

I. Задания заключительного этапа олимпиады 2014-15 года

Заключительный этап 11 класса (приведен один из вариантов заданий)

1. Системы счисления (2 балла)

[Последние цифры]

Условие

Число, записанное в четверичной системе счисления как 323_4 , возвели в степень, записанную в четверичной системе счисления как 232_4 . Определите и запишите в ответ подряд без пробелов последние две цифры результата возведения в степень, записанного в четверичной системе счисления.

2. Кодирование информации. Объем информации (1 балл)

[Складской учет]

Условие

При поступлении товара на склад необходимо каждой единице товара присвоить уникальный код размещения. Товары размещаются в паллеты так, что в каждой паллете ровно 18 единиц товара. Паллеты размещаются на полках так, что на каждой полке размещается по 32 паллеты. Полки объединены в секции по 256 полок в каждой и всего на складе X секций.

Петя разработал программу складского учета, при использовании которой решил использовать следующую методику формирования и хранения уникального кода размещения товара. Уникальный код размещения единицы товара представлял собой **одно десятичное число**, состоящее из четырех групп разрядов. В старшей группе разрядов записывался номер секции, в следующей за ней группе разрядов записывался номер полки в секции, в следующей за ней группе разрядов записывался номер паллеты на полке и в младшей группе разрядов записывался порядковый номер единицы товара в паллете. Количество разрядов в каждой группе таково, чтобы была возможность записать максимальный номер соответствующего объекта хранения (секции, полки, паллеты или единицы товара в паллете). Далее Петя определил максимальное число Y , которое у него могло получиться в качестве уникального кода размещения товара по его методике, и решил выделить для хранения каждого уникального кода размещения единицы товара одинаковое минимальное количество бит памяти, необходимое для хранения любых чисел, больших 0 и не превосходящих Y .

Вася увидел нерациональность такого подхода и придумал собственную методику формирования и хранения уникального кода размещения товара. Он решил каждой комбинации из возможных номеров секций, полок в секции, паллет на полке и товаров в паллете поставить в соответствие натуральное число от 1 до Z , так, что каждое число из этого диапазона соответствует одной и только комбинации. Такое число и является уникальным кодом размещения товара в методике Васи, а для хранения этих кодов Вася решил использовать одинаковое минимально возможное количество бит памяти. В результате Вася обнаружил, что его методика привела к уменьшению объема памяти, необходимого для хранения одного уникального кода размещения товара ровно на 7 бит. Определите минимальное количество секций на складе X , при котором это возможно. В ответе запишите целое число.

3. Основы логики (3 балла)

[Логическое тождество]

Условие

Определите, сколько существует неэквивалентных друг другу логических функций трех переменных $F(X,Y,Z)$, таких, что выполняется тождественное равенство:

$$((F \rightarrow X) \rightarrow Y) \rightarrow Z = ((X \rightarrow Y) \text{ and } \text{not } Z) \rightarrow \text{not } F$$

В ответе укажите целое число.

Примечание. Две логические функции трех переменных $F(X,Y,Z)$ и $G(X,Y,Z)$ будем считать неэквивалентными друг другу тогда и только тогда, когда существует хотя бы один набор значений переменных (X',Y',Z') , такой, что значение функции $F(X',Y',Z')$ не равно значению функции $G(X',Y',Z')$.

4. Кодирование информации. Алгоритмы обработки кодированной информации (1 балл)

[Все подряд]

Условие

Последовательность из 0 и 1 построена следующим образом. Взяты все натуральные числа от 1 до 65536 . Каждое число переведено в двоичную систему счисления. Получившиеся двоичные записи чисел (только значащие цифры) помещены друг за другом в порядке возрастания соответствующих натуральных чисел. Вот начало этой последовательности:

11011100101110111100010011010...

Определите, где в этой последовательности **первый раз** встретятся идущие подряд 9 единиц. В ответе укажите одно целое число – номер позиции в последовательности, считая от 1 слева направо, начиная с которой записаны эти 9 единиц.

	10		1		В
3		4		1	
7			4		
		3			5
	6		2		
А		3		9	6

Робот ищет клады, руководствуясь следующими правилами:

1. За один ход робот может перемещаться на одну клетку вправо, влево, вверх или вниз, не выходя за пределы поля.
2. На каждый ход робот тратит одну единицу энергии.
3. Если робот попадает в клетку с кладом, он забирает указанное в ней количество монет.
4. Батарея робота содержит ровно 16 единиц энергии.
5. Перед началом движения робот находится в клетке «А». В ней нет клада.
6. Если робот попадает в клетку «В», он завершает движение, даже если у него осталась энергия. В клетке «В» нет клада.
7. Миссия робота считается успешной, только если он попал в клетку «В».

Определите, какое максимальное количество монет может быть у робота в результате успешного завершения миссии. В ответе укажите целое число.

7. Телекоммуникационные технологии (2 балла).

[NAT]

Условие

Студенты Иван и Петр изучают сетевые технологии и в частности, технологию трансляции адресов (NAT – Network Address Translation) стека TCP/IP. Эта технология обеспечивает доступ с множества компьютеров из одной сети в другую (внешнюю) сеть через шлюз, который имеет IP-адрес как в первой сети, так и во внешней сети.

При взаимодействии через стек TCP/IP компьютеры идентифицируются по IP-адресу - адресу протокола сетевого уровня.

При взаимодействии через стек TCP/IP приложения на компьютере идентифицируются по номеру порта протокола транспортного уровня (у каждого запущенного на одном компьютере приложения номер порта уникальный). Программы могут быть программами-серверами, и тогда номер порта по умолчанию известен заранее для каждого прикладного протокола, или программами-клиентами, которые занимают свободный порт. На компьютере может быть запущено несколько программ-клиентов, и работать они будут с портов с разными номерами.

Устанавливает сеанс работы между приложением-сервером и приложением-клиентом, как раз программа-клиент. И сеанс идентифицируется адресом компьютера клиента, номером порта программы-клиента, адресом компьютера сервера, номером порта сервера.

Принцип работы NAT следующий: сообщения от компьютера-клиента к компьютеру-серверу, расположенному во внешней сети, попадают в шлюз, где в сообщении адрес отправителя (компьютера-клиента) и порт программы-клиента подменяются на внешний адрес шлюза и свободный порт шлюза. Таким образом, запрос к компьютеру-серверу идет как бы от самого шлюза. Запись о замене (запись трансляции) заносится в специальную таблицу и используется при обратной замене адреса и порта на исходные при поступлении ответа от внешнего компьютера. За счет использования разных внешних портов можно устанавливать связи с одной программой-сервером множеству программ-клиентов с разных локальных компьютеров.

Иван и Петр построили в среде моделирования сеть с NAT. Модель сети включает:

1. Внешнюю сеть с 2 компьютерами-серверами с адресами 10.0.0.1 и 10.0.0.2, на каждом из которых запущена программа-сервер S-File, которая работает по порту с номером 456.
2. Внутреннюю сеть с двумя компьютерами – одним для Петра и одним для Ивана с адресами 192.168.0.1 и 192.168.0.2 соответственно. На этих компьютерах студенты могут запускать программы-клиенты C-File по одному экземпляру для скачивания одного файла. Каждый экземпляр C-File занимает отдельный порт. При скачивании каждого файла запускается программа-клиент C-File и пытается установить сеанс с соответствующим сервером. Если сеанс удалось установить, программа-клиент незамедлительно начинает скачивать файл. Как только файл скачан целиком, программа-клиент завершает сеанс и завершает свою работу.

3. Шлюз с транслятором адресов, с таблицей трансляции, которая может в один момент времени хранить записи не более чем о 6 сеансах. При установлении сеанса, когда в таблице есть свободные места, в нее добавляется запись о трансляции. По завершении сеанса, относящаяся к нему запись трансляции мгновенно удаляется. Если таблица полна, то приложению, запросившему связь через шлюз, отправляется сообщение о невозможности установить соединение в текущий момент. Внутренний интерфейс шлюза имеет адрес 192.168.0.100, внешний – 10.0.0.100.

В модели передача данных по сети между программами-серверами и программами-клиентами осуществляется с постоянной скоростью 10 КБайт в секунду независимо от количества одновременных потоков передачи данных. Установление сеанса происходит мгновенно.

Используемые протоколы прикладного, транспортного и сетевого уровней совместно добавляют к каждому КБайту данных 256 байт служебных данных.

Если программа C-File не может установить соединение с программой S-File, она автоматически повторяет попытку через 5 секунд.

Быстродействие сетевых интерфейсов компьютеров и шлюза, размер и скорость работы их буферов, и скорость линий связи в модели позволяют не учитывать их влияние при оценке времени передачи данных.

Также при расчетах следует пренебречь вкладом всех остальных (кроме описанных) процедур сетевого взаимодействия в общий объем переданных данных и всеми другими (кроме описанных) задержками на устройствах и программном обеспечении.

Время в модели считается кратно 1 секунде.

Через какое время в секундах от начала работы модели Иван и Петр закончат скачивать файлы на свои компьютеры при условии что:

1. Одновременно с началом работы модели Иван начал скачивать файл f1 объемом 112 КБайт с сервера 10.0.0.1 .
2. Спустя 4 секунды после начала работы Петр начал скачивать файл f2 объемом 128 КБайт с сервера 10.0.0.2 .
3. Спустя 8 секунд после начала работы Иван начал скачивать файл f3 объемом 64 КБайт с сервера 10.0.0.1 .
4. Спустя 6 секунд после начала работы Петр начал скачивать файл f4 объемом 64 КБайт с сервера 10.0.0.2 .
5. Спустя 9 секунд после начала работы Петр начал скачивать файл f5 объемом 48 КБайт с сервера 10.0.0.1 .
6. Спустя 8 секунд после начала работы Петр начал скачивать файл f6 объемом 32 КБайт с сервера 10.0.0.1 .
7. Спустя 10 секунд после начала работы Иван начал скачивать файл f7 объемом 96 КБайт с сервера 10.0.0.2 .
8. Спустя 12 секунд после начала работы Иван начал скачивать файл f8 объемом 80 КБайт с сервера 10.0.0.1 .

В ответе укажите целое число.

8. Технологии обработки информации в электронных таблицах (1 балл)

[Окошки]

Вариант 1

Дана электронная таблица в режиме отображения формул:

	A	B	C	D	E	F
1			2	4	8	16
2		0	=ОСТАТ(ЧАСТНОЕ(\$A\$1;СТЕПЕНЬ(C\$1;\$B2));C\$1)			
3		1				
4		2				
5		3				
6		4				
7		5				
8		6				
9		7				
10		8				

Ячейку C2 скопировали во все ячейки диапазона C2:F10. Какое минимальное натуральное число необходимо поместить в ячейку A1, для того, чтобы в результате вычислений в незакрашенных ячейках получились значения, как на рисунке:

	A	B	C	D	E	F	G
1			2	4	8	16	
2		0					1
3		1			2		
4		2					
5		3		3			
6		4					
7		5					
8		6					
9		7					
10		8	1				
11							

В ответе укажите целое число.

Примечание. Сопоставление названий функций в Microsoft Excel и OpenOffice.org Calc:

Microsoft Excel (Rus)	Microsoft Excel (Eng)	OpenOffice.org Calc
ОСТАТ	MOD	MOD
СТЕПЕНЬ	POWER	POWER
ЧАСТНОЕ	QUOTIENT	QUOTIENT

9. Технологии сортировки и фильтрации данных (1 балл)

[Фильтрация]

Вариант 1

Петя получил таблицу значений:

Номер набора	A	B	C
Набор 1	23	23	45
Набор 2	46	47	45
Набор 3	45	44	44
Набор 4	46	22	44
Набор 5	47	23	22
Набор 6	44	45	23
Набор 7	33	46	46
Набор 8	45	44	43
Набор 9	22	44	45
Набор 10	47	45	46

Он заметил, что если применить к этой таблице фильтр:

(A<X) ИЛИ (B<X) И (C<X)

то существует такое целое положительное значение X, при котором удвоение значений в **любом одном** столбце (A, B или C) уменьшает на 3 количество строк удовлетворяющих фильтру. То есть, если удвоить значения в столбце A при сохранении значений в остальных столбцах или удвоить значения в столбце B при сохранении значений в остальных столбцах или удвоить значения в столбце C при сохранении значений в остальных столбцах, в любом из трех случаев количество строк, удовлетворяющих фильтру, будет на 3 меньше, чем при применении фильтра к исходной таблице. Найдите и вы это число.

10. Технологии программирования (2 балла)

Вы разрабатываете систему управления персоналом в некоторой фирме. В фирме работают n сотрудников. Каждый сотрудник характеризуется своим порядковым номером, который является натуральным числом от одного до n . Номера всех сотрудников различны.

Сотрудник, имеющий порядковый номер один, является главой фирмы. У каждого из всех остальных сотрудников имеется один непосредственный начальник — сотрудник фирмы, имеющий меньший порядковый номер.

Первая операция, которую вам необходимо реализовать в вашей системе управления персоналом — отправка в командировку одного из сотрудников. Известно, что при отправке в командировку некоторого сотрудника вместе с ним в командировку отправляются все сотрудники, которые подчинены ему непосредственно или через свое начальство.

Вам необходимо, зная структуру фирмы и номер отправляемого в командировку сотрудника, сообщить, сколько сотрудников отправятся в командировку в результате выполнения этой операции.

Формат входного файла

В первой строке входного файла `input.txt` находится натуральное число n ($2 \leq n \leq 100$) — количество сотрудников в фирме.

Следующая строка содержит $n-1$ натуральное число — номера непосредственных начальников сотрудников с номерами от 2 до n в соответствующем порядке. Числа отделены друг от друга одним пробелом. Гарантируется, что номер непосредственного начальника очередного сотрудника меньше номера самого сотрудника.

Следующая строка содержит одно натуральное число x ($1 \leq x \leq n$) — номер отправляемого в командировку сотрудника.

Формат выходного файла

В выходной файл `output.txt` выведите одно число — количество сотрудников, отправляющихся в командировку после выполнения описанной операции.

Пример входных и выходных данных

input.txt	output.txt
9	5
1 2 1 4 4 2 7 8	
2	

11. Технологии программирования (4 балла)

Вы разрабатываете систему, одной из задач которой является составление расписания работы над задачами, выполняемыми некоторой организацией, занимающейся разработкой программного обеспечения.

Известно, что организации необходимо выполнить n задач, пронумерованных натуральными числами от одного до n . На выполнение каждой задачи требуется ровно один день, и в каждый день может быть выполнена только одна задача. Таким образом, на выполнение всех задач потребуется n дней, а расписание выполнения задач выглядит как назначение определенного дня на выполнение каждой задачи. Для каждой задачи известно также число a_i — номер дня, ранее которого не может быть начато выполнение этой задачи.

Ваша программа должна, имея информацию о количестве задач и днях, ранее которых выполнение задач не может быть начато, определить количество допустимых расписаний выполнения задач — количество таких расписаний, при которых каждая задача выполняется не ранее указанного для нее дня.

Формат входного файла

В первой строке входного файла `input.txt` находится натуральное число n ($1 \leq n \leq 8$) — количество задач, которые необходимо выполнить.

Следующая строка содержит n натуральных чисел a_i ($1 \leq a_i \leq n$) — для каждой работы номер дня, ранее которого не может быть начато выполнение этой задачи. Числа отделены друг от друга одним пробелом.

Формат выходного файла

В выходной файл `output.txt` выведите одно число — количество различных допустимых расписаний выполнения задач.

Пример входных и выходных данных

input.txt	output.txt
5	4
2 4 4 2 1	