Максимальная цена в течение недели	Минимальная цена в течение недели	Цена в конце недели
35	41	33	39
39	45	35	42
42	45	35	37
37	39	31	33
33	45	32	39
39	47	37	44
39	46	34	36
36	46	34	45
45	49	41	47
47	49	41	44
44	50	35	40

Помогите Матроскину восстановить значения и определить номер строки, после которой необходимо эти значения занести в таблицу.

В ответе укажите сначала номер строки, после которой необходимо вставить значения, а затем, через пробел, значения столбцов «Цена в начале недели», затем «Максимальная цена в течение недели», затем «Минимальная цена в течение недели» и, наконец, «Цена в конце недели».

Ответ: 6 44 47 37 39

Решение:

Обратите внимание, что начиная со второй недели, цена в начале недели = цене в конце предыдущей недели.

Найдем в таблице идущие последовательно строки, в которых это правило нарушается. Это строки 6 и 7. В строке 6 цена в конце недели равна 44, а в строке 7 цена в начале недели равна 39. Других нарушений этой закономерности в таблице нет, значит, была удалена строка 7 исходной таблице.

Найдем соответствующую ей седьмую свечу на графике и восстановим значения: «Цена в начале недели» = 44, «Максимальная цена в течение недели» = 47, «Минимальная цена в течение недели» = 37, «Цена в конце недели» = 39. Строка 7 идет после 6-й, значит, ответ необходимо записать следующим образом: 6 44 47 37 39