Всероссийская олимпиада школьников
«Миссия выполнима. Твое призвание-финансист!»

ЗАКЛЮЧИТЕЬНЫЙ (ОЧНЫЙ) ЭТАП
Математика 8 и 9 класс, 2017/2018 учебный год

Задание 1 (10 баллов)

Длины сторон *AB, BC, CD* и *DA* выпуклого четырехугольника *ABCD* равны соответственно 5, 17, 5 и 9. Найдите длину диагонали *DB*, если известно, что она является целым числом.

Задание 2 (10 баллов)

Найдите знаменатель дроби $\frac{100!}{28^{20}}$ после ее сокращения до несократимой.

(Выражение 100! равно произведению первых 100 натуральных чисел: $100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 100$.)

Задание 3 (12 баллов)

Последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ такова, что $a_{2n} = \frac{1}{a_{2n-1}}$, а $a_{2n+1} = 1 - a_{2n}$. Найдите a_1, если $a_{2018} = 2$.

Задание 4 (12 баллов)

Турнир по стрельбе предполагает несколько серий по 10 выстрелов каждая. В одной из серий Иван выбил 82 очка, в результате чего среднее количество очков, выбиваемых им за серию, увеличилось с 75 до 76 очков. Сколько очков должен выбить Иван в следующей серии выстрелов, чтобы среднее количество очков, выбитых за серию, стало равно 77?

Задание 5. (12 баллов)

Уравнение $x^2 + ax + b + 1 = 0$ имеет два различных ненулевых целочисленных корня. Докажите, что число $a^2 + b^2$ не является простым, если числа a и b целые?

Задание 6 (14 баллов)

По регламенту шахматного турнира каждый участник должен сыграть с каждым один раз. После того как было сыграно ровно 99 партий, оказалось, что множество участников турнира можно разбить на две неравные по численности группы так, что все соперники, относящиеся к одной и той же группе, уже сыграли партии между собой. При этом были сыграны, но не более четырех, партии между соперниками, которые относятся к разным группам. Каково наибольшее возможное число участников этого шахматного турнира?

Задание 7 (14 баллов)

В компании работает 168 человек. Среди любых четырех человек можно выбрать хотя бы одного, знакомого с остальными тремя. Каково минимальное возможное количество людей, которые знакомы со всеми?

Задача 8 (16 баллов)

Вова играл старыми костяшками от домино, на которых стерлись все точки, так что они стали не отличимыми. Каждая костяшка представляет собой прямоугольник 2×1, а их число равно 24. Вова решил каждый день по-новому раскладывать костяшки в виде дорожки 2×12, так чтобы рисунок раскладки никогда не повторялся. Сколько дней Вова сможет так раскладывать костяшки, пока все возможные раскладки не будут исчерпаны, если в день он делает одну раскладку?